

1.1 Η έννοια της μεταβλητής - Αλγεβρικές παραστάσεις

Ερώτηση 1

- α) Τι ονομάζουμε μεταβλητή x ;
- β) Ποιά παράσταση ονομάζεται αριθμητική;
- γ) Ποιά παράσταση ονομάζεται αλγεβρική;

Απάντηση

- α) Το γράμμα x που παριστάνει έναν οποιοδήποτε αριθμό, πλέγεται μεταβλητή.
- Φυσικά, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και άλλα γράμματα (ελληνικά ή λατινικά) για να παραστήσουμε τις μεταβλητές όπως: $y, z, t, a, \beta, \gamma, \dots$
- β) Μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς, ονομάζεται αριθμητική παράσταση.
- γ) Μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές ονομάζεται αλγεβρική παράσταση.

Ερώτηση 2

- α) Ποιοι ονομάζονται όμοιοι όροι σε μια αλγεβρική παράσταση;
- β) Ποια διαδικασία ονομάζεται "αναγωγή ομοίων όρων";

Απάντηση

- α) Όμοιοι όροι ονομάζονται οι όροι μιας αλγεβρικής παράστασης που έχουν τις ίδιες μεταβλητές και τους ίδιους εκθέτες στις αντίστοιχες μεταβλητές, π.χ.
- οι όροι: $3 \cdot x^3 \cdot y \cdot \omega^5, -7 \cdot x^3 \cdot y \cdot \omega^5, 11 \cdot x^3 y \cdot \omega^5$ είναι όμοια οι όροι: $3 \cdot x^2 \cdot y, 3 \cdot x \cdot y^2 \omega, 5 \cdot x^2 y, -9 \cdot x \cdot y \cdot \omega$ δεν είναι όμοιοι.
- β) "Αναγωγή ομοίων όρων" πλέγεται η διαδικασία κατά την οποία απλοποιούμε μία αλγεβρική παράσταση, αντικαθιστώντας τους όμοιους όρους με το άθροισμα τους.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ – ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1

Να γράψετε με απλούστερο τρόπο τις παραστάσεις:

- | | |
|------------------------|--------------------|
| α. $5\omega + 7\omega$ | β. $2x + 4x - 10x$ |
| γ. $a + 14a - 3a - 2a$ | |

Λύση

- α. $5\omega + 7\omega = (5 + 7)\omega = 12\omega$
- β. $2x + 4x - 10x = (2 + 4 - 10) \cdot x = -4x$
- γ. $a + 14a - 3a - 2a = (1 + 14 - 3 - 2)a = 10a$

2

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

- α. $3y + 2x - 8y + 4x$
- β. $15\omega + 4y - 11\omega - 3y - y + 2$

Λύση

$$\begin{aligned}
 & \alpha. 3y + 2x - 8y + 4x = 3y - 8y + 2x + 4x = \\
 & \quad (3 - 8)y + (2 + 4)x = -5y + 6x \\
 & \beta. 15\omega + 4y - 11\omega - 3y - y + 2 = \\
 & \quad 15\omega - 11\omega + 4y - 3y - y + 2 = \\
 & \quad (15 - 11)\omega + (4 - 3 - 1)y + 2 = \\
 & \quad 4\omega + 0 \cdot y + 2 = 4\omega + 2
 \end{aligned}$$

3

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
 $A = 3(x - 2) - 8(x + 1) - 4$ όταν $x = -0,5$

Λύση

Απλοποιούμε την παράσταση A και έπειτα όπου x θα βάλουμε $-0,5$.

$$A = 3(x-2) - 8(x+1) - 4 = 3x - 6 - 8x - 8 - 4 =$$

$$3x - 8x - 6 - 8 - 4 = (3-8)x - 18 = -5x - 18$$

Επομένως, όταν $x = -0,5$, είναι

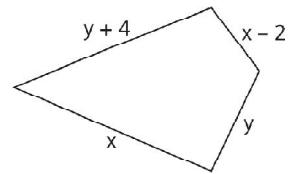
$$A = -5(-0,5) - 18 = 2,5 - 18 = -15,5.$$

4

Να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου, όταν $x+y=5$

Λύση

Η περίμετρος του τετραπλεύρου δίνεται από την παράσταση:



$$\Pi = (y+4) + (x-2) + y + x = y + 4 + x - 2 + y + x =$$

$$y + y + x + x + 4 - 2 = 2y + 2x + 2 = 2(y + x) + 2$$

Επειδή $x+y=5$, είναι $\Pi = 2 \cdot 5 + 2 = 10 + 2 = 12$.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1

Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης A του πίνακα, με ένα στοιχείο της στήλης B:

Στήλη A

- a. $3x + 2x - x$
- β. $x - 2x + 4x$
- γ. $-3x - 6x + 4x$
- δ. $+5x - 6x - 2x$

Στήλη B

- 1. $-5x$
- 2. $4x$
- 3. $-3x$
- 4. $+3x$

2

Να αντιστοιχίσετε κάθε παράσταση της στήλης A με την ίση της παράσταση που βρίσκεται στην στήλη B.

Στήλη A

- a. $(2x+4) - (x-2)$
- β. $(-2x+4) - (x+2)$
- γ. $(2x-4) + (x-2)$
- δ. $(-2x-4) + (x+2)$

Στήλη B

- 1. $-3x + 2$
- 2. $x + 6$
- 3. $-x - 2$
- 4. $3x - 6$

3

Να συμπληρώσετε τους τους διπλανούς πίνακες:

a.

x	$-4 \cdot (8 - x) - 5$
-1	
+2	
-3	
+4	
-5	

β.

y	$y \cdot (-2) + 10$
-1/2	
+1/3	
-2/5	
+5/6	
-1	

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1

Να χρησιμοποιήσετε μεταβλητές για να εκφράσετε με μια αλγεβρική παράσταση τις παρακάτω φράσεις.

- α)** Το διπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 4.
- β)** Το μισό ενός αριθμού μειωμένο κατά 5.
- γ)** Το άθροισμα δύο αριθμών ποληλαπλασιασμένο επί 7.
- δ)** Τη διαφορά δύο αριθμών μειωμένη κατά 9.

2

Να χρησιμοποιήσετε μια μεταβλητή για να εκφράσετε με μια αλγεβρική παράσταση τις παρακάτω φράσεις:

- α)** Το συνολικό ποσόν που θα πληρώσουμε για 4 κιλά πορτοκάλια, αν γνωρίζουμε την τιμή του ενός κιλού.
- β)** Την τελική τιμή ενός παντελονιού, αν του έγινε έκπτωση 10% επί της αρχικής του τιμής.

3

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις: **α)** $20x - 5x + 4x$ **β)** $-8a - 2a + 14a$
γ) $-4x + 4 - 5x + 6$ **δ)** $\beta - 4\beta + 2\beta + \beta + 7$

4

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A και B και στην συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή τους.

- α)** $A = 4(x + 3y) - 3(4x - y)$, όταν $x = -2$, $y = -1$
- β)** $B = -3 \cdot (x - 2y) + 4(-2x - 4y)$, όταν $x = y = 1$

5

Εφαρμόζοντας την επιμεριστική ιδιότητα να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων, όταν $x = -2$ και $y = -1$.

$$A = 10x - 2x$$

$$B = -(x - 5x) + 3y - y$$

$$\Gamma = -(x + y - 5x - 5y)$$

$$\Delta = -6x + x - y + 2y$$

$$E = 6,5x - 7x + 2x - x$$

$$\Sigma T = 8y - 4y - 0,5y - 3,5y$$

6 Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστασεων:

$$A = -(3x + 5y) - 2 \cdot (4y - 4x), \text{ ótan } x = -1 \text{ kai } y = +2.$$

$$B = -2x - [-(x + 2y) - 4], \text{ ótan } x = -2 \text{ kai } y = -1.$$

$$\Gamma = 18x - 24y - (3x + 5y), \text{ ótan } x = 2 \text{ kai } y = -2.$$

$$\Delta = -12x + 8y - 4y + 8x, \text{ ótan } x = -1 \text{ kai } y = -1.$$

7 Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω παραστάσεων:

$$A = x \cdot y \cdot z$$

$$B = x \cdot y \cdot z - (-z \cdot y \cdot z)$$

$$\Gamma = x \cdot y \cdot (-z) - (-x \cdot y \cdot z) + [x \cdot (-y) \cdot z]$$

Αν γνωρίζετε ότι x είναι ο αντίστροφος του $-\frac{1}{2}$, y είναι ο αντίθετος του $+3$ και z ο αντίστροφος του $+2$.

8 Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω παραστάσεων αν $x = -1$, $y = -2$, $\omega = +1$.

$$A = x(x + y)(x - y)(x + \omega)$$

$$B = -4(x - \omega)[-(x + y) - (x - y)]$$

$$\Gamma = -x(-y)(-\omega)(x - y)(x - \omega)$$

$$\Delta = -10(-x)(y + \omega)[-(y - x) - \omega]$$

9 Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = xy - [-(x + y) : y] - xy : (-2)$

Αν x είναι ο αντίστροφος του -2 και y ο αντίθετος του -3 .

10 Να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A = 3(x + y) + x(4 + y) : (x + 4)$$

$$B = x(x - y) + y(x + y) + (x + y) : (x - y)$$

Όταν $x = -2$ και $y = -1$

11

Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

- α) $A = 3(2 \cdot x - y) - 2(2 \cdot x + y) + 7 \cdot y$, αν $x + y = -5$
- β) $B = 2(3 \cdot x - 2 \cdot y) - 2(x - 3 \cdot y) - 6 \cdot y$, αν $x - y = 3$
- γ) $\Gamma = 3(2 \cdot x - y) - [2 \cdot x - 2(2 \cdot x - y)]$, αν $x = -2$. $y = -5$

12

Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

- i) $A = \frac{1}{3}(x - y - z) - 2(x + y - z) + \frac{1}{2}(-x + y + z)$, αν $x - z = \frac{y}{3}$
- ii) $B = 9 - [-\alpha - (\beta + 1)] - [5 + (y - x)]$, αν $\alpha + \beta = -7$, $x - y = -3$
- iii) $\Gamma = \alpha - \{\beta + [\alpha - (\beta - 7)]\} - [3\alpha - (1 + \beta)]$, αν $\alpha = 1$, $\beta = 2$

13

Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

- i) $A = \left[\left(\alpha^{-1} \right)^3 : \alpha^2 \right] \cdot \alpha^8$, όταν $\alpha = 1 - \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$
- ii) $B = \frac{(2\alpha + \beta)^2}{\beta^3} \cdot \frac{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}}{\alpha + \beta} \cdot \frac{\frac{\alpha^2 \cdot \gamma}{\alpha}}{\left(\frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta} \right)^2}$, όταν $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{3}$, $\gamma = -1$

