

4.4 Ομαδοποίηση παρατηρήσεων

Ερώτηση 1

**Τι είναι η ομαδοποίηση παρατηρήσεων και πότε την χρησιμοποιούμε;
Δώστε ένα παράδειγμα.**

Απάντηση

Στην περίπτωση που εξετάζουμε n άτομα ενός πληθυσμού ως προς μια ιδιότητά τους και προκύπτουν πολλές διαφορετικές παρατηρήσεις, αν φτιάξουμε **τον πίνακα συχνοτήτων δεν είναι εύχρηστος** αφού είναι **πολύ μεγάλος** άρα απαιτεί **πολύ χρόνο** τόσο στην κατασκευή του όσο και στη μελέτη του.

Στην περίπτωση αυτή χωρίζουμε το διάστημα τιμών των παρατηρήσεων σε μικρότερα διαστήματα (του ίδιου ή διαφορετικού πλάτους) τα οποία ονομάζουμε **κλάσεις** και βρίσκουμε πόσες από τις παρατηρήσεις βρίσκονται σε κάθε κλάση.

Η διαδικασία αυτή λέγεται **ομαδοποίηση των παρατηρήσεων** και στην περίπτωση αυτή δεν έχουμε συχνότητα - σχετική συχνότητα μιας ορισμένης παρατήρησης αλλά **συχνότητα - σχετική συχνότητα κάθε κλάσης**.

Αυστηρός κανόνας για τον καθορισμό του **αριθμού των κλάσεων** δεν **υπάρχει** αλλά κάθε φορά εξαρτάται από το είδος του προβλήματος, το σκοπό της έρευνας και την επιθυμητή ακρίβεια. Εδώ θα ασχοληθούμε με κλάσεις ίδιου πλάτους.

Παράδειγμα:

Έστω ότι καταγράψαμε τα ύψη σε cm 30 προσκόπων μιας κατασκήνωσης και βρήκαμε:

130 131 132 131 130 135 140 141 142 144
142 141 149 143 130 133 135 137 140 146

140 142 143 149 143 140 137 138 130 131
Για ευκολία φτιάχνουμε κλάσεις πλάτους 5cm. Παρατηρούμε ότι τα ύψη κυμαίνονται από 130 cm έως 149cm.

Ορίζουμε ως εύρος (πλάτος) των υψών, την διαφορά:
 $R = 149 - 130 = 19\text{cm}$.

Για να φτιάξουμε κλάσεις με ίσα πλάτη επιλέγουμε έναν επιθυμητό αριθμό κλάσεων αν δεν μας δίνεται (εδώ επιλέξαμε 4) και διαιρούμε το εύρος διά του αριθμού, βρίσκοντας το πλάτος κάθε κλάσης. Αν το πηλίκο είναι δεκαδικός μπορούμε να το στρογγυλοποιήσουμε (για ευκολία) προς τα πάνω πάντα. Εδώ έχουμε $19:4 \approx 4,9$, και με στρογγυλοποίηση 5.

Οπότε παίρνουμε τον πιο κάτω πίνακα:

Κλάσεις Ύψος	Κέντρα Κλάσεων	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα	Σχετική συχνότητα%
130-135	132,5	9	$\frac{9}{30} = 0,3$	30
135-140	137,5	5	$\frac{5}{30} \approx 0,17$	17
140-145	142,5	13	$\frac{13}{30} \approx 0,43$	43
145-150	147,5	3	$\frac{3}{30} = 0,1$	10
Σύνολα		30	1	100

• Έστω ότι έχουμε την κλάση 130 - 135. Οι αριθμοί 130 και 135 λέγονται **άκρα της κλάσης** (άνω άκρο και κάτω άκρο αντίστοιχα) ενώ ο αριθμός $\frac{130+135}{2} = 132,5$ λέγεται **κέντρο της κλάσης και αντιπροσωπεύει όλη την κλάση**.

Όταν λέμε ότι το κέντρο της κλάσης αντιπροσωπεύει την κλάση, εννοούμε ότι όλες οι παρατηρήσεις που βρίσκονται

μέσα στην κλάση, θεωρούμε ότι είναι ίσες με το κέντρο της κλάσης.
Όμοια για τις άλλες κλάσεις.



Παρατήρηση

- Στην ομαδοποίηση παρατηρήσεων προσέχουμε τα εξής:

Καμμία παρατήρηση δεν πρέπει να βρίσκεται έξω από κάποια κλάση και αν έχουμε παρατήρηση που είναι ίση με το άνω άκρο μιας κλάσης αυτή ταξινομείται στην αμέσως επόμενη κλάση π.χ. η παρατήρηση 135 καταχωρείται στην κλάση 135 - 140 και όχι στην 130 - 135.

- Η κλάση με τη μεγαλύτερη συχνότητα λέγεται **επικρατούσα κλάση**.

Ερώτηση 2

Πως παριστάνουμε μια ομαδοποιημένη κατανομή;

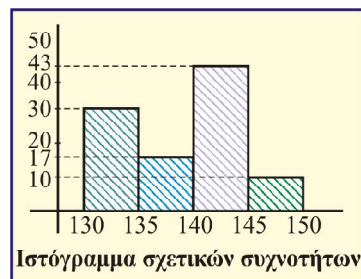
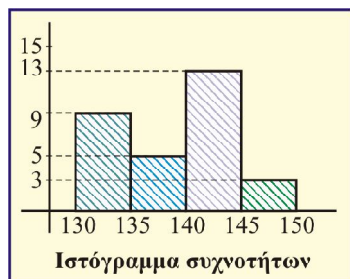
Απάντηση

- Μια **ομαδοποιημένη κατανομή** την παριστάνουμε με ένα διάγραμμα που λέγεται **ιστόγραμμα**, και αποτελείται από συνεχόμενα ορθογώνια, τα οποία έχουν βάση ίση με το πλάτος κάθε κλάσης και ύψος ίσο με τη συχνότητα ή τη σχετική συχνότητα της αντίστοιχης κλάσης.

Όταν αναφέρεται στην συχνότητα λέγεται **ιστόγραμμα συχνοτήτων** ενώ όταν αναφέρεται στην σχετική συχνότητα λέγεται **ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων**.

Όταν οι **κλάσεις** έχουν το **ίδιο πλάτος**, το **ύψος** κάθε ορθογωνίου ισούται με τη **συχνότητα** ή την **σχετική συχνότητα** της αντίστοιχης κλάσης.

Έτσι στην προηγούμενη κατανομή συχνοτήτων - σχετικών συχνοτήτων δίνουμε τα ιστογράμματα.



Παρατήρηση

Από τη στιγμή που έχουμε κάνει ομαδοποίηση των παρατηρήσεων, οι συχνότητες και οι σχετικές συχνότητες που έχουμε βρει στον παραπάνω πίνακα κατανομής συχνοτήτων, δεν αναφέρονται σε μεμονωμένους αριθμούς, αλλά στις κλάσεις.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1

Η βαθμολογία 30 μαθητών σε ένα διαγώνισμα στο μάθημα των Μαθηματικών είναι:

10, 17, 12, 14, 6, 12, 17, 14,
6, 4, 14, 12, 10, 8, 12, 14,
14, 14, 14, 18, 14, 16, 17, 14,
17, 12, 14, 16, 10, 6.

- Να γίνει ομαδοποίηση δεδομένων σε τέσσερις κλάσεις με ίσα πλάτη και να βρεθούν οι συχνότητες και οι σχετικές συχνότητες.
- Να γίνουν τα ιστογράμματα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- Ποιο ποσοστό μαθητών έγραψε βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 11 στο διαγώνισμα.

Λύση

- α. Το πλάτος (εύρος) μεταβολής των βαθμών είναι $17 - 4 = 13$ και αφού θα φτιάξουμε τέσσερις κλάσεις με ίσα

πλάτη, καθεμία θα έχει πλάτος: $\frac{13}{4} = 3,25$

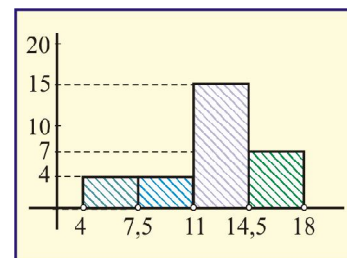
και με στρογγυλοποίηση 3,5.

Κάνουμε τη διαλογή και κατασκευάζουμε τον επόμενο πίνακα:

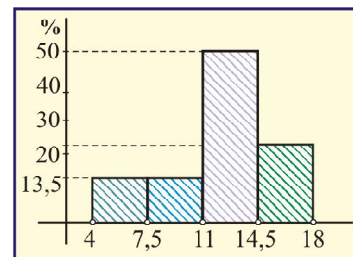
Κλάσεις	Διαλογή	Συχνότητα	Σχ. συχνότητα	Σχ. συχνότητα %
4 - 7,5		4	0,135	13,5
7,5 - 11		4	0,135	13,5
11 - 14,5	HHHHHHH	15	0,5	50
14,5 - 18	HHH	7	0,23	23
Σύνολα		30	1	100

Όπως φαίνεται από τον παραπάνω πίνακα:

- β. Ιστόγραμμα συχνοτήτων



- Ιστόγραμμα σχ. συχνοτήτων %



- γ. Εντεκα ή μεγαλύτερο βαθμό έγραψε το $50\% + 23\% = 73\%$

2

Οι θερμοκρασίες που καταγράφηκαν τον Ιούλιο στην Αθήνα ήταν οι εξής:

21 18 28 17 15 12 13 14 16 20 19
22 23 25 24 27 26 26 23 27 28 30
33 31 28 25 24 27 30 31

- α) Να γίνει ομαδοποίηση των παρατηρήσεων σε κλάσεις, των 5 βαθμών

- β) Να βρεθεί η επικρατούς κλάση της κατατομής
 γ) Να βρεθεί πόσες μέρες η θερμοκρασία ήταν τουλάχιστον 20 βαθμοί.

Λύση

- α) Το εύρος των παρατηρήσεων είναι $33 - 12 = 21$.
 Το πλάτος κάθε κλάσης είναι 5 άρα θα έχουμε $21 : 5 = 4,2$
 άρα 5 κλάσεις.
 Οπότε προκύπτει ο πίνακας:

Θερμοκρασία	Μέρες
10 - 15	3
15 - 20	5
20 - 25	8
25 - 30	9
30 - 35	5
Σύνολο	30

- β) Επικράτουςα κλάση είναι η 25 - 30 βαθμοί
 γ) 22 μέρες είχαμε τουλάχιστον 20 βαθμούς.

Ζυγίστηκαν 30 μαθητές της Β' τάξης ενός Γυμνασίου και προέκυψαν τα παρακάτω βάρη:

3

65	60	55	70	69	73
72	59	54	71	67	62
64	63	70	74	73	70
52	63	54	58	53	45
56	50	48	57	60	62

- α) Να ομαδοποιηθούν οι παραπάνω παρατηρήσεις σε 5 κλάσεις. Ποιο είναι το πλάτος της κάθε κλάσης;
 β) Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων με στήλες για το κέντρο της κλάσης, την συχνότητα και την σχετική συχνότητα επί της εκατό.
 γ) Ποιο ποσοστό των μαθητών έχει βάρος μικρότερο από 57kg;
 δ) Αν το 30% των μαθητών είναι υπέρβαροι, πόσοι μαθητές σε πλήθος είναι αυτοί;

Λύση

- α) Το εύρος των παρατηρήσεων είναι $75 - 45 = 30$. Άρα το πλάτος της κάθε κλάσης είναι $30 : 5 = 6$.

Βάρος	Κέντρο κλάσης	Διαλογή	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα %
45 - 51	48		3	10
51 - 57	54		6	20
57 - 63	60		7	23,33
63 - 69	66		5	16,67
69 - 75	72		9	30
Σύνολο			30	100

- β) Το 30% (=20% + 10%) των μαθητών έχει βάρος μικρότερο από 57kg.
 δ) Το 30% των μαθητών που είναι υπέρβαροι αντιστοιχεί στην τελευταία κλάση. Άρα το πλήθος αυτών των μαθητών είναι 9.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1

Δίνονται τα ομαδοποιημένα δεδομένα του παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις	50 - 55	55 - 60	60 - 65	65 - 70	70 - 75	75 - 80
Συχνότητες	3	12	28	21	9	4

Να επιλεγεί η σωστή απάντηση:

- I. Το πλάτος της κάθε κλάσης είναι: α. 4 β. 5 γ. 77 δ. 50 - 80.
 II. Το κέντρο της κλάσης 60 - 65 είναι: α. 92,5 β. 62,5 γ. 63,5 δ. 52,5.
 III. Η συχνότητα της κλάσης 75 - 80 είναι: α. 4 β. 3 γ. 12 δ. 21.

2

Δίνονται τα ομαδοποιημένα δεδομένα του παρακάτω πίνακα.

Κλάσεις	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20
Συχνότητες	3	5	8	4

Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

- | | | | | |
|--|----------|----------|----------|----------|
| | A | B | Γ | Δ |
| 1 Το πλάτος της κάθε κλάσης είναι: | 4 | 5 | 2 | 20 |
| 2 Το κέντρο της κλάσης 5 - 10 είναι: | 5 | 15 | 7,5 | 10 |
| 3 Η συχνότητα της κλάσης 5 - 10 είναι: | 8 | 5 | 4 | 20 |

3

Δίνονται οι βαθμοί που πήραν 20 μαθητές σ'ένα διαγώνισμα:

18 16 12 6 10
 11 7 13 4 18
 12 15 3 10 8
 18 7 14 14 11

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12 - 16	16 - 20
Συχνότητες					
Σχετικές συχνότητες					

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1

Σε μια έρευνα 500 ανέργων για τον χρόνο σε μήνες που είναι άνεργοι προέκυψε ο πιο κάτω πίνακας.

- α. Να συμπληρώσετε τον πίνακα και να βρείτε τα κέντρα των κλάσεων.
β. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων.

Χρόνος ανεργίας σε μήνες	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
0 - 3		0,25
3 - 6		0,27
6 - 9		0,28
9 - 12		0,12
12 - 15		0,08
Σύνολο		1

2

Ο διπλανός πίνακας δίνει τον αριθμό των επισκέψεων 40 μαθητών σε διάφορα μουσεία της χώρας κατά την διάρκεια ενός έτους.

- α. Να κάνετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων και το ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων και να βρείτε τα κέντρα των κλάσεων.
β. Να βρέθει η επικρατούσα κλάση.
γ. Πόσοι μαθητές έκαναν κάτω από τέσσερις επισκέψεις τον χρόνο σε μουσεία;

Επισκέψεις	Συχνότητα
0 - 2	8
2 - 4	12
4 - 6	10
6 - 8	6
8 - 10	4
Σύνολο	40

3

Η επίδοση 25 μαθητών μιας τάξης σε ένα διαγώνισμα δίνεται στον πίνακα.

Βαθμός	Μαθητές %
0 - 5	12
5 - 10	16
10 - 15	48
15 - 20	24
Σύνολο	100

- α) Να κάνετε κατανομή συχνοτήτων
- β) Να σχεδιάσετε το ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων

4

Οι 40 υπάλληλοι μιας εταιρείας ανάλογα με τα χρόνια υπηρεσίας κατανέμονται όπως φαίνεται στον πίνακα.

Χρόνια υπηρεσία	0 - 8	8 - 16	16 - 24	24 - 32
Συχνότητα	5		12	
Σχετική πυκνότητα %				25

- α) Να συμπληρωθεί ο πίνακας
- β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων
- γ) Ποια είναι η επικρατούσα κλάση

