

## 4.2 Γραφικές παραστάσεις

### Ερώτηση 1

Τι είναι η Στατιστική;  
Τι είναι τα διαγράμματα και ποιες είναι οι βασικές μορφές διαγραμμάτων;

### Απάντηση

**Στατιστική** είναι ένας κλάδος των Μαθηματικών που ασχολείται με τη **συγκέντρωση** στοιχείων, την **ταξινόμησή** τους και την **παρουσίασή** τους με κατάλληλη μορφή έτσι ώστε να μπορούν να **αναλυθούν** και να **ερμηνευτούν** για να εξαγάγουμε χρήσιμα συμπεράσματα τα οποία μας εξυπηρετούν σε διάφορους σκοπούς.

**Διαγράμματα** λέγονται οι **εικόνες** που παρουσιάζουν με σύντομο και ζωντανό (παραστατικό) τρόπο ένα σύνολο αριθμητικών πληροφοριών.

Οι **πληροφορίες** παρουσιάζονται από τα **διαγράμματα** κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μας βοηθήσουν να **αντιληφθούμε σύντομα** ένα θέμα χωρίς να μπούμε σε **λεπτομέρειες**.

Βασικές μορφές διαγραμμάτων είναι:

- Τα **εικονογράμματα**
- Τα **ραβδογράμματα**
- Τα **κυκλικά διαγράμματα**
- Τα **χρονογράμματα**

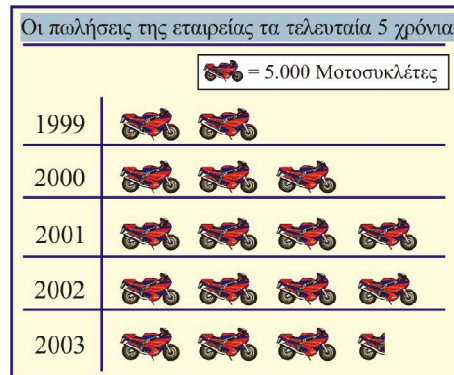
### Ερώτηση 2

Τι είναι τα εικονογράμματα;

### Απάντηση

**Εικονογράμματα** είναι τα διαγράμματα όπου οι πληροφορίες δίνονται με την **επανάληψη μιας εικόνας** που χρησιμοποιείται σαν **κλίμακα**. Τα εικονογράμματα είναι ενδιαφέροντα και ελκυστικά, **μειονεκτούν** όμως επειδή χρειάζονται αρκετό χρόνο και δεξιότητα για να σχεδιαστούν και κυρίως όταν θέλουμε να παραστήσουμε ένα μέρος της κλίμακας (εικόνας).

**Παράδειγμα:** Το πιο κάτω εικονογράμμα απεικονίζει τον αριθμό μοτοσυκλετών έως 100 κυβικά που πούλησε μια αντιπροσωπεία στην Αθήνα τα πέντε τελευταία έτη. Με μια γρήγορη ματιά τι συμπεράσματα προκύπτουν;



### Λύση

Εύκολα παρατηρούμε ότι από το 1999 έως το 2001 η αντιπροσωπεία είχε αύξηση στις πωλήσεις της. Το 2002 έμεινε σταθερή στις πωλήσεις και το 2003 είχε μείωση.

*Αν υποθέσουμε ότι κάποιο έτος η αντιπροσωπεία πουλήσε 16.000 μοτοσυκλέτες πως θα κάναμε το σχεδιασμό; Προφανώς, θα σχεδιάζαμε τρεις φορές την εικόνα μιας μοτοσυκλέτας συμβολίζοντας έτσι τις 15.000. Όμως θα είχαμε πρόβλημα στην απεικόνιση των υπόλοιπων 1000 μοτοσυκλετών. Βλέπουμε λοιπόν ένα **μειονέκτημα των εικονογραμμάτων**.*

### Ερώτηση 3

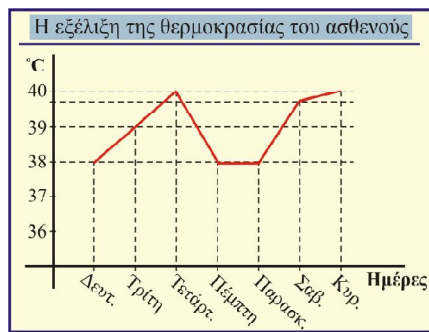
Τι είναι τα χρονογράμματα;

### Απάντηση

**Χρονογράμματα** είναι τα διαγράμματα που χρησιμοποιού-

με για να παραστήσουμε την **εξέλιξη** ενός **φαινομένου** σε **διάφορες χρονικές στιγμές** (που συνήθως ισαπέχουν)

**Παράδειγμα:** Το πιο κάτω χρονόγραμμα δίνει τον πυρετό ενός άρρωστου μαθητή κατά τη διάρκεια μιας εβδομάδας που νοσηλεύτηκε στο νοσοκομείο. Σχολιάστε τα συμπεράσματα που προκύπτουν. Ο ασθενής θα εξέλθει από το νοσοκομείο όταν ο πυρετός του είναι φυσιολογικός (περίπου 37 °C). Είναι έτοιμος να εξέλθει την Κυριακή;



### Λύση

Γρήγορα αντιλαμβανόμαστε ότι ο άρρωστος είχε υψηλό πυρετό που αυξανόταν από τη Δευτέρα έως την Τετάρτη. Την Πέμπτη μειώθηκε στους 38 °C, όπου και σταθεροποιήθηκε μέχρι την Παρασκευή. Μετά όμως ο πυρετός του είναι αυξητικός οπότε ο ασθενής θα παραμείνει στο νοσοκομείο.

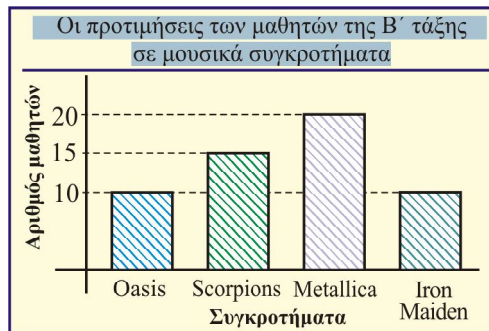
### Ερώτηση 4

Τι είναι τα **ραβδογράμματα**;

### Απάντηση

**Ραβδογράμματα** είναι τα διαγράμματα που οι πληροφορίες δίνονται με **κατακόρυφα** (ή **οριζόντια**) **ορθογώνια**. Γενικά σχεδιάζονται εύκολα και είναι πιο ακριβή από τα εικονογράμματα.

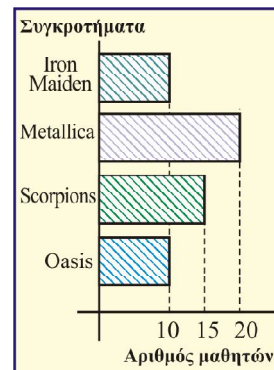
**Παράδειγμα:** Το πιο κάτω ραβδόγραμμα δίνει τις προτιμήσεις των μαθητών της Β' τάξης γυμνασίου ενός σχολείου στα 4 πιο δημοφιλή ξένα συγκροτήματα. Σχολιάστε τα συμπεράσματα που προκύπτουν από το ραβδόγραμμα αυτό.



### Λύση

Εύκολα βλέπουμε ότι το δημοφιλέστερο συγκρότημα είναι οι Metallica, ακολουθεί αυτό των Scorpions και μετά οι Oasis και οι Iron Maiden με ίσες προτιμήσεις. Το πρώτο σε προτίμηση (Metallica) μάλιστα έχει διπλάσιο αριθμό προτιμήσεων από τα τελευταία σε προτίμηση.

Το παραπάνω διάγραμμα θα μπορούσε να σχεδιαστεί όπως παρακάτω



### Ερώτηση 5

Τι είναι τα **κυκλικά διαγράμματα**;

### Απάντηση

**Κυκλικά διαγράμματα** είναι τα διαγράμματα που οι πληροφορίες για τα διάφορα μέρη ενός μεγέθους ή ποσού δίνονται

νται με “κομμάτια μιας ολόκληρης πίτας” η οποία συμβολίζει ολόκληρο το μέγεθος.

**Παράδειγμα:** Το διπλανό κυκλικό διάγραμμα απεικονίζει την κατάκτηση πρωταθλημάτων στο ελληνικό πρωτάθλημα ποδοσφαίρου της Α΄ Εθνικής κατηγορίας από το 1960 έως το 2003. Σχολιάστε τα συμπεράσματα που προκύπτουν.

### Λύση

Εύκολα συμπεραίνουμε ότι ο Ολυμπιακός και ο Π.Α.Ο. έχουν κατακτήσει τα περισσότερα πρωταθλήματα (προηγείται ο Ολυμπιακός). Κατόπιν ακολουθεί η ΑΕΚ, ο ΠΑΟΚ και τέλος η Λάρισα.

Προφανώς αυτές είναι οι μόνες ομάδες που έχουν πάρει πρωτάθλημα.



## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Οι μαθητές της Β΄ τάξης ενός Γυμνασίου ρωτήθηκαν για τα αθλήματα που προτιμούν. Οι απαντήσεις φαίνονται στους παρακάτω πίνακες.

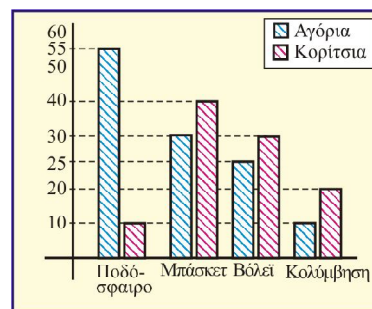
Αγόρια			
Ποδόσφαιρο	Μπάσκετ	Βόλεϊ	Κολύμβηση
55	30	25	10

Κορίτσια			
Ποδόσφαιρο	Μπάσκετ	Βόλεϊ	Κολύμβηση
10	40	30	20

- Να παραστήσετε τα παραπάνω δεδομένα στο ίδιο σύστημα αξόνων με ραβδογράμματα.
- Να βρεθούν τα ποσοστά των αγοριών και των κοριτσιών στην τάξη.
- Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που προτιμούν βόλεϊ.

**Λύση**

α.



- β. Το σύνολο των αγοριών είναι 120 και των κοριτσιών 100, όπως φαίνεται από τους πίνακες. Άρα το σύνολο των μαθητών είναι 220. Το ποσοστό των αγοριών είναι
- $$\frac{120}{220} \approx 0,5454 \text{ ή } 54,54\%$$

και το ποσοστό των κοριτσιών είναι

$$\frac{100}{220} \approx 0,4546 \text{ ή } 45,46\%$$

- γ. Οι μαθητές που προτιμούν βόλεϊ είναι 25 αγόρια και 30 κορίτσια, σύνολο 55. Οπότε το ποσοστό τους είναι

$$\frac{55}{220} = \frac{1}{4} \text{ ή } 25\%$$

2

Ο χημικός τύπος του φωσφορικού οξέος είναι  $\text{H}_3\text{PO}_4$ , δηλαδή ένα μόριο οξέος αποτελείται από 3 άτομα Η (υδρογόνου), ένα άτομο Ρ (φωσφόρου) και τέσσερα άτομα Ο (οξυγόνου). Να σχεδιάσετε σε κυκλικό διάγραμμα τη σύσταση του μορίου του  $\text{H}_3\text{PO}_4$  ανάλογα με τα άτομα.

**Λύση**

Το μόριο του  $\text{H}_3\text{PO}_4$  αποτελείται από οκτώ συνολικά άτομα.

Στο υδρογόνο αντιστοιχεί γωνία:  $\frac{3}{8} \cdot 360^\circ = 135^\circ$

(Στο μόριο του  $\text{H}_3\text{PO}_4$  υπάρχουν 3 άτομα Η σε σύνολο 8)

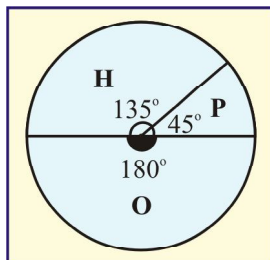
Στο φώσφορο αντιστοιχεί γωνία:

$$\frac{1}{8} \cdot 360^\circ = 45^\circ$$

Στο οξυγόνο αντιστοιχεί γωνία:

$$\frac{4}{8} \cdot 360^\circ = 180^\circ$$

Αρα το κυκλικό διάγραμμα είναι το αυτό που φαίνεται στο διπλανό σχήμα:



3

Το παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζει τα μηνιαία έξοδα ενός μαθητή, που είναι 120€.

α. Αν η γωνία που αντιστοιχεί στο φαγητό είναι  $120^\circ$  να βρεθεί πόσα ευρώ ξοδεύει για φαγητό.

β. Αν για τα βιβλία ξοδεύει 12€ να βρεθεί η αντίστοιχη γωνία.

**Λύση**

α. Το μέρος (ποσοστό) των χρημάτων που δί-

νει για φαγητό είναι:  $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ .

Αρα για φαγητό ξοδεύει:

$$\frac{1}{3} \cdot 120 = 40 \text{ €}$$

β. Το μέρος των χρημάτων που ξοδεύει για τα

βιβλία είναι:  $\frac{12}{120} = \frac{1}{10}$

Αρα η αντίστοιχη γωνία είναι :

$$\frac{1}{10} \cdot 360^\circ = 36^\circ$$

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

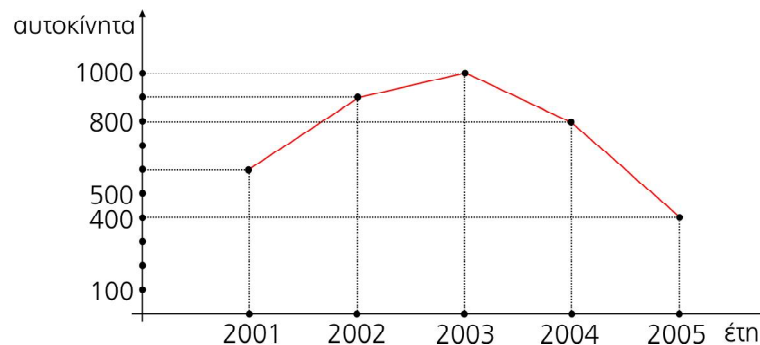
α) Το ραβδόγραμμα αποτελείται από ορθογώνιες στήλες που οι βάσεις του βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο ή κατακόρυφο άξονα

β) Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται όταν θέλουμε να παρουσιάσουμε την εξέλιξη ενός μεγέθους κατά την διάρκεια του χρόνου

γ) Το διάγραμμα στο οποίο οι πληροφορίες δίνονται με “κομμάτια μιας ολόκληρης πίτας” είναι το εικονόγραμμα

δ) Τα ραβδογράμματα είναι πιο ακριβή από τα εικονογράμματα

2 Το παρακάτω χρονόγραμμα παρουσιάζει τις πωλήσεις μιας αντιπροσωπείας αυτοκινήτων την πενταετία 2001 - 2005



α) Το έτος 2003 πουλήθηκαν

A. 500 αυτοκίνητα

B. 700 αυτοκίνητα

Γ. 1000 αυτοκίνητα

Δ. 800 αυτοκίνητα

E. 300 αυτοκίνητα

β) Το έτος με τις λιγότερες πωλήσεις ήταν το

A. 2002

B. 2003

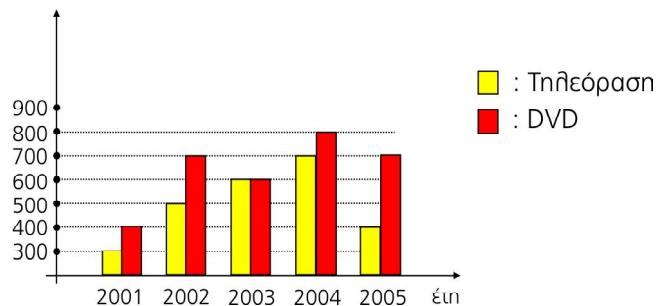
Γ. 2004

Δ. 2005

E. 2001

3

Το παρακάτω ραβδόγραμμα δείχνει τις πωλήσεις τηλεόρασεων και DVD σε ένα κατάστημα την πενταετία 2001 - 2005.



Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

	Τηλεόραση	DVD
2001		
2002		
2003		
2004		
2005		

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1** Να κατασκευάσετε κυκλικό διάγραμμα για τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα, που δίνει την έκταση των ηπείρων σε εκατομύρια Km<sup>2</sup>.

Ήπειρος	Ασία	Αφρική	Ευρώπη	Αμερική	Ωκεανία
Έκταση	44	30,5	10,5	20,8	9

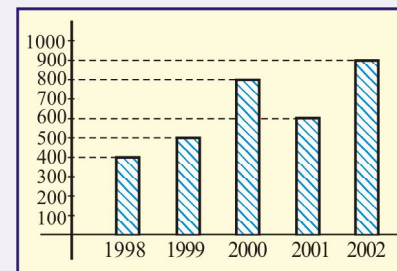
- 2** Το ύψος ενός παιδιού κάθε χρόνο φαίνεται στον παρακάτω πίνακα. Να φτιάξετε το χρονόγραμμα του ύψους. Ποια χρονική περίοδο είχε τη μεγαλύτερη ανάπτυξη;

Ηλικία	7	8	9	10	11	12	13
Ύψος σε cm	126	130	138	142	146	150	160

- 3** Ο χημικός τύπος του χλωρικού οξέος είναι HClO<sub>3</sub>, δηλαδή ένα μόριο οξέος αποτελείται από ένα άτομο H, ένα άτομο Cl και τρία άτομα O. Να σχεδιάσετε το κυκλικό διάγραμμα για τη σύσταση του μορίου ως προς τα άτομα.

- 4** Το διπλανό ραβδόγραμμα δείχνει τις γεννήσεις που πραγματοποιήθηκαν στο μαιευτήριο μιας πόλης από το 1998 έως το 2002.

- α. Πόσες γεννήσεις έγιναν κάθε χρόνο;
- β. Ποιο έτος παρουσιάστηκε μείωση γεννήσεων σε σχέση με το προηγούμενο; Πόσο % ήταν η μείωση;
- γ. Πόσο % ήταν η αύξηση ανάμεσα στα έτη 2001 και 2002;



5

Στον διπλανό πίνακα δίνονται τα μετάλλια των δύο πρώτων χωρών σε κάποιο παγκόσμιο πρωτάθλημα στίβου.

α. Να παραστήσετε τα παραπάνω δεδομένα στο ίδιο σύστημα αξόνων με ραβδογράμματα.

β. Να βρεθούν τα ποσοστά των χρυσών μεταλλίων κάθε χώρας που κατέκτησε επί του συνόλου των μεταλλίων της.

Χώρα	Χρυσά	Αργυρά	Χάλκινα	Σύνολο
Η.Π.Α.	3	7	9	19
Ρωσία	2	4	2	8

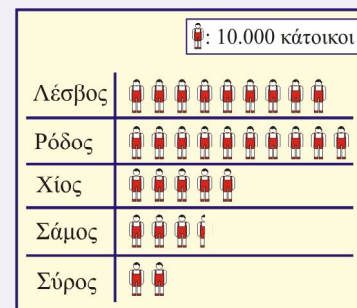
6

Το διπλανό εικονόγραμμα μας πληροφορεί για τον πληθυσμό μερικών νησιών του Αιγαίου κατά την απογραφή του 2001.

α. Να γράψετε τον πληθυσμό κάθε νησιού.

β. Πόσο % λιγότερος είναι ο πληθυσμός της Σάμου από τον πληθυσμό της Λέσβου;

γ. Πόσο % περισσότερος είναι ο πληθυσμός της Λέσβου από τον πληθυσμό της Σύρου;





## ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

### Ερώτηση 1

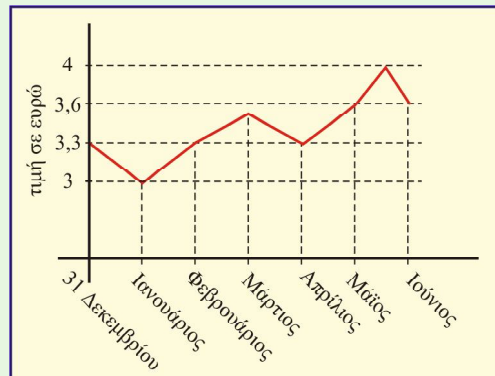
Αναφέρετε ένα πλεονέκτημα και ένα μειονέκτημα των εικονογραμμάτων.

### Ερώτηση 2

Ποια είναι πιο ακριβή στις πληροφορίες που μας δίνουν, τα εικονογράμματα ή τα ραβδογράμματα;

### Άσκηση 1

Στο πιο κάτω διάγραμμα φαίνονται οι τιμές κλεισίματος στο τέλος κάθε μήνα της μετοχής “super μπαλιονέξ” στο χρηματιστήριο, κατά το πρώτο εξάμηνο ενός έτους.



- Ποια είναι η ονομασία του παραπάνω διαγράμματος;
- Ο κύριος Κληωνάς, επένδυσε 30.000 € στην πιο πάνω μετοχή στο τέλος Ιανουαρίου και την πούλησε στο τέλος Φεβρουαρίου, ενώ ο Κύριος Αναστασούλης επένδυσε το ίδιο ποσό, αγοράζοντας την μετοχή τέλος Απριλίου και πουλώντας τη τέλος Μαΐου. Ποιος από τους δύο κυρίους κέρδισε περισσότερα χρήματα;

**Άσκηση 2**

Την μετοχή της προηγούμενης άσκησης αγόρασε ο κύριος Πηρουνίδης στις 31 Δεκεμβρίου και την πούλησε στο τέλος Ιουνίου ενώ ο κύριος Κωνσταντόπουλος προτίμησε να καταθέσει τα χρήματά του στην τράπεζα με επιτόκιο 10% ετησίως. Ποιος από τους δύο είχε μεγαλύτερο ποσοστό κέρδους;

**Άσκηση 3**

Το διπλανό κυκλικό διάγραμμα παριστάνει τα αποτελέσματα (νίκες - ήττες - ισοπαλίες) της ομάδας "Ταλαιπωριακού" στα 36 παιχνίδια που έδωσε στο φετινό πρωτάθλημα. Αν οι ήττες είναι 18 και οι ισοπαλίες είναι διπλάσιες από τις νίκες που έκανε, να βρεθεί:

- Πόσες είναι οι ισοπαλίες και πόσες οι νίκες.
- Να βρεθούν οι γωνίες  $x$  και  $y$ .

