ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

1 Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\alpha=\sqrt{48}$, $\beta = 8$, $\hat{A} = 60^0$. Να υπολογίσετε τα υπόλοιπα κύρια στοιχεία του τριγώνου .

2 Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ να αποδείξετε ότι:

α) Αν $\hat{A} = 60^0$ τότε: $\alpha^2 = \beta^2+\gamma^2-\beta\gamma$

β) Αν $\hat{A} = 120^0$ τότε: $\alpha^2 = \beta^2+\gamma^2+\beta\gamma$

3 Αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\alpha \cdot$ συνΓ $= \gamma \cdot$ συνΑ, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

4 Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Να υπολογίσετε:

α) Τη γωνία $\hat{A}$ όταν: $\alpha = 8$, $\beta = 8$, $\gamma = 8$

β) Όλες τις γωνίες όταν: $\alpha = 5$, $\beta = 4$, $\gamma = 3$

5 Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ να αποδείξετε ότι:

α) $\alpha = \beta\text{συν}\Gamma + \gamma\text{συν}B$.

β) $\dfrac{\text{συν}A}{\alpha} + \dfrac{\text{συν}B}{\beta} + \dfrac{\text{συν}\Gamma}{\gamma} = \dfrac{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}{2\alpha\beta\gamma}$

6 Σε αμβλυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\alpha = 1$, $\beta = \sqrt{3}$ και $\hat{A} = 30^0$. Να βρείτε τα υπόλοιπα στοιχεία του τριγώνου .

7 Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\alpha + \beta = 12$, $\hat{A} = 30^0$ και $\hat{B} = 45^0$. Να υπολογίσετε τις πλευρές του .

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Αν για τις πλευρές α, β γ ενός τριγώνου ΑΒΓ ισχύει $(\alpha + \beta + \gamma)(\alpha + \beta - \gamma) = \alpha\beta$, να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο **β)** Να βρείτε τη γωνία $\hat{\Gamma}$

2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3x + \text{ημ}\theta - 1 = 0$. Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε θ με $0^0 \leq \theta \leq 180^0$.

3. Αν υπάρχει γωνία θ με $0^0 \leq \theta \leq 90^0$ ώστε να ισχύει: $\text{ημ}\theta = 4\lambda - 7$ και $\text{συν}2\theta = 7\lambda - 11$ να βρείτε τις τιμές του λ.

4. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\kappa \in R$ υπάρχει γωνία ω ώστε να ισχύει:

$\text{ημ}\omega = \dfrac{\kappa}{\kappa-1}$, $\text{συν}\omega = \dfrac{\kappa+1}{\kappa-1}$

5. Αν $\text{ημ}x+\text{συν}x = -\dfrac{1}{5}$. Να υπολογίσετε:

α) $\text{ημ}x \cdot \text{συν}x$, **β)** $\dfrac{1}{\text{ημ}x} + \dfrac{1}{\text{συν}x}$, **γ)** $\text{ημ}^3x \cdot \text{συν}x + \text{ημ}x \cdot \text{συν}^3x$

1^0 Κριτήριο Αξιολόγησης

Θέμα 1^0

α) Να αποδείξετε ότι: $εφω = \frac{ημω}{συνω}$ για κάθε ω με $0^0 \leq ω \leq 90^0$ και $ω \neq 90^0$.

β) Ποιος είναι ο νόμος των συνημιτόνων;

γ) Τί ξέρετε για τους τριγωνομετρικούς αριθμούς παραπληρωματικών γωνιών.

Θέμα 2^0

α) Να λύσετε την εξίσωση:
$(2ημx-\sqrt{3})(2συνx-1)=0$

β) Αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει: $α^2 = β^2 + γ^2 + βγ$ να βρείτε τη γωνία $\hat{A}$.

Θέμα 3^0

Αν είναι $ημω=\frac{12}{13}$, $90^0 < ω < 180^0$

α) Να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

β) Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A= \frac{ημ(180^0-ω)+συν(90^0-ω)}{εφ(180^0-ω)-εφω}$$

Θέμα 4^0

α) Αν υπάρχει γωνία θ με $0^0 \leq θ \leq 180^0$ ώστε να ισχύει: $ημθ = 4λ - 7$ και $συν2θ = 7λ - 11$ να βρείτε τις τιμές του λ.

β) Αν $συνx=-\frac{3}{5}$ και $90^0 < x < 180^0$, να υπολογίσετε το ημx και εφx.

2^0 Κριτήριο Αξιολόγησης

Θέμα 1^0

α) Να διατυπώσετε το νόμο των ημιτόνων. Πότε τον χρησιμοποιούμε.

β) Υπάρχει γωνία ω με $0^0 \leq ω \leq 180^0$ ώστε $ημω = \frac{2}{3}$, $συνω = \frac{1}{3}$.
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Να συμπληρώσετε:

i) Αν $ημω = 0{,}71$ τότε $συν(90^0 - ω) = \ldots$

ii) Αν $συνω = -0{,}7$ τότε $συν(180^0 - ω) = \ldots$

iii) Αν $εφω = 5$ τότε $εφ(180^0 - ω) = \ldots$

Θέμα 2^0

Α. Να αποδείξετε ότι:

α) $ημ150^0 + συν165^0 + ημ75^0 - συν60^0 = 0$

β) $ημ89^0 + ημ91^0 - 2συν1^0 = 0$

Β. Αν $\hat{A} = 60^0$ τότε: $α^2 = β^2 + γ^2 - βγ$.

Θέμα 3^0

Αν $90^0 \leq x \leq 180^0$ και το συνx είναι ρίζα της εξίσωσης $ω^2 - \frac{3}{2}ω - 1 = 0$, να υπολογίσετε την γωνία x.

Θέμα 4^0

Αν $ημx + συνx = -\frac{1}{5}$. Να υπολογίσετε:

α) $ημx \cdot συνx$, **β)** $\frac{1}{ημx} + \frac{1}{συνx}$, **γ)** $ημ^3x \cdot συνx + ημx \cdot συν^3x$