

3.1 Η έννοια της συνάρτησης

Ερώτηση 1

Τι λέγεται συνάρτηση;

Απάντηση

Η σχέση εκείνη που κάθε τιμή της μεταβλητής x , αντιστοιχίζεται σε **μια μόνο τιμή της μεταβλητής y** λέγεται συνάρτηση.

Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι "**η μεταβλητή y εκφράζεται ως συνάρτηση της μεταβλητής x** ".

Ερώτηση 2

Τι ονομάζεται πίνακας τιμών μιας συνάρτησης;

Απάντηση

Ο πίνακας που μας δείχνει την αντιστοιχία μεταξύ των τιμών των μεταβλητών x και y ονομάζεται πίνακας τιμών και αποτελείται από τα ζεύγη (x, y) .



Παρατήρηση

Το y που αντιστοιχεί στην τιμή x γράφεται

$$y = f(x)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1

Να βρείτε τις τιμές της συνάρτησης $y = 3x$ για τους αριθμούς $-1, 0, 1, 2, 3$. Έπειτα να κατασκευάσετε τον πίνακα τιμών για αυτές.

Λύση

Για να βρούμε την τιμή μιας συνάρτησης για έναν αριθμό αρκεί να αντικαταστήσουμε όπου x τον αριθμό.

Άρα

- $x = -1$ έχουμε $y = 3 \cdot (-1) = -3$
- $x = 0$ έχουμε $y = 3 \cdot 0 = 0$
- $x = 1$ έχουμε $y = 3 \cdot 1 = 3$
- $x = 2$ έχουμε $y = 3 \cdot 2 = 6$
- $x = 3$ έχουμε $y = 3 \cdot 3 = 9$

Μαζεύοντας τώρα τις τιμές αυτές σε ένα πίνακα έχουμε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	-1	0	1	2	3
y	-3	0	3	6	9

2

Να κάνετε πίνακα τιμών της συνάρτησης $y = 2x^2$ για τις τιμές $-2, -1, 0, 1, 2$

Λύση

Και πάλι πρέπει να κάνουμε τις πράξεις για να βρούμε τις τιμές της συνάρτησης για τους αριθμούς που μας έχουν δώσει.

Έτσι για

- $x = -2$ $y = 2 \cdot (-2)^2 = 2 \cdot 4 = 8$
- $x = -1$ $y = 2 \cdot (-1)^2 = 2 \cdot 1 = 2$
- $x = 0$ $y = 2 \cdot (0)^2 = 2 \cdot 0 = 0$
- $x = 1$ $y = 2 \cdot 1^2 = 2 \cdot 1 = 2$
- $x = 2$ $y = 2 \cdot 2^2 = 2 \cdot 4 = 8$

Άρα θα έχουμε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

3

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών, αν γνωρίζετε ότι οι τιμές του προκύπτουν από τη συνάρτησης: $y = 2x - 5$.

x	1			0	10
y		9	1		

- Αν $y = 9$, έχουμε: $9 = 2x - 5$ ή $9 + 5 = 2x$ ή $2x = 14$ ή $x = 7$
 - Αν $y = 1$, έχουμε: $1 = 2x - 5$ ή $1 + 5 = 2x$ ή $2x = 6$ ή $x = 3$
 - Για $x = 0$, έχουμε: $y = 2 \cdot 0 - 5 = 0 - 5 = -5$
 - Για $x = 10$, έχουμε: $y = 2 \cdot 10 - 5 = 20 - 5 = 15$
- Και έτσι τελικά ο πίνακας γίνεται:

x	1	7	3	0	10
y	-3	9	1	-5	15

Λύση

- Για $x = 1$, έχουμε: $y = 2 \cdot 1 - 5 = 2 - 5 = -3$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1

Η περίμετρος ενός ορθογωνίου με διαστάσεις x , ψ δίνεται από την σχέση:

- A. $\Pi = 2x + x$ B. $\Pi = x + 2\psi$ Γ. $\Pi = 2x + 2\psi$ Δ. $\Pi = x + \psi$

2

Η τιμή ενός παντελονιού σε ένα κατάστημα ρούχων αυξήθηκε κατά 15€ τον τελευταίο χρόνο. Η σχέση που εκφράζει την νέα τιμή ψ του παντελονιού σε συνάρτηση της παλιάς τιμής x είναι:

- A. $\psi = x + 15$ B. $\psi = x - 15$ Γ. $\psi = 15x$ Δ. $\psi = -15x$

3

Την περίοδο των εκπτώσεων μια μπλούζα σε ένα κατάστημα ρούχων έχει έκπτωση 20€. Η σχέση που δίνει την νέα τιμή ψ της μπλούζας σε συνάρτηση της παλιάς τιμής είναι:

- A. $\psi = 20 - x$ B. $\psi = 20 + x$ Γ. $\psi = x - 20$ Δ. $\psi = 20x$

4

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Πλευρά τετραγώνου x	Περίμετρος τετραγώνου $E = 4x$	Εμβαδόν τετραγώνου $E = x^2$
1cm		
		100cm ²
	8	

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1 Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

x	-1	1	-2	2
$y = x^2 + x + 1$				
$z = \frac{1}{x^2 + 1}$				

2 Ο Δημήτρης ξέρει ότι το κόστος για τα SMS που στέλνει από το κινητό του δίνεται από τη σχέση $y = 0,5x$, όπου x είναι ο αριθμός των μηνυμάτων και y είναι το κόστος αυτών σε ευρώ. Να υπολογίσετε πόσο θα στοιχίσει στον Δημήτρη αν στείλει 10, 15, 20, 25 SMS.

3 Ο Γιώργος πετάει μία μπάλα προς τα πάνω. Αν μας είναι γνωστό ότι το ύψος που αποκτά η μπάλα μας δίνεται από την σχέση $S = 100t - 4t^2$, όπου S είναι το ύψος που έχει η μπάλα σε m και t ο χρόνος σε sec να υπολογίσετε:
α. Το ύψος που θα έχει η μπάλα για $t = 2\text{sec}$.
β. Το ύψος που θα έχει η μπάλα για $t = 3\text{sec}$

4 Το συμβόλαιο με την εταιρεία κινητής τηλεφωνίας που συνεργάζεται ο Κώστας τον υποχρεώνει να καταβάλει μηνιαίο πάγιο 15€ και 0,5€ για κάθε SMS. Να υπολογίσετε πόσα χρήματα πρέπει να πληρώσει ο Κώστας για ένα μήνα, εάν στείλει 75 SMS.

5 Οι τιμές ενός καταστήματος έχουν έκπτωση 5%. Να εκφράσετε τις τιμές y με έκπτωση ως συνάρτηση των τιμών x χωρίς έκπτωση.

6 Ένα ορθογώνιο έχει πλευρές με μήκη x cm και y cm. Να εκφράσετε:

- α. την περίμετρο του ορθογωνίου συναρτήσει των μηκών x και y .
 β. Αν η περίμετρος είναι 50cm , να εκφράσετε την πλευρά y ως συνάρτηση της πλευράς x .
 γ. Αν το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι 600cm^2 , να εκφράσετε την πλευρά x ως συνάρτηση της πλευράς y .

7

Για τις συναρτήσεις $y = 2x - 4$ και $z = x^2 - 2x + 8$ να συμπληρώσετε τον πίνακα που ακολουθεί:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y								
z								

8

Αν γνωρίζετε ότι $y = \frac{x-3}{4}$ και $z = x^3 - x + 2$ να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα.

x	0	1	2	3
y				
z				

9

- Ένας καυστήρας πετρελαίου περιέχει 500m^3 πετρελαίου, το οποίο καίγεται με ρυθμό $25\text{m}^3/\text{ημέρα}$.
- α) Να εκφράσετε τον όγκο V του πετρελαίου στον καυστήρα ως συνάρτηση του χρόνου (σε ημέρες).
 β) Πόσο πετρέλαιο θα υπάρχει στον καυστήρα μετά από 10 ημέρες;
 γ) Μετά από πόσες ημέρες θα τελειώσει το πετρέλαιο;
 δ) Μετά από πόσες ημέρες ο καυστήρας θα έχει 200m^3 πετρέλαιο;

10 Δίνεται η συνάρτηση: $y = \frac{\lambda x - 5}{(\lambda + 1)x^2 - (\lambda - 1)x + 5}$. Να βρεθεί η τιμή του αριθμού λ , ώστε στην τιμή $x = 2$ να αντιστοιχεί η τιμή $y = 1$ (ή $f(2) = 1$).

11 Σε τραπέζιο με μεγάλη βάση 12cm, μικρή βάση 8cm και ύψος 4cm, ελαττώνουμε την μικρή βάση κατά x cm.
α) Να εκφραστεί το εμβαδόν E του καινούριου τραπέζιου συναρτήση του x .
β) Για ποια τιμή του x το τραπέζιο θα μετατραπεί σε τρίγωνο και ποιο θα είναι τότε το εμβαδόν του τριγώνου;

12 Ένα τηλεκατευθυνόμενο αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση 3m/sec^2 . Η ταχύτητα του u και το διάστημα που διανύει S συναρτήση του χρόνου δίνονται από τις ακόλουθες συναρτήσεις:

$$u = 20 + 3t, S = \frac{3}{2}t^2$$

Σε πόσα sec το αυτοκίνητο θα έχει αποκτήσει ταχύτητα 140m/sec και πόσο διάστημα θα έχει διανύσει μέχρι τότε;

