

3.3 Η συνάρτηση $y = ax$

Ερώτηση 1

Πότε δύο ποσά ονομάζονται ανάλογα;

Απάντηση

Δυο ποσά ονομάζονται **ανάλογα** όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός ποσού με έναν αριθμό, πολλαπλασιάζονται και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου ποσού με τον ίδιο αριθμό.

Ερώτηση 2

Πώς καταλαβαίνουμε ότι δύο ποσά είναι ανάλογα και ποια συνάρτηση τα συνδέει;

Απάντηση

Δυο ποσά είναι ανάλογα όταν ο λόγος των αντιστοίχων τιμών τους είναι σταθερός. Αν έχουμε δύο ποσά που είναι ανάλογα και έστω x οι τιμές του ενός ποσού και y του άλλου, τότε οι τιμές των ποσών συνδέονται με τη συνάρτηση $y = ax$.

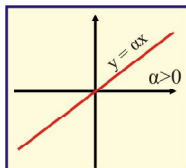
Ερώτηση 3

Τι γνωρίζετε για την συνάρτηση $y = ax$;

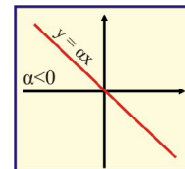
Απάντηση

- α. Η συνάρτηση $y = ax$ συνδέει τις τιμές αναλόγων ποσών.
- β. Η γραφική παράσταση αυτής είναι ευθεία γραμμή που περνάει από την αρχή των αξόνων $O(0,0)$.

- γ. Για $a > 0$ η ευθεία $y = ax$ βρίσκεται στο 1ο και στο 3ο τεταρτημόριο.



Για $a < 0$ η ευθεία $y = ax$ βρίσκεται στο 2ο και στο 4ο τεταρτημόριο.



Ερώτηση 4

Τι ονομάζεται κλίση μιας ευθείας $y = ax$;

Απάντηση

Παρατηρούμε ότι στην ευθεία $y = ax$ ο λόγος $\frac{y}{x}$ είναι πάντα

σταθερός με a , δηλαδή: $\frac{y}{x} = a$, για $x \neq 0$.

Ο λόγος αυτός λέγεται **κλίση της ευθείας $y = ax$** .

Για παράδειγμα, η ευθεία $y = -2x$ έχει κλίση -2 .



Παρατήρηση

1. Η ευθεία $y = x$ είναι διχοτόμος της 1^{ns} και 3^{ns} γωνίας των αξόνων.
2. Η ευθεία $y = -x$ είναι διχοτόμος της 2^{ns} και 4^{ns} γωνίας των αξόνων.
3. Ο άξονας $x'x$ είναι ευθεία με εξίσωση $y = 0$.
4. Ο άξονας $y'y$ είναι ευθεία με εξίσωση $x = 0$.

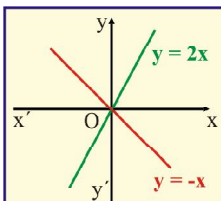
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1

Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y=2x$ και $y=-x$. Έχουν κοινό σημείο οι γραφικές τους παραστάσεις;

Λύση

Καταρχήν ξέρουμε ότι και οι δύο γραφικές παραστάσεις είναι ευθείες που περνούν από την αρχή των αξόνων μια που οι συναρτήσεις είναι της μορφής $y = ax$. Κατασκευάζουμε τους πίνακες τιμών. Αρκούν δύο σημεία αφού είναι γνωστό ότι δύο σημεία καθορίζουν τη θέση μιας ευθείας.



Για την $y = 2x$ έχουμε:

x	0	1
y	0	2

Για την $y = -x$ έχουμε:

x	0	1
y	0	-1

Σχεδιάζουμε τις γραφικές παραστάσεις:

Παρατηρούμε ότι οι δύο ευθείες έχουν κοινό σημείο την αρχή των αξόνων.

2

Δίνεται ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ περνάει από το σημείο $A(-4, 20)$. Να προσδιορίσετε το a και έπειτα να κάνετε γραφική παράσταση της συνάρτησης

Λύση

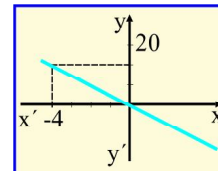
Εφόσον η γραφική παράσταση της συνάρτησης περνάει από

το $A(-4,20)$ σημαίνει ότι οι συντεταγμένες του σημείου αυτού επαληθεύουν την $y = ax$.

Δηλαδή: $20 = -4a$ ή $a = -5$.

Άρα η συνάρτηση είναι η $y = -5x$.

Περνάει από τα σημεία $O(0,0)$ και $A(-4,20)$ και έχει την γραφική παράσταση.



3

Δίνονται οι παρακάτω πίνακες που περιέχουν τιμές των ποσών x και y . Να ελέγξετε αν τα ποσά είναι ανάλογα και αν ναι, να βρείτε τη μαθηματική σχέση που τα συνδέει:

α.

x	1	2	3	4
y	2	4	6	8

β.

x	16	12	8	4
y	4	3	2	1

Λύση

α. Για να είναι δύο ποσά μεταξύ τους ανάλογα αρκεί να δείξουμε ότι ο **λόγος** των αντιστοίχων τιμών είναι στα-

θερός. Έχουμε: $\frac{y}{x} = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = 2$

Άρα τα ποσά x και y είναι ανάλογα και η μαθηματική σχέση που τα συνδέει είναι: $y = 2x$.

β. Όμοια και σε αυτόν τον πίνακα έχουμε:

$$\frac{y}{x} = \frac{4}{16} = \frac{3}{12} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Άρα και εδώ τα ποσά x και y είναι ανάλογα μεταξύ τους και $y = \frac{1}{4}x$.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

α. Η ευθεία $\psi = x$ είναι η διχοτόμος της 1ης και της 3ης γωνίας των αξόνων.

β. Η εξίσωση $x = 0$ είναι ο άξονας ψ' .

γ. Η ευθεία $\psi = 2x$ περνάει από το σημείο $(2, 0)$.

δ. Το σημείο $(2, 8)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της ευθείας $\psi = 4x$.

ε. Η ευθεία $\psi = -3x$ έχει κλίση 3.

2 Η ευθεία $\psi = -\frac{1}{3}x$ περνάει από τα τεταρτημόρια

A. 2ο και 3ο

B. 1ο και 3ο

Γ. 2ο και 4ο

Δ. 4ο και 1ο

E. 1ο και 2ο

3 Η γραφική παράσταση της συνάρτησης του διπλανού σχήματος είναι η ευθεία:

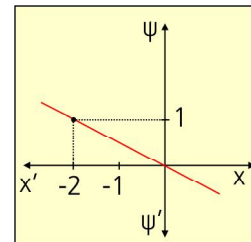
A. $\psi = 2x$

B. $\psi = -2x$

Γ. $\psi = \frac{1}{2}x$

Δ. $\psi = -\frac{1}{2}x$

E. $\psi = -x$



4 Ποια από τις παρακάτω ευθείες περνάει από το σημείο $(3, -1)$

A. $\psi = 3x$

B. $\psi = -3x$

Γ. $\psi = \frac{1}{3}x$

Δ. $\psi = -\frac{1}{3}x$

E. $y = x$

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1 Να προσδιορίσετε τον τύπο της συνάρτησης $y = ax$, αν ξέρετε ότι η γραφική παράσταση αυτή διέρχεται από το σημείο $A(1,7)$. Στη συνέχεια να κάνετε και την γραφική παράσταση αυτής.

2 Να φτιάξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y = 3$ και $y = -2$. Τι παρατηρείτε;

3 Μελετώντας τον πίνακα που ακολουθεί να ελέγξετε αν το ποσό x και y είναι μεταξύ τους ανάλογο. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

x	1	2	3	4	5	6
y	21	1	32	1	7	8

4 Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων τις ευθείες: $y = 5x$ και $y = -\frac{1}{5}x$.

5 Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων τις ευθείες: $y = 3x$, $y = -4x$, $y = 5x$.

6 Να σχεδιάσετε σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων μια ευθεία η οποία διέρχεται από την αρχή O των αξόνων και να έχει κλίση $\frac{4}{5}$.

7 Να βρείτε την κλίση μιας ευθείας η οποία διέρχεται από την αρχή O των αξόνων και από το σημείο $K(-4,5)$.

8 Να βρείτε την τιμή του K , ώστε:

α) Η ευθεία $y = (5\eta - 3)x$ να διέρχεται από το $A(4, 8)$.

β) Η ευθεία $y = -\frac{3}{2}x$ να διέρχεται από το $B(2, 2\eta - 7)$

9

Να κατασκευάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις ευθείες:

α) $y = x$, $y = 2x$, $y = 3x$

β) $y = -x$, $y = -2x$, $y = -3x$

10

Ένα κατάστημα κάνει έκπτωση 10% σε όλα τα προϊόντα του.

α. Να βρείτε τη σχέση που εκφράζει τις νέες τιμές y των προϊόντων μετά την έκπτωση, ως συνάρτηση των αρχικών τους τιμών x .

β. να σχεδιάσετε την συνάρτηση.

γ. Με τη βοήθεια της παραπάνω συνάρτησης να υπολογίσετε

i. την τιμή του πουκάμισου μετά την έκπτωση αν η τιμή του ήταν 85 ευρώ πριν την έκπτωση.

ii. την αρχική τιμή ενός παντελονιού αν μετά την έκπτωση αγοράστηκε 70 ευρώ.

11

Να βρεθούν τρεις αριθμοί ανάλογα με τους αριθμούς 2, 4, 7, αν το άθροισμα τους είναι 195.

12

Για το ζύμωμα του ψωμιού η αναλογία που χρησιμοποιείται σε αλεύρι και νερό είναι $\frac{5}{2}$. Αν το ζυμάρι έχει βάρος 490gr, πόσα gr αλεύρι και πόσα νερού χρησιμοποιήσαμε;

