

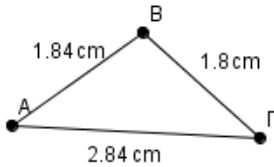
# Μέρος Β' Κεφάλαιο 1ο Εμβαδά Επίπεδων Σχημάτων

## Επαναληπτικές έννοιες: Τρίγωνα - Παραλληλόγραμμα - Τραπέζια

### Στοιχεία τριγώνου - Είδη τριγώνων



Κύρια στοιχεία τριγώνου



Κάθε τρίγωνο ΑΒΓ έχει τρεις κορυφές Α, Β, Γ, τρεις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ και τρεις γωνίες  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{\Gamma}$ .

Τα ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ, εκτός από τις πλευρές, συμβολίζουν και τα μήκη των αντίστοιχων ευθυγράμμων τμημάτων.



Θυμηθείτε ότι κάθε τρίγωνο έχει:

3 γωνίες και 3 πλευρές. Κατόπιν αναγνωρίστε τα τρίγωνα σύμφωνα με τα κριτήρια κατάταξης των τριγώνων:

**1ο κριτήριο:**

Πλευρές κάθετες - όχι κάθετες (μία γωνία  $> 90^\circ$  / όλες οι γωνίες  $< 90^\circ$ )

**2ο κριτήριο:**

Ισότητα πλευρών - ανισότητα πλευρών.



Συγκρίνοντας τις πλευρές ενός τριγώνου, μεταξύ τους, προκύπτουν τρία είδη τριγώνων: το **σκαληνό**, το **ισοσκελές** και το **ισόπλευρο**.

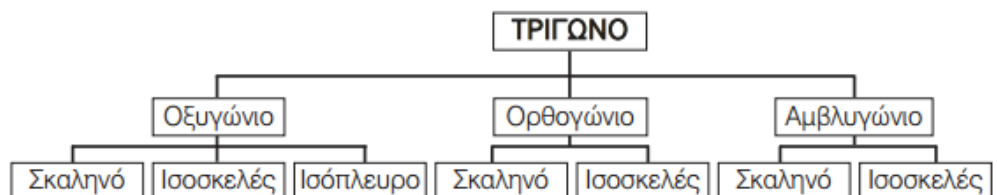


Ένα τρίγωνο, ανάλογα με το είδος των γωνιών του, διακρίνεται σε **οξυγώνιο**, **ορθογώνιο** και **αμβλυγώνιο**.

### 1. Δραστηριότητα

Εργαστείτε στο μικροπείραμα [mp1.ggb](http://mp1.ggb) και καταγράψτε τον τύπο του τριγώνου.

Τύπος τριγώνου	Τύπος τριγώνου	Τύπος τριγώνου





Κάθε ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς, λέγεται **διάμεσος**.



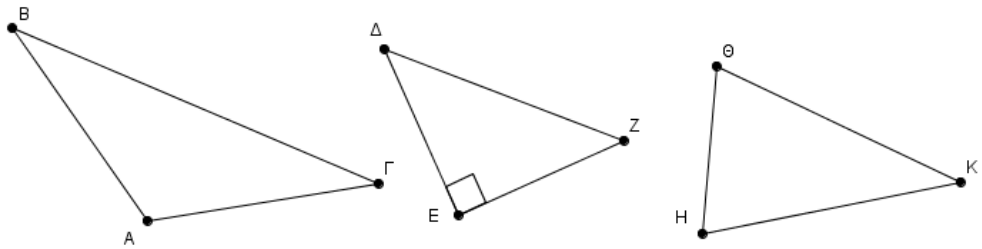
Το ευθύγραμμο τμήμα που ξεκινάει από την κάθε κορυφή του τριγώνου, χωρίζει την αντίστοιχη γωνία σε δυο ίσες γωνίες και καταλήγει στην απέναντι πλευρά λέγεται **διχοτόμος** του τριγώνου.



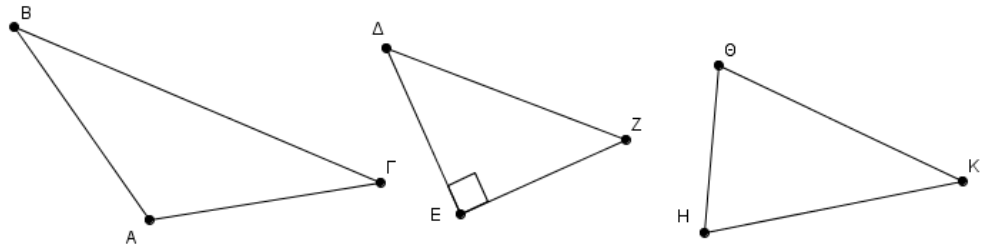
Το ευθύγραμμο τμήμα που ξεκινάει από την κάθε κορυφή του τριγώνου και καταλήγει κάθετα στην απέναντι πλευρά λέγεται **ύψος** του τριγώνου.

**2. Πόσες διαμέσους, ύψη και διχοτόμους έχει κάθε τρίγωνο;**

**3. Να φέρετε τις διαμέσους στα ακόλουθα τρίγωνα:**



**4. Να φέρετε τα ύψη στα ακόλουθα τρίγωνα. Μελετήστε το μικροπείραμα [mp2.ggb](#).**



Καταγράψτε τον τρόπο με τον οποίο φέρνουμε τα ύψη σε ένα **οξυγώνιο**, σε ένα **αμβλυγώνιο** και σε ένα **ορθογώνιο** τρίγωνο;

.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....

**Για το σπίτι**

1. Τοποθετήστε ένα "x" στην αντίστοιχη θέση
- |                                                         | Σωστό                 | Λάθος                 |
|---------------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| α) Κάθε ορθογώνιο τρίγωνο έχει μια ορθή γωνία.          | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| β) Το αμβλυγώνιο τρίγωνο έχει δύο αμβλείες γωνίες.      | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| γ) Το ισόπλευρο τρίγωνο έχει όλες τις πλευρές του ίσες. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| δ) Το ισοσκελές τρίγωνο μπορεί να είναι και αμβλυγώνιο. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| ε) Το ορθογώνιο τρίγωνο μπορεί να είναι και ισόπλευρο.  | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| στ) Το ορθογώνιο τρίγωνο μπορεί να είναι και ισοσκελές. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| ζ) Το ισόπλευρο τρίγωνο είναι πάντα οξυγώνιο.           | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| η) Ένα σκαληνό τρίγωνο δεν μπορεί να είναι ορθογώνιο    | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
2. Σ' ένα τρίγωνο ΑΒΓ, με πλευρά ΒΓ = 4,4 cm, φέρτε τη διάμεσο ΑΜ. Μετά φέρτε τις διαμέσους ΑΚ και ΑΛ των τριγώνων ΑΒΜ και ΑΓΜ και βρείτε το μήκος των ΚΜ και ΑΓ.
3. Σχεδιάστε ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ και τις διαμέσους του ΑΔ, ΒΕ και ΓΖ. Δικαιολογήστε γιατί οι διάμεσοι του ισόπλευρου είναι διχοτόμοι και ύψη του.
4. Σχεδιάστε ένα τρίγωνο ΑΒΓ.
- α) Βρείτε το μέσο Δ της πλευράς ΑΒ, το μέσο Ε της πλευράς ΒΓ και το μέσο Ζ της πλευράς ΓΑ.
- β) Σχεδιάστε τη διάμεσο ΑΕ του τριγώνου ΑΒΓ που τέμνει τη ΖΔ στο σημείο Μ. Συγκρίνετε με το διαβήτη τα τμήματα ΔΜ και ΜΖ. Τι παρατηρείτε;
5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ.
- α) Φέρτε τις διαμέσους ΑΜ και ΒΝ και ονομάστε με το γράμμα Θ το σημείο στο οποίο τέμνονται.
- β) Μετά σχεδιάστε την ευθεία ΓΘ και ονομάστε με το γράμμα Ρ το σημείο στο οποίο η ευθεία ΓΘ τέμνει την πλευρά ΑΒ.
- γ) Συγκρίνετε με το διαβήτη τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΡ και ΒΡ. Τι παρατηρείτε;
6. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τα σχήματα των αντίστοιχων τριγώνων.

ΤΡΙΓΩΝΑ	Οξυγώνιο	Ορθογώνιο	Αμβλυγώνιο
Σκαληνό			
Ισοσκελές			
Ισόπλευρο			

## Παραλληλόγραμμο - Ορθογώνιο - Τραπέζιο



**Παραλληλόγραμμο** λέγεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες.



Κάθε πλευρά του παραλληλογράμμου μπορεί να θεωρηθεί και βάση.



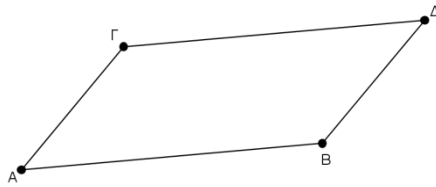
**Ύψος** λέγεται η απόσταση δύο απέναντι πλευρών του παραλληλογράμμου.



**Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο** ή απλά **ορθογώνιο** λέγεται ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές. Σε ορθογώνιο ΑΒΓΔ ισχύει  $\hat{A} = \hat{B} = \hat{\Gamma} = \hat{\Delta}$ .



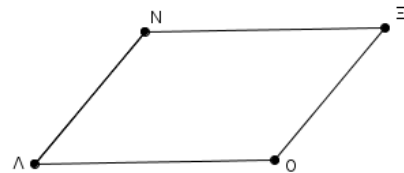
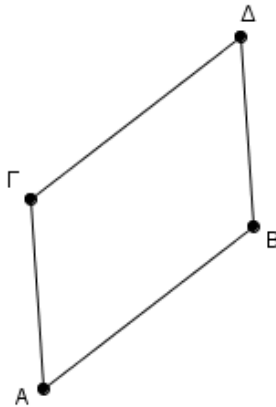
### 5. Δίνεται το ακόλουθο παραλληλόγραμμο:



Να προσδιορίσετε τις παράλληλες πλευρές του: ..... | .....

### 6. Δίνονται τα ακόλουθα παραλληλόγραμμα

- α) Να σχεδιάσετε τα ύψη του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ που άγονται από την κορυφή Β.
- β) Να σχεδιάσετε τα ύψη του παραλληλογράμμου ΛΝΞΟ που άγονται από την κορυφή Λ.



Τι παρατηρείτε για τα ύψη στα παραπάνω σχήματα;

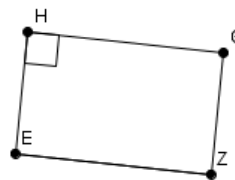
.....

.....

.....

.....

### 7. Μελετήστε το ακόλουθο σχήμα.

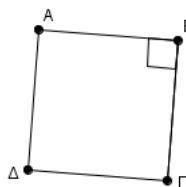


- α) Τι παρατηρείτε ως προς τις γωνίες του;  
.....
- β) Να φέρετε τα ύψη του.



Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές και όλες τις πλευρές του ίσες λέγεται **τετράγωνο**. Σε τετράγωνο ΑΒΓΔ ισχύει:  
 $\hat{A} = \hat{B} = \hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 90^\circ$  και  
 $AB = B\Gamma = \Gamma\Delta = \Delta A$

**8. Μελετήστε το ακόλουθο σχήμα.**



- α) Τι παρατηρείτε ως προς τις γωνίες του;  
 .....  
 .....
- β) Τι παρατηρείτε ως προς τις πλευρές του;  
 .....  
 .....
- γ) Να φέρετε τα ύψη του.



**Τραπεζίο** λέγεται το τετράπλευρο που έχει **μόνο** δύο πλευρές παράλληλες.



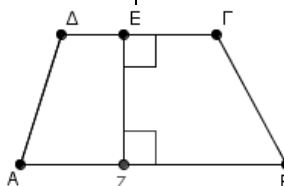
**Βάσεις** λέγονται οι παράλληλες πλευρές του τραπέζιου.



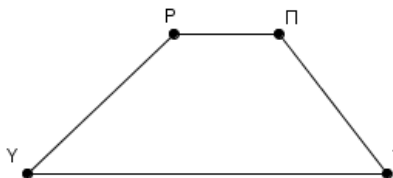
**Ύψος** λέγεται η απόσταση των βάσεων του.

**9. Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ να προσδιορίσετε:**

Τις παράλληλες πλευρές	Τις βάσεις	Το ύψος	Μικρή βάση	Μεγάλη βάση



**10. Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ να φέρετε τα ύψη από το Π και από το Τ.**



**Ισοσκελές τραπέζιο** λέγεται το τραπέζιο που έχει τις μη παράλληλες πλευρές του ίσες.

## B. 1.1. Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας



### Το εμβαδόν



Το εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας είναι ένας θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

11. Έχετε δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα με κάθετες πλευρές 5 cm και ένα τετράγωνο πλευράς 5 cm.

α) Μπορείτε χρησιμοποιώντας τα τρία αυτά σχήματα να κατασκευάσετε:

- i) Ένα ορθογώνιο πλάτους 10 cm και ύψους 5 cm;
- ii) Ένα ισοσκελές ορθογώνιο τρίγωνο, του οποίου οι κάθετες πλευρές είναι 10 cm;
- iii) Ένα ισοσκελές τραπέζιο με βάσεις 5 cm και 15 cm;

β) Τι έκταση καταλαμβάνουν τα παραπάνω σχήματα στο επίπεδο, αν θεωρήσουμε ως μονάδα μέτρησης το τετραγωνάκι πλευράς 1 cm;

(Βρείτε τα τρίγωνα και το τετράγωνο στο παράρτημα).

.....

.....

.....

.....

.....

12. Στον ορισμό αναφέρθηκε ότι: το εμβαδόν μιας επιφάνειας εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε. Ας πειραματιστούμε με το γράμμα Σ για να διαπιστώσουμε αν ισχύει η παραπάνω πρόταση. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γράμματος χρησιμοποιώντας ως μονάδα μέτρησης εμβαδού:

- α) β) γ)

α) .....

.....

β) .....

.....

γ) .....

.....