

## 3.4 Η συνάρτηση $y = ax + \beta$

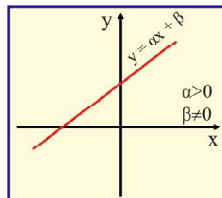
### Ερώτηση 1

Τι γνωρίζεται για την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = ax + \beta$ ;

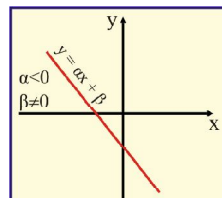
### Απάντηση

Η γραφική παράσταση της  $y = ax + \beta$  είναι μια ευθεία γραμμή. Για αυτό το λόγο όλες οι συναρτήσεις αυτής της μορφής ονομάζονται **γραμμικές συναρτήσεις**.

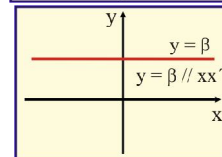
- Αν  $\beta = 0$  έχουμε την  $y = ax$
- Αν  $\beta \neq 0$  τότε:
  - Αν  $a > 0$ , είναι μια ευθεία γραμμή που "ανεβαίνει" προς τα δεξιά και δεν περνάει από την αρχή των αξόνων.



- Αν  $a < 0$  είναι μια ευθεία γραμμή που "κατεβαίνει" προς τα δεξιά και δεν περνάει από την αρχή των αξόνων.



- Αν  $a = 0$  τότε έχουμε την  $y = \beta$  που είναι μια ευθεία γραμμή παράλληλη με τον άξονα  $x'$ :



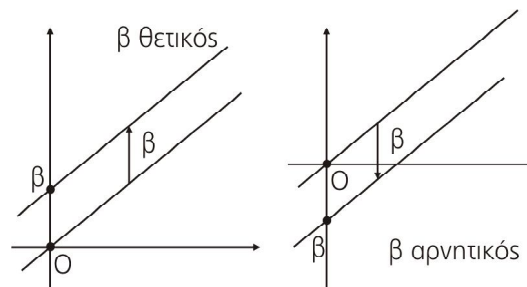
Η γραφική παράσταση της  $y = ax + \beta$ ,  $\beta \neq 0$  είναι μια ευθεία παράλληλη της ευθείας με εξίσωση  $y = ax$ , που διέρχεται από το σημείο  $(0, \beta)$  του άξονα  $y'y$ .

Η γραφική της παράσταση προκύπτει από την γραφική παράσταση της  $y = ax$ , αν την μετατοπίσουμε παράλληλα

προς τον άξονα  $y'y$  κατά  $\beta$  μονάδες, ως εξής

- Αν  $\beta > 0$  η μετατόπιση γίνεται προς τα πάνω
- Αν  $\beta < 0$  η μετατόπιση γίνεται προς τα κάτω

Ο αριθμός  $a$ , που λέγεται κλίση της ευθείας  $y = ax$ , λέγεται και **κλίση της ευθείας  $y = ax + \beta$** .



### Ερώτηση 2

Τι παριστάνει η εξίσωση της μορφής  $ax + \beta y = \gamma$ ;

### Απάντηση

Μια εξίσωση της μορφής  $ax + \beta y = \gamma$ , με  $a \neq 0$  ή  $\beta \neq 0$  παριστάνει ευθεία. Για την χάραξη της γραφικής παράστασης ευθείας με την μορφή αυτή λειτουργούμε ως εξής:

- Βρίσκουμε σημεία τομής της ευθείας  $ax + \beta y = \gamma$  με τους άξονες.
- Γνωρίζουμε ότι ο άξονας  $x'x$  έχει εξίσωση  $y = 0$ . Επομένως, για να βρούμε το σημείο  $A$ , στο οποίο η ευθεία  $ax + \beta y = \gamma$ , με  $a \neq 0$  ή  $\beta \neq 0$  τέμνει τον άξονα  $x'x$ , θέτουμε  $y = 0$  και υπολογίζουμε την τετμημένη του  $x$ .
- Γνωρίζουμε ότι ο άξονα  $y'y$  έχει εξίσωση  $x = 0$ . Επομένως, για να βρούμε το σημείο  $B$  στο οποίο η ευθεία

$ax + by = \gamma$ , με  $a \neq 0$  ή  $b \neq 0$  τέμνει τον άξονα  $y'y$ , θέτουμε  $x = 0$  και υπολογίζουμε την τεταγμένη του  $y$ .

- Ενώνουμε τα σημεία  $A, B$  και προεκτείνουμε. Αυτή η ευθεία είναι η  $ax^2 + by = \gamma$  με  $a \neq 0$  ή  $b \neq 0$ .

### Σχόλιο:

Η κλίση της ευθείας  $ax + by = \gamma$  με  $b \neq 0$  βρίσκεται ως εξής:

$$ax + by = \gamma \quad \text{ή}$$

$$by = \gamma - ax \quad \text{ή}$$

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{\gamma}{b} \quad \text{ή}$$

Άρα η κλίση είναι  $-\frac{a}{b}$

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1

Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $y = -4x, y = -4x + 3$  και  $y = -4x - 3$ , όπου  $x$  ο πραγματικός αριθμός.

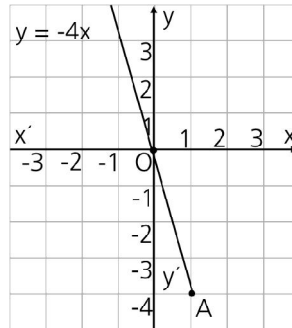
### Λύση

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = -4x$  είναι ευθεία, η οποία διέρχεται από την αρχή  $O$  των αξόνων. Για να τη σχεδιάσουμε, αρκεί να βρούμε ένα ακόμη σημείο της.

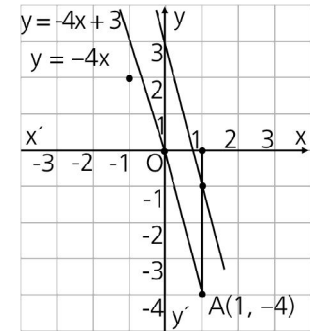
Για  $x = 1$  είναι  $y = -4 \cdot 1 = -4$ .

Άρα, διέρχεται και από το σημείο  $A$  με συντεταγμένες  $(1, -4)$ . Ενώνουμε το  $O$  με το  $A$  και προεκτείνουμε.

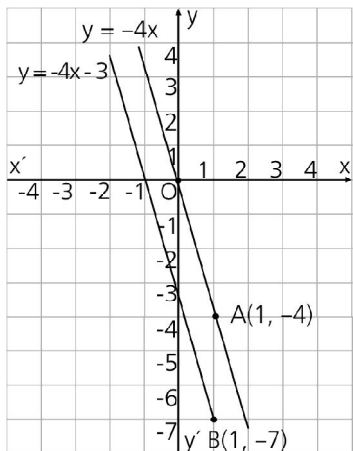
Η γραφική παράσταση της  $y = -4x$  φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.



Η γραφική παρασταση της συνάρτησης  $y = -4x + 3$  είναι ευθεία παράλληλη με την  $y = -4x$  και τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $(0, 3)$ . Μεταφέρουμε το σημείο  $(0, 0)$  στο σημείο  $(0, 3)$  και το σημείο  $(1, -4)$  στο  $(1, -1)$ . Ενώνουμε τα νέα αυτά σημεία και προεκτείνουμε. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = -4x + 3$  φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Ομοίως, η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = -4x - 3$  είναι ευθεία παράλληλη με την  $y = -4x$  και τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $(0, -3)$ . Μεταφέρουμε το σημείο  $(0, 0)$  στο σημείο  $(0, -3)$  και το σημείο  $(1, -4)$  σημείο  $(1, -7)$ . Ενώνουμε τα σημεία αυτά και προεκτείνουμε, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



2

Δίνεται η εξίσωση  $4x - 5y = 20$ , όπου  $x, y$  πραγματικοί αριθμοί.

- Να βρείτε τα σημεία στα οποία η ευθεία αυτή τέμνει τους άξονες.
- Να τη σχεδιάσετε σε σύστημα αξόνων.
- Να εκφράσετε το  $y$  ως συνάρτηση του  $x$  και να βρείτε την κλίση της ευθείας.

**Λύση**

α. Για τον  $y'y$ :

$$4 \cdot 0 - 5y = 20 \quad \text{ή}$$

$$-5y = 20 \quad \text{ή}$$

$$y = \frac{20}{-5} = -4$$

Άρα, τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο A με συντεταγμένες  $(0, -4)$ .

Για τον  $x'x$ :

Θέτουμε  $y = 0$  στην εξίσωση της ευθείας, οπότε έχουμε:

$$4x - 5 \cdot 0 = 20 \quad \text{ή}$$

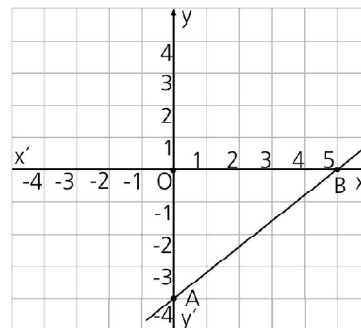
$$4x = 20 \quad \text{ή}$$

$$x = \frac{20}{4} = 5$$

Άρα, τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο B με συντεταγμένες  $(5, 0)$ .

β. Ενώνουμε τα παραπάνω σημεία A και B και προεκτείνουμε.

Η γραφική παράσταση της ευθείας  $4x - 5y = 20$



γ. Για να εκφράσουμε το  $y$  ως συνάρτηση του  $x$ , ρύνουμε ως προς  $y$  τη σχέση  $4x - 5y = 20$ , δηλαδή:

$$-5y = -4x + 20 \quad \text{ή}$$

$$y = \frac{-4}{-5}x + \frac{20}{-5} \quad \text{ή}$$

$$y = \frac{4}{5}x - 4$$

Η κλίση της ευθείας αυτής είναι  $\frac{4}{5}$ .

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

α) Η κλίση της ευθείας  $3x + \psi = 1$  είναι  $-3$

β) Η κλίση της ευθείας  $3x - \psi = 1$  είναι  $1/3$

γ) Η ευθεία  $x + \psi = 2$  περνάει από το σημείο  $(1,1)$

δ) Η ευθεία  $2x + \psi = 6$  τέμνει τον  $x'x$  στο σημείο  $(0,3)$

2 Η ευθεία  $2x + \psi = 3$  είναι παράλληλη στην ευθεία

A.  $\psi = -2x + 3$

B.  $\psi = 2x - 5$

Γ.  $\psi = x - 5$

Δ.  $\psi = \frac{1}{2}x$

E.  $\psi = 5x$

3 Το σημείο  $(0,3)$  ανήκει στην ευθεία

A.  $3x - 2\psi = -3$

B.  $x + \psi = -3$

Γ.  $2x + 3\psi = 1$

Δ.  $3x - \psi = -3$

E.  $x + \psi = 1$

4 Η ευθεία  $3\psi - 2x = a$  διέρχεται από το σημείο  $(3,2)$  όταν το  $a$  ισούται με:

A. 1

B. 2

Γ. -1

Δ. -2

E. 0

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1

Δίνεται η συνάρτηση  $y = \eta \cdot x + 4$ , όπου  $\eta$  είναι ένας αριθμός. Αν γνωρίζουμε ότι ο διπλανός πίνακας είναι πίνακας τιμών της συνάρτησης μπορούμε να υπολογίσουμε το  $\eta$ ;

x	1
y	5

2

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών αν γνωρίζετε ότι είναι ο πίνακας της συνάρτησης:  $y = 2x - 5$ .

x	1			0	10
y		9	1		

3

Αν γνωρίζετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = x + 2$  είναι ευθεία γραμμή να υπολογίσετε τα σημεία τομής αυτής με τους άξονες συντεταγμένων. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε αυτή την ευθεία.

4

Αν ξέρετε ότι η  $y = \frac{x+1}{3}$  έχει γραφική παράσταση μία ευθεία γραμμή, βρείτε σε ποια σημεία τέμνει τους άξονες των συντεταγμένων.

5

Δίνεται η συνάρτηση:  $y = -x + 4$

α. Να βρείτε σε ποια σημεία η γραφική της παράσταση τέμνει τους άξονες συντεταγμένων.

β. Αν A το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα  $xx'$  και B το σημείο τομής με τον άξονα  $yy'$ , τι είναι το τρίγωνο OAB;

6

Να εξετάσετε αν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

α.  $y = x$  και  $y = -x$

β.  $y = \frac{1}{2}x + 4$  και  $y = \frac{1}{2}x - 8$

είναι μεταξύ τους παράλληλες.

- 7 Να προσδιορίσετε το  $\eta$  έτσι ώστε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $y = 2x + 4$  και  $y = (3\eta + 7)x - 8$  να είναι μεταξύ τους παράλληλες
- 8 Να προσδιορίσετε το  $\eta$  ώστε οι ευθείες  $y = \eta x$  και  $y = (2\eta + 7)x - 12$  να είναι παράλληλες μεταξύ τους.
- 9 Να βρείτε τα σημεία που η γραφική παράσταση της  $y = \frac{1}{3}x - 5$  τέμνει τους άξονες συντεταγμένων.
- 10 Να κάνετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $y = x + 10$  και  $y = x - 4$ . Τι παρατηρείτε; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- 11 Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση 3 και τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο  $A\left(\frac{2}{3}, 0\right)$
- 12 Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση  $y = 3x + 1$  όταν  $1 \leq x \leq 2$
- 13 Να βρείτε τις τιμές των  $\eta, \mu$  ώστε η ευθεία  $y = (\mu^2 + \eta)x - \mu + 3$ , ώστε να έχει κλίση 9 και να τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $A(0, 5)$
- 14 Ένας έμπορος ποδηλάτων προμηθεύει τα καταστήματα με ποδήλατα που κοστίζουν 120€ το ένα κάνοντας και ένα ποδήλατο δώρο αξίας 100€.
- α) Να εκφράσετε τα συνολικά έσοδα του εμπόρου  $y$  συναρτήσει του αριθμού ποδηλάτων  $x$  που θα πουλήσει σε κάποιο κατάστημα.
- β) Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής για  $0 \leq x \leq 500$ .
- γ) Πόσα ποδήλατα πρέπει να πουλήσει σε ένα κατάστημα, ώστε τα έσοδά του να είναι 1.100€;

**ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ****ΘΕΜΑ 1**

- α. Πότε δύο ποσά είναι ανάλογα μεταξύ τους;  
β. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = ax$ , αν:  
i.  $a > 0$                     ii.  $a < 0$

**ΘΕΜΑ 2**

- α. Πότε δύο γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων της μορφής  $y = ax + \beta$  είναι παράλληλες μεταξύ τους; Να δώσετε παράδειγμα.  
β. Να γράψετε ότι γνωρίζετε σχετικά με την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = ax + \beta$  και σε κάθε περίπτωση να δώσετε παράδειγμα.

**ΘΕΜΑ 3**

- α. Να βρείτε τα κοινά σημεία με τους άξονες συντεταγμένων της συνάρτησης  $y = 12x + -6$ .  
β. Να κάνετε γραφική παράσταση της συνάρτησης και στη συνέχεια να βρείτε άλλη μία συνάρτηση της μορφής  $y = ax + \beta$ , που η γραφική της παράσταση να είναι παράλληλη με την αρχική.

**ΘΕΜΑ 4**

Ο κύριος Γιώργος έχει 3 παιδιά ηλικίας 10, 12 και 13 χρονών. Θέλει να τους μοιράσει το ποσό των 210 € ανάλογα με την ηλικία τους. Να υπολογίσετε πόσα χρήματα θα πάρει το κάθε παιδί.

**ΘΕΜΑ 5**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $y = \left(\frac{n+1}{2}\right)x - 7$  και  $y = (n-8)x + 3$ .

Να προσδιορίσετε την τιμή του  $n$  ώστε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων να είναι ευθείες παράλληλες. Στη συνέχεια να κάνετε γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων.

