

7

Δύο θετικοί αριθμοί έχουν άθροισμα 10. Να βρείτε τους αριθμούς αν

α) Το γινόμενο τους γίνεται μέγιστο .

β) Το άθροισμα των τετραγώνων τους γίνεται ελάχιστο.

8

Αν x, ψ είναι δύο πραγματικοί αριθμοί με $2x + \psi = 5$. Να βρείτε το μέγιστο της παράστασης $A = x\psi + 5$

9

Δίνονται οι παραβολές $\psi = -x^2 + ax + 1$, $\psi = x^2 - 3x + 2$. Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του a ώστε οι κορυφές των δύο παραβολών να ταυτίζονται.

10

Δίνεται η παραβολή: $\psi = x^2 - (\lambda + 2)x - \lambda + 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να εξετάσετε αν η παραβολή έχει ελάχιστο ή μέγιστο το οποίο και να βρείτε.

β) Αν η παραβολή έχει ελάχιστο να βρείτε το λ ώστε το ελάχιστο της παραβολής να γίνεται μέγιστο.

11

Ένας παραγωγός καλλιεργεί x (σε δεκάδες) στρέμματα με ροδάκινα.

Για την καλλιέργεια των x στρεμμάτων έχει έξοδα $2x + 7$ (σε δεκάδες)

ευρώ το στρέμμα. Τα έσοδα του παραγωγού είναι x (σε δεκάδες) ευρώ το στρέμμα. Να βρείτε πόσα στρέμματα πρέπει να καλλιεργήσει ώστε να έχει μέγιστο κέρδος.

Γενικές ασκήσεις 4^{ου} Κεφαλαίου

1

Δίνονται οι παραβολές $\psi = x^2 - (\lambda - 1)x + 2$, $\psi = -2x^2 + (3\lambda - 2)x + 6$.

α) Να δείξετε ότι η πρώτη παραβολή παρουσιάζει ελάχιστο για κάθε λ , ενώ η δεύτερη παραβολή παρουσιάζει μέγιστο για κάθε λ .

β) Να βρείτε την τιμή του λ ώστε οι δύο παραβολές να έχουν τον ίδιο άξονα συμμετρίας.

2

Δίνεται η παραβολή $\psi = x^2 - \lambda x + \lambda - 1$. Να βρείτε το λ ώστε η κορυφή της παραβολής να ανήκει στην ευθεία $x + 2\psi - 4 = 0$

3

Αν για τους θετικούς αριθμούς x, ψ ισχύει: $2x + \psi = 5$ (1). Να βρείτε τους αριθμούς ώστε το γινόμενο $x \cdot \psi$ να γίνεται μέγιστο.

4

Να βρεθούν δύο αριθμοί ώστε να έχουν άθροισμα 20 και το άθροισμα των τετραγώνων τους να είναι ελάχιστο.

- 5** Δίνονται οι παραβολές: $\psi = (3\lambda - 6)x^2 + 3x + 8$, $\psi = (1 - \lambda)x^2 + 2x - 2008$.
Να αποδείξετε ότι: Αν η πρώτη παραβολή έχει ελάχιστο τότε η δεύτερη παραβολή έχει μέγιστο.
- 6** Δίνεται η παραβολή $\psi = x^2 - 4x + \lambda - 1 = 0$
- α)** Να βρείτε την τιμή του λ ώστε η κορυφή της να βρίσκεται στον $x'x$.
- β)** Για την τιμή του λ που βρήκατε στο α) ερώτημα να βρείτε την ευθεία που περνάει από την κορυφή της παραβολής και το σημείο που τέμνει η παραβολή τον άξονα ψ/ψ
- 7** Σε ευθύγραμμο τμήμα $AB = 12$ cm παίρνουμε σημείο M και κατασκευάζουμε τα τετράγωνα, $AMΚΛ$, $BMΓΔ$. Να βρείτε τη θέση του σημείου M ώστε το άθροισμα των εμβαδών των δύο τετραγώνων να είναι ελάχιστο.

Θέμα 1^ο

- α) Ποια συνάρτηση ονομάζεται τετραγωνική;
- β) Δίνεται η παραβολή $\psi = ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$. Πότε έχουμε ελάχιστο; Πότε έχουμε μέγιστο; Ποιο είναι σε κάθε περίπτωση.
- γ) Δίνεται η παραβολή $\psi = ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$. Έχει άξονα συμμετρίας και ποιος είναι ;

Θέμα 2^ο

Δίνεται η παραβολή $\psi = ax^2$, η οποία περνάει από το $A(1,3)$.

- α) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό a .
- β) Να κάνετε την γραφική της παράσταση.
- γ) Να βρείτε την συμμετρική της ως προς τον x' .

Θέμα 3^ο

Δίνεται η παραβολή $\psi = x^2 - 3x + 2$.

- α) Να βρείτε τα σημεία που τέμνει τους άξονες.
- β) Να εξετάσετε αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο το οποίο και να βρείτε.
- γ) Αν A, B είναι τα σημεία που τέμνει τον x' και Γ είναι η κορυφή της παραβολής να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

Θέμα 4^ο

Δίνεται η παραβολή $\psi = (a - 2)x^2$

- α) Να βρείτε τις τιμές του a ώστε η παραβολή να έχει μέγιστο.
- β) Να βρείτε τις τιμές του a ώστε η παραβολή που δίνεται να είναι συμμετρική ως προς τον x' με την παραβολή $\psi = (a^2 + a - 1)x^2$.

Θέμα 1^ο

- α)** Από τι εξαρτάται η απόσταση της γραφικής παράστασης της παραβολής από τον ψ' .
- β)** Η γραφική παράσταση μιάς παραβολής περνάει από το $A(3, 9)$.
Να εξηγήσετε γιατί θα περνάει και από το $B(-3, 9)$.
- γ)** Αν η παραβολή $\psi = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ έχει κορυφή το σημείο $K(0, 4)$, τότε τι συμπέρασμα μπορούμε να βγάλουμε για τους αριθμούς a , b , γ .

Θέμα 2^ο

Δίνεται η παραβολή $\psi = (\lambda - 2)x^2 + 5\lambda x + 2$, $\lambda \neq 2$.

- α)** Να βρείτε την τιμή του λ ώστε να έχει άξονα συμμετρίας τον ψ' .
- β)** Για την τιμή του λ που βρήκατε να εξετάσετε αν η παραβολή έχει μέγιστο ή ελάχιστο το οποίο και να βρείτε.

Θέμα 3^ο

Δίνεται η παραβολή $\psi = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Να βρείτε τους αριθμούς a , b , γ όταν: η παραβολή περνάει από την αρχή των αξόνων, έχει κορυφή το σημείο τομής των ευθειών $(\epsilon) x + \psi = 0$, $(\zeta) 3x + \psi = 0$ και είναι συμμετρική με την $\psi = 3x^2$

Θέμα 4^ο

Δίνεται ένα τραπέζιο στο οποίο το άθροισμα των βάσεων και του ύψους είναι 30 m.

- α)** Να εκφράσετε τις βάσεις σε σχέση με το ύψος.
- β)** Να εκφράσετε το εμβαδόν σε σχέση με το ύψος.
- γ)** Για ποια τιμή του ύψους το εμβαδόν γίνεται μέγιστο.