

## 1.4 Επίλυση προβλημάτων με την χρήση εξισώσεων

### Ερώτηση 1

Ποια γενικά βήματα περιλαμβάνει η λύση προβλημάτων με τη βοήθεια εξισώσεων;

### Απάντηση

- Διαβάζουμε καλά το πρόβλημα και διακρίνουμε τα δεδομένα και τα ζητούμενα.
- Χρησιμοποιούμε ένα γράμμα (συνήθως το  $x$ ) για να εκ-

φράσουμε τον άγνωστο αριθμό που πρέπει να προσδιορίσουμε.

- Εκφράζουμε όλα τα άλλα μεγέθη του προβλήματος με τη βοήθεια του  $x$ .
- Γράφουμε την εξίσωση του προβλήματος χρησιμοποιώντας τα δεδομένα της εκφώνησης.
- Λύνουμε την εξίσωση.
- Ελέγχουμε αν η λύση που βρήκαμε ικανοποιεί τις συνθήκες του προβλήματος.

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1

Να βρεθεί ένας αριθμός που το τριπλάσιό του ελαττωμένο κατά 7 να είναι ίσο με το διπλάσιό του αυξημένο κατά 3.

### Λύση

Έστω  $x$  ο αριθμός που ζητείται. Τότε:

“Το τριπλάσιό του” είναι:  $3x$

“Το τριπλάσιό του ελαττωμένο κατά 7” είναι:  $3x - 7$

“Το διπλάσιό του” είναι:  $2x$

“Το διπλάσιό του αυξημένο κατά 3” είναι:  $2x + 3$

Οπότε πρέπει να λύσουμε την εξίσωση:  $3x - 7 = 2x + 3$ .

$$3x - 2x = 7 + 3 \quad \text{ή}$$

$$x = 10$$

Άρα ο αριθμός που ζητείται είναι ο 10.

2

Ο Γιώργος, ο Θάνος και ο Ηλίας είπαν τα κάλαντα και μάζεψαν 115€. Μετά τη μοιρασιά, τα λεφτά του Γιώργου ήταν κατά 5€ περισσότερα από του Θάνου και τα λεφτά του Ηλία ήταν διπλάσια από τα λεφτά του Γιώργου. Πόσα πήρε ο καθένας;

### Λύση

Αρκεί να βρούμε τα λεφτά που πήρε ο Γιώργος. Έστω ότι τα λεφτά του Γιώργου είναι  $x$  €. Ο Θάνος έχει 5€ λιγότερα από το Γιώργο. Άρα τα λεφτά του Θάνου είναι  $x - 5$ €. Ο Ηλίας έχει διπλάσια λεφτά από τον Γιώργο. Άρα τα λεφτά του Ηλία είναι  $2x$ €.

Όλα μαζί τα λεφτά είναι 115€. Σύμφωνα με τα παραπάνω η εξίσωση που εκφράζει το πρόβλημα είναι:  $x + (x - 5) + 2x = 115$   
Η οποία λύνεται εύκολα:  $x + x + 2x = 115 + 5$  ή

$$4x = 120 \quad \text{ή} \quad x = \frac{120}{4} \quad \text{ή} \quad x = 30$$

Άρα ο Γιώργος πήρε 30€, ο Θάνος πήρε 25€ και ο Ηλίας πήρε 60€.

3

Ο Σπύρος έδωσε ένα τεστ 80 ερωτήσεων. Για κάθε σωστή απάντηση έπαιρνε 3 βαθμούς. Για κάθε λάθος απάντηση έχανε 1 βαθμό. Η τελική του βαθμολογία ήταν 192 βαθμοί. Πόσες σωστές και πόσες λάθος απαντήσεις έδωσε;

### Λύση

Έστω  $x$  οι σωστές απαντήσεις. Τότε, οι λάθος απαντήσεις του θα είναι  $80 - x$ . Οι βαθμοί που πήρε από τις σωστές απαντήσεις είναι  $3x$ . Οι βαθμοί που έχασε από τις λάθος απαντήσεις είναι  $1 \cdot (80 - x)$ . Άρα η τελική του βαθμολογία είναι:  $3x - 1 \cdot (80 - x)$ .

Επομένως πρέπει να λύσουμε την εξίσωση:

$$3x - 1 \cdot (80 - x) = 192 \quad \text{ή}$$

$$3x - 80 + x = 192 \quad \text{ή}$$

$$4x = 192 + 80 \quad \text{ή}$$

$$x = \frac{272}{4} \quad \text{ή}$$

$$x = 68$$

Άρα, έδωσε 68 σωστές απαντήσεις και 12 λανθασμένες.

4

Σε ένα τετράπλευρο υπάρχουν δύο ίσες γωνίες. Από τις άλλες δύο γωνίες η μία είναι το διπλάσιο των ίσων γωνιών αυξημένο κατά 7 και η άλλη είναι το τριπλάσιο ελαττωμένο κατά 4. Βρείτε κάθε μία γωνία.

### Λύση

As υποθέσουμε ότι κάθε μία από τις δύο ίσες γωνίες είναι  $x$ . Τότε η τρίτη γωνία είναι  $2x + 7$  και η τέταρτη γωνία είναι  $3x - 4$ . Γνωρίζουμε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τετραπλεύρου είναι  $360^\circ$ . Έχουμε:

$$x + x + (2 \cdot x + 7) + (3 \cdot x - 4) = 360 \quad \text{ή}$$

$$x + x + 2 \cdot x + 7 + 3 \cdot x - 4 = 360 \quad \text{ή}$$

$$x + x + 2x + 3x = 360 - 7 + 4 \quad \text{ή}$$

$$7x = 357 \quad \text{ή}$$

$$x = \frac{357}{7} \quad \text{ή}$$

$$x = 51^\circ$$

Άρα καθεμία από τις ίσες γωνίες είναι:  $51^\circ$ .

Η τρίτη γωνία είναι:  $2 \cdot 51 + 7 = 109^\circ$

Η τέταρτη γωνία είναι:  $3 \cdot 51 - 4 = 149^\circ$

5

Ο Αλέκος αγόρασε ένα σακάκι με έκπτωση 20% και πλήρωσε 86 €. Πόσο έκανε το σακάκι πριν την έκπτωση;

### Λύση

Έστω  $x$  η αρχική τιμή του σακακιού.

Τότε η έκπτωση είναι  $\frac{20}{100}x$ .

Επομένως, η τιμή του σακακιού μετά την έκπτωση είναι:  $x - \frac{20}{100}x$ .

Έτσι πρέπει να λύσουμε την εξίσωση:  $x - \frac{20}{100}x = 86$  ή

$$100x - \cancel{100} \frac{20}{100}x = 86 \cdot 100 \quad \text{ή}$$

$$100x - 20x = 8600 \quad \text{ή}$$

$$80x = 8600 \quad \text{ή}$$

$$x = \frac{8600}{80} \quad \text{ή}$$

$$x = 107,50 \text{ €}$$

Άρα η τιμή του σακακιού πριν την έκπτωση ήταν 107,50 €.

6

Το αυτοκίνητο Α ξεκινάει από την Αθήνα για Λαμία και κινείται με μέση ταχύτητα 40Km/h. Μετά από 4 ώρες ξεκινάει από την Αθήνα το αυτοκίνητο Β με μέση ταχύτητα 70Km/h. Σε πόση ώρα το Β θα φτάσει το Α;

### Λύση

As υποθέσουμε ότι το Β θα φτάσει το Α σε  $x$  ώρες. Το αυτοκίνητο Α κινείται λοιπόν για  $x + 4$  ώρες. Άρα έχει διανύσει διάστημα  $(x + 4) \cdot 40$  Km. Το αυτοκίνητο Β κινείται για  $x$  ώρες. Άρα έχει διανύσει διάστημα  $x \cdot 70$  Km. Το Β θα φτάσει το Α όταν θα έχουν διανύσει το ίδιο διάστημα. Δηλαδή όταν:

## 1.4 Επίλυση προβλημάτων με την χρήση εξισώσεων

$$40(x+4) = 70x \quad \text{ή}$$

$$40x + 160 = 70x \quad \text{ή}$$

$$70x - 40x = 160 \quad \text{ή}$$

$$30x = 160 \quad \text{ή}$$

$$x = \frac{160}{30} \quad \text{ή}$$

$$x = 5,33$$

Άρα το Β θα φτάσει το Α σε 5,33 ώρες.

7

Ο κ. Θεοδόσης πήρε το εφάπαξ από τη δουλειά του. Από αυτά τα χρήματα έδωσε τα μισά και πήρε ένα αυτοκίνητο. Έδωσε και το ένα τρίτο για τις σπουδές του γιου του. Τα χρήματα που του απέμειναν είναι 3.220 €. Πόσο ήταν το εφάπαξ;

## Λύση

Αν υποθέσουμε ότι το εφάπαξ είναι  $x$  €. Το μισό είναι  $\frac{x}{2}$  και το ένα τρίτο των χρημάτων είναι  $\frac{x}{3}$ . Επομένως, πρέπει να λύσουμε την εξίσωση:

$$x - \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 3.220 \quad \text{ή}$$

$$6 \cdot x - \cancel{3} \cdot \frac{x}{2} - \cancel{2} \cdot \frac{x}{3} = 6 \cdot 3.220 \quad \text{ή}$$

$$6x - 3x - 2x = 19.320 \quad \text{ή}$$

$$x = 19.320 \text{ €}$$

Άρα το εφάπαξ ήταν 19.320 €.

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1

Το οκταπλάσιο ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 7 είναι ίσο με 9. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις επιλύει το πρόβλημα αυτό;

α.  $8 \cdot x + 7 = 9$

β.  $7x - 9 = 8$

γ.  $7x - 8 = 9$

δ.  $8x - 7 = 9$

2

Ο Δημήτρης έχει 5 βόλους λιγότερους από τους μισούς του Βαγγέλη και ο Θεοδόσης έχει τριπλάσιους βόλους από τον Δημήτρη. Πόσους βόλους θα έχει ο Θεοδόσης σε σχέση με τους βόλους του Βαγγέλη;

α.  $3\left(\frac{1}{2}x + 5\right)$

β.  $\frac{1}{2}x + 5$

γ.  $3x + 5$

δ.  $3\left(\frac{1}{2}x - 5\right)$

3

Να εκφράσεις συμβολικά:

α. Το μισό ενός αριθμού ...

β. Το εξαπλάσιο ενός αριθμού ...

γ. Το ένα πέμπτο ενός αριθμού αυξημένο κατά 2...

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1 Δίνονται τα κλάσματα  $\frac{15}{2}$  και  $\frac{13}{3}$ . Βρείτε έναν αριθμό που αν αφαιρεθεί από τους αριθμητές τους, τότε να προκύψουν ίσα κλάσματα.
- 2 Σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, το μήκος του είναι το τετραπλάσιο του πλάτους του ελαττωμένο κατά 4. Η περίμετρός του είναι 42cm. Βρείτε το μήκος και το πλάτος του ορθογώνιου.
- 3 Βρείτε έναν αριθμό που αν προστεθεί στους όρους του κλάσματος  $\frac{9}{17}$  θα προκύψει το κλάσμα  $\frac{6}{5}$ .
- 4 Η περίμετρος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι 40cm. Η βάση του τριγώνου είναι ίση με το μισό της κάθε μιας από τις ίσες πλευρές αυξημένο κατά 5. Βρείτε την κάθε μια πλευρά του τριγώνου.
- 5 Σε μια οικογένεια, ο μπαμπάς έχει τριπλάσια ηλικία από την κόρη του, και η μαμά είναι κατά 5 χρόνια μικρότερη από τον μπαμπά. Η ηλικία της κόρης του είναι το διπλάσιο της ηλικίας του γιου του, αυξημένο κατά 1. Το άθροισμα όλων των ηλικιών είναι 107 χρόνια. Βρείτε την ηλικία του καθενός.
- 6 Σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, το πλάτος του είναι το τριπλάσιο από το μήκος του ελαττωμένο κατά 2,7. Η περίμετρός του είναι 43 cm. Βρείτε το εμβαδόν του.
- 7 Ένας υπάλληλος έχει σταθερό μισθό 528€ και προστίθεται μηνιαίως σε αυτόν το 8% επί των πωλήσεων που θα κάνει. Αν θέλει να διπλασιάσει το μισθό του, πόσες πωλήσεις πρέπει να κάνει;
- 8 Να βρείτε:  
α. Τέσσερεις διαδοχικούς άρτιους με άθροισμα 92  
β. Τέσσερεις διαδοχικούς περιττούς με άθροισμα 64
- 9 Κάποιος έχει στην τσέπη του 17 κέρματα. Κάποια από αυτά είναι των 10 λεπτών και τα υπόλοιπα είναι των 50 λεπτών. Η συνολική τους αξία είναι 6€ και 50 λεπτά. Βρείτε πόσα κέρματα των 10 λεπτών και πόσα των 50 λεπτών έχει.