

4.3 Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

Ερώτηση 1

Τι λέμε συχνότητα και τι σχετική συχνότητα μιας παρατήρησης (τιμής);

Απάντηση

As υποθέσουμε ότι εξετάζουμε n αντικείμενα ενός πληθυσμού ως προς μια ιδιότητά τους, η οποία μπορεί να πάρει k διαφορετικές τιμές $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_k$. Τότε προκύπτουν n παρατηρήσεις (τιμές) πολλής από τις οποίες είναι ίδιες.

- Ο φυσικός αριθμός v_1, v_2, v_k που δείχνουν πόσες φορές εμφανίζονται στο δείγμα οι τιμές $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_k$ αντίστοιχα ονομάζονται συχνότητες των $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_k$.

Ισχύει προφανώς ότι $v_1 + v_2 + v_k = v$

- Οι σχετικές συχνότητες f_1, f_2, f_k των τιμών $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_k$

αντίστοιχα είναι: $f_1 = \frac{v_1}{v}, f_2 = \frac{v_2}{v}, \dots, f_k = \frac{v_k}{v}$

και σε ποσοστό επί τοις εκατό:

$$f_1\% = \frac{v_1}{v} \cdot 100, f_2\% = \frac{v_2}{v} \cdot 100, \dots, f_k\% = \frac{v_k}{v} \cdot 100$$

Ισχύουν προφανώς: $f_1 + f_2 + f_k = 1$, $f_1\% + f_2\% + f_k\% = 100$

Ερώτηση 2

Τι λέμε κατανομή συχνοτήτων και τι κατανομή σχετικών συχνοτήτων;

Απάντηση

- Αν ονομάσουμε $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_k$ τις διαφορετικές μεταξύ τους παρατηρήσεις και v_1, v_2, \dots, v_k τις αντίστοιχες συχνότητές τους τότε όλα τα ζεύγη $(\Pi_1, v_1), (\Pi_2, v_2), \dots, (\Pi_k, v_k)$ αποτελούν την **κατανομή συχνοτήτων** ενώ όλα τα ζεύγη

$$(\Pi_1, f_1), (\Pi_2, f_2), \dots, (\Pi_k, f_k)$$

αποτελούν την **κατανομή σχετικών συχνοτήτων**. Τώρα μπορούμε να κατασκευάσουμε έναν πίνακα, στον οποίο να φαίνονται οι **τιμές**, οι **συχνότητες** και οι **σχετικές συχνότητες** των παρατηρήσεων της έρευνας.

Ένας τέτοιος πίνακας ονομάζεται **πίνακας κατανομής συχνοτήτων**.

Παράδειγμα: Από ένα αξιόπιστο δείγμα 500 ατόμων από τον πληθυσμό των ψηφοφόρων πήραμε στατιστικά δεδομένα τα οποία για να μελετήσουμε τα παρουσιάζουμε στον παρακάτω πίνακα:

Τιμές	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα	Σχετική συχνότητα%
"Τιμιότητα"	100	$\frac{100}{500} = 0,2$	20
"Ειλικρίνεια"	50	$\frac{50}{500} = 0,1$	10
"Εντιμότητα"	150	$\frac{150}{500} = 0,3$	30
"Αποφασιστικότητα"	200	$\frac{200}{500} = 0,4$	40
Σύνολα	500	1	100

Όπως φαίνεται από τον πιο πάνω πίνακα η συχνότητα της παρατήρησης "τιμιότητα" είναι 100 ενώ η σχετική της συχνότητα είναι

$$\frac{100}{500} = 0,2 \text{ ή } 20\% .$$

Παρατηρούμε ότι: το άθροισμα όλων των συχνοτήτων ισούται με το πλήθος των παρατηρήσεων του δείγματος.

Επίσης, το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων ισούται με 100.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1

Οι 30 μαθητές της Β Γυμνασίου ενός σχολείου σημείωσαν τους πιο κάτω πόντους σε ένα πρωτάθλημα μπάσκετ.

22 25 20 21 18 24 24 22 20 18
21 20 20 18 26 25 22 20 22 25
20 26 20 26 22 18 22 18 18 26

α. Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.

β. Να βρεθεί πόσοι μαθητές πέτυχαν πάνω από 24 πόντους.

γ. Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που πέτυχαν πάνω από 21 πόντους.

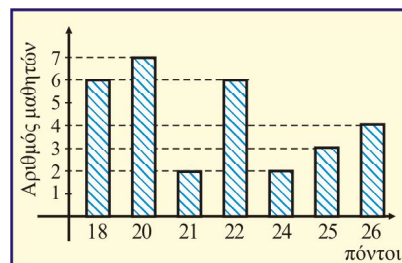
δ. Να γίνει το ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

β. Πάνω από 24 πόντους (δηλαδή 25 ή 26 πόντους) πέτυχαν $3 + 4 = 7$ μαθητές.

γ. Πάνω από 21 πόντους (δηλαδή 22 ή 24 ή 25 ή 26 πόντους πέτυχαν) σε ποσοστό:

$$20\% + 6,7\% + 10\% + 13,3\% = 50\%$$

δ. Το ραβδόγραμμα συχνοτήτων είναι:



Λύση

α. Όπως φαίνεται από τον παρακάτω πίνακα:

Πόντοι	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα	Σχετική συχνότητα%
18	6	0,2	20
20	7	0,233	23,3
21	2	0,067	6,7
22	6	0,2	20
24	2	0,067	6,7
25	3	0,1	10
26	4	0,133	13,3
Σύνολα	30	1	100

2

Στους πιο κάτω πίνακες συχνοτήτων να βρεθούν οι αριθμοί x , y , ω , z , κ .

Πίνακας Α

	Συχνότητα	Σχ. συχνότητα%
0	x	y
1	6	ω
3	8	z
5	3	κ
Σύνολα	20	

Πίνακας Β

	Συχνότητα	Σχ. συχνότητα
1	1	ω
2	3	z
3	x	κ
4	y	0,5
Σύνολο	10	

Λύση

Πίνακας Α: Γνωρίζουμε ότι: $x + 6 + 8 + 3 = 20$ ή $x + 17 = 20$
ή $x = 20 - 17$ ή $x = 3$

Επίσης $y = \frac{3}{20} = 0,15$ ή 15%, $\omega = \frac{6}{20} = 0,3$ ή 30%

$z = \frac{8}{20} = 0,4$ ή 40% και $\kappa = \frac{3}{20} = 0,15$ ή 15%

Πίνακας Β: Γνωρίζουμε ότι: $\frac{y}{10} = 0,5$ ή $y = 0,5 \cdot 10 = 5$.

Επίσης $1 + 3 + x + y = 10$ ή $4 + x + 5 = 10$ ή $x + 9 = 10$ ή

$x = 10 - 9$ ή $x = 1$. Οπότε $\omega = \frac{1}{10} = 0,1$ ή 10%,

$z = \frac{3}{10} = 0,3$ ή 30%, $\kappa = \frac{1}{10} = 0,1$ ή 10%

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα που παρουσιάζει τους μεταξισταστέους μαθητές μιας τάξης γυμνασίου.

Μάθημα	Αριθμός μαθητών	Σχετική συχνότητα
Μαθηματικά	10	
Φυσική		20
Χημεία	8	
Αγγλικά	6	
Ιστορία	12	24
Ν. Ελληνικά		
Σύνολο		

3

Λύση

Αν v είναι ο αριθμός των μεταξισταστέων μαθητών σε όλα τα μαθήματα, τότε για το μάθημα της Ιστορίας έχουμε:

$$\frac{12}{v} = \frac{24}{100} \text{ ή } 24v = 12 \cdot 100 \text{ ή } 24 \cdot v = 1200 \text{ ή } v = \frac{1200}{24}.$$

Δηλαδή $v = 50$.

Άρα όλοι οι μαθητές είναι 50.

Η σχετική συχνότητα των Μαθηματικών είναι:

$$\frac{10}{50} = 0,2 \text{ ή } 20\%$$

Η σχετική συχνότητα των Αγγλικών είναι: $\frac{6}{50} = 0,12$ ή 12%

Η σχετική συχνότητα της Χημείας είναι: $\frac{8}{50} = 0,16$ ή 16%

Η συχνότητα της Φυσικής είναι 10 αφού έχει την ίδια σχετική συχνότητα με τα Μαθηματικά.

Η συχνότητα των Ν. Ελληνικών είναι

$50 - (10 + 10 + 8 + 6 + 12) = 50 - 46 = 4$ και η σχετική συ-

χνότητα είναι $\frac{4}{50} = 0,08$ ή 8%

Μάθημα	Αριθμός μαθητών	Σχετική συχνότητα
Μαθηματικά	10	20
Φυσική	10	20
Χημεία	8	16
Αγγλικά	6	12
Ιστορία	12	24
Ν. Ελληνικά	4	8
Σύνολο	50	100

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Ένα δείγμα μαθητών της Ε' Δημοτικού εξετάστηκε ως προς τις ώρες που παρακολουθεί τηλεόραση το Σαββατοκύριακο. Από την εξέταση αυτή προέκυψαν τα στατιστικά δεδομένα που φαίνονται στο διπλανό ραβδόγραμμα. Να επιλεγεί η σωστή απάντηση:

I. Το πλήθος των μαθητών που ρωτήθηκαν το Σαββατοκύριακο ήταν:

α. 9 β. 30 γ. 150 δ. 6

II. Πόσοι μαθητές βλέπουν τηλεόραση 4 ώρες το Σαββατοκύριακο;

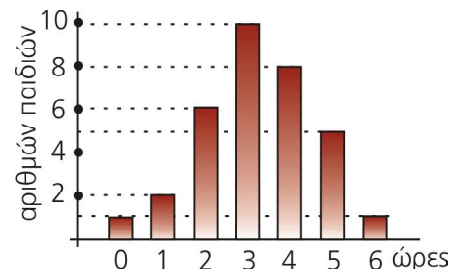
α. 3 β. 6 γ. 8 δ. 4

III. Πόσοι μαθητές βλέπουν το πολύ 3 ώρες τηλεόραση το Σαββατοκύριακο;

α. 27 β. 26 γ. 19 δ. 16

IV. Πόσοι μαθητές δεν βλέπουν ούτε 1 ώρα τηλεόραση το Σαββατοκύριακο;

α. 0 β. 2 γ. 30 δ. 15



2 Στο διπλανό πίνακα συχνοτήτων φαίνονται οι απουσίες μαθητών μιας τάξης σε ένα μήνα. Να επιλεγεί η σωστή απάντηση:

I. Ο συνολικός αριθμός παιδιών που ρωτήθηκαν είναι:

α. 30 β. 6 γ. 12 δ. 45.

II. Η συχνότητα των 4 απουσιών είναι:

α. 2 β. 6 γ. 12 δ. 30.

III. Η σχετική συχνότητα των παιδιών που έκαναν απουσίες είναι:

α. $\frac{30}{100}$ β. $\frac{12}{100} \cdot 30$ γ. $\frac{30}{12} \cdot 100$ δ. $\frac{26}{30}$.

IV. Η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στα παιδιά που έκαναν 0 απουσίες είναι:

α. $\frac{30}{100} \cdot 12$ β. $\frac{4}{360} \cdot 30$

γ. $\frac{4}{30} \cdot 360$ δ. $\frac{4}{100} \cdot 360$

Αριθμός απουσιών	Συχνότητα (αριθμός μαθητών)
0	4
1	6
2	12
3	4
4	2
5	2

3

Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Αριθμός τερμάτων	Αριθμών αγώνων	Σχετικές συχνότητες (επι τοις %)
0	5	25
1		20
2	5	
3		15
4	2	
5	1	

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1

Από την ερώτηση ενός δείγματος 800 οικογενειών ως προς τον αριθμό των παιδιών προέκυψε ο διπλανός πίνακας.

- α.** Να κάνετε την κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων και να παραστήσετε την κατανομή αυτή με ραβδόγραμμα.
- β.** Αν οι οικογένειες με περισσότερα από 3 παιδιά παίρνουν επίδομα πολυτεκνίας να βρείτε το ποσοστό των οικογενειών που θα πάρουν το επίδομα.

Αριθμός παιδιών	Αριθμός οικογενειών
0	128
1	184
2	248
3	160
4	48
5	24
6	8

2

Στον διπλανό πίνακα συχνοτήτων, να βρεθούν οι x , y , ω , κ , η .

	Συχνότητα	Σχ. συχνότητα
10	12	y
11	x	ω
12	20	κ
13	10	η
Σύνολο	50	

3

Ο διπλανός πίνακας συχνοτήτων παρουσιάζει τον αριθμό των παιδιών που έχουν οι 50 οικογένειες του δείγματος. Να βρείτε πόσες οικογένειες έχουν:

- α)** λιγότερα από 2 παιδιά
β) το πολύ 4 παιδιά
γ) τουλάχιστον 3 παιδιά

Αριθμός παιδιών	Συχνότητα
0	10
1	8
2	23
3	6
4	2
5	0
6	1
Σύνολο	50

4.3 Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

4

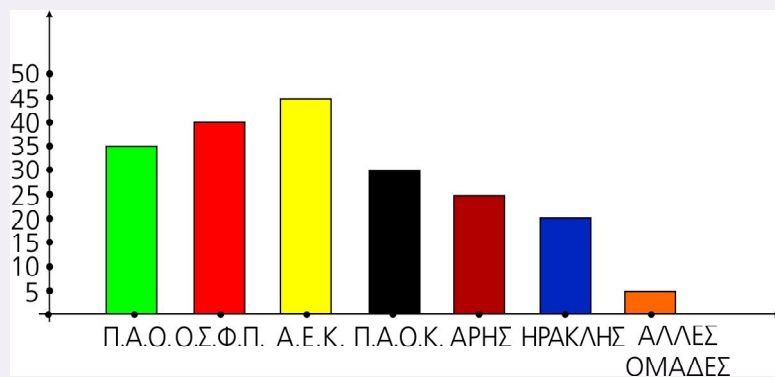
Καταγράψαμε τον αριθμό δωματίων στα 18 διαμερίσματα μιας πολυκατοικίας και είχαμε τις εξής πληροφορίες:

3	2	3	3	4	5
4	3	4	2	4	2
5	6	1	5	1	6

Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.

5

Για το παρακάτω ραβδόγραμμα να κάνετε πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων



ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

Μια αυτοκινητοβιομηχανία θέλει να μάθει τις προτιμήσεις των καταναλωτών σε μια πόλη ως προς το χρώμα των αυτοκινήτων που προτιμούν. Για τον λόγο αυτό κάνει ένα δειγματοληπτικό έλεγχο και οι απαντήσεις που πήρε φαίνονται στον διπλανό πίνακα. Να βρείτε:

- α. Ποιος είναι ο πληθυσμός και ποιο είναι το δείγμα.
- β. Ποιο είναι το χαρακτηριστικό ως προς το οποίο εξετάζουμε το δείγμα και ποιες είναι οι παρατηρήσεις που προέκυψαν;
- γ. Να βρεθεί το ποσοστό των καταναλωτών που δεν προτιμούν κόκκινο αυτοκίνητο.

Χρώμα	Συχνότητα
Μπλε	150
Κόκκινο	250
Κίτρινο	50
Λευκό	200
Ασημί	150
Άλλο χρώμα	200

ΘΕΜΑ 2

Τρεις εταιρείες δημοσκοπήσεων θέλοντας να καταγράψουν τα ποσοστά προτίμησης των ελληνικών φιλάθλων για τις ομάδες ποδοσφαίρου της Α Εθνικής κατηγορίας ρώτησαν η κάθε μία 1.000 άτομα επιλέγοντάς τα ως εξής:

Η εταιρεία Α επέλεξε τα ερωτηθέντα άτομα έξω από το γήπεδο την ώρα που τελείωνε ο αγώνας Ολυμπιακού - ΟΦΗ.

Η εταιρεία Β επέλεξε τα άτομά της από το κέντρο της Αθήνας ρωτώντας στην τύχη τους περαστικούς.

Η εταιρεία Γ επέλεξε τα άτομά της από τις 20 μεγαλύτερες πόλεις της Ελλάδας ρωτώντας περαστικούς στην τύχη από το κέντρο κάθε πόλης.

- α. Ποια από τις εταιρείες νομίζετε ότι θα έχει πιο αντικειμενικά αποτελέσματα στην έρευνά της και γιατί;
- β. Αν έσεις επιλέγατε ένα δείγμα 1.000 ατόμων τι βελτιώσεις θα κάνατε στον τρόπο επιλογής τους από την εταιρεία της απάντησης του ερωτήματος α, ώστε τα αποτελέσματα να είναι ακόμα πιο αντικειμενικά;

ΘΕΜΑ 3

Το διπλανό ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων περιγράφει τις απουσίες του β τετραμήνου ενός τμήματος 25 μαθητών.

- α. Να φτιάξετε τον πίνακα συχνοτήτων - σχετικών συχνοτήτων.
- β. Να βρείτε την επικρατούσα κλάση.
- γ. Όποιος μαθητής έχει 45 απουσίες και άνω μένει στην ίδια τάξη. Πόσοι μαθητές κινδυνεύουν να μείνουν και τι ποσοστό του συνόλου αντιπροσωπεύουν;

