

6. Δίνεται η εξίσωση $(\alpha^2 - 2\alpha)x + (\alpha - 2)\psi + \alpha^2 - 4 = 0$.
 Να βρείτε τις τιμές του α ώστε:
α) η εξίσωση να παριστάνει ευθεία
β) η εξίσωση να παριστάνει ευθεία η οποία να περνάει από την αρχή των αξόνων.
7. Δίνεται η εξίσωση: $4x + (\lambda^2 - 3\lambda + 2)x\psi + 2\psi - 6 = 0$.
 Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση να είναι γραμμική. Για την μικρότερη τιμή του λ που θα βρείτε να σχεδιάσετε την ευθεία:
 $2x - \lambda\psi + 4\lambda = 0$.

3.2 Η έννοια του γραμμικού συστήματος και η γραφική επίλυσή του

Γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x και ψ , λέμε ένα σύνολο από δύο γραμμικές εξισώσεις και αναζητούμε το ζεύγος των αριθμών που είναι ταυτόχρονα λύση και των δύο εξισώσεων .

Γενικά:

Λύση γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x και ψ ονομάζεται κάθε ζεύγος (x, ψ) που επαληθεύει τις εξισώσεις του.

Ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x, ψ επιλύεται γραφικά και αλγεβρικά.

Για να λύσουμε ένα σύστημα γραφικά δουλεύουμε ως εξής:

Κάνουμε τις γραφικές παραστάσεις των ευθειών που παριστάνει κάθε γραμμική εξίσωση και έχουμε:

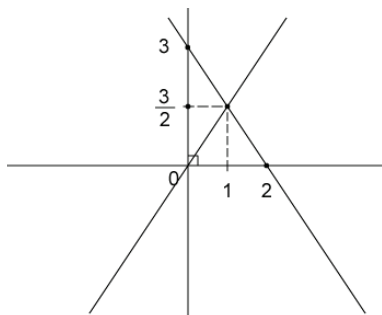
- Αν οι ευθείες τέμνονται τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση που είναι οι συντεταγμένες του σημείου τομής.
- Αν οι ευθείες είναι παράλληλες τότε δεν έχουν κοινό σημείο, οπότε το σύστημα δεν έχει λύση και λέμε ότι είναι αδύνατο.
- Αν οι ευθείες συμπίπτουν τότε έχουν όλα τα σημεία τους κοινά και επομένως το σύστημα έχει άπειρες λύσεις και λέμε ότι είναι αόριστο.

1 α) Να επιλυθεί γραφικά το σύστημα (Σ):
$$\begin{cases} 3x+2\psi=6 \\ \psi-\frac{3}{2}x=0 \end{cases}$$

β) Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζουν οι ευθείες $\epsilon_1 : 3x+2\psi=6$, $\epsilon_2 : \psi-\frac{3}{2}x=0$ και ο άξονας ψ' .

Λύση

α) Θα κάνουμε την γραφική παράσταση των ευθειών στο ίδιο σύστημα αξόνων.



Οι ευθείες τέμνονται στο $A(1, \frac{3}{2})$. Άρα η λύση είναι $(x, \psi) = (1, \frac{3}{2})$

β) Το ζητούμενο τρίγωνο έχει βάση 3 και ύψος $\frac{3}{2}$. Οπότε:

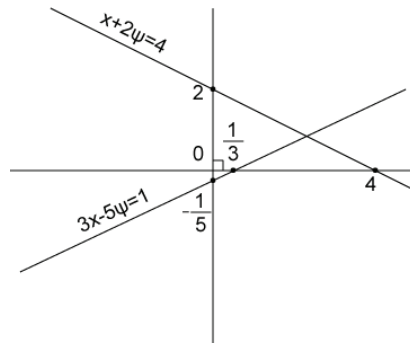
$$E = \frac{1}{2} \beta \cdot \upsilon = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4} \text{ τετραγωνικές μονάδες.}$$

2 Να λυθούν γραφικά τα παρακάτω συστήματα:

α)
$$\begin{cases} x+2\psi=4 \\ 3x-5\psi=1 \end{cases}$$
 β)
$$\begin{cases} x=5 \\ x+\psi=0 \end{cases}$$
 γ)
$$\begin{cases} \psi=4 \\ x=-7 \end{cases}$$
 δ)
$$\begin{cases} x-5=0 \\ \psi+3=0 \end{cases}$$

Λύση

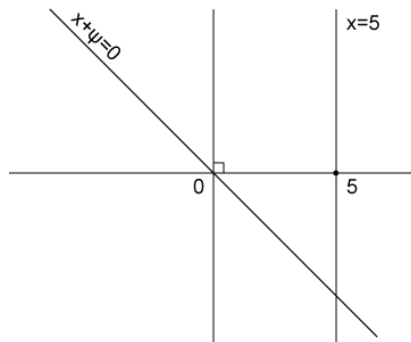
α) Κάνουμε τις γραφικές παραστάσεις των ευθειών στο ίδιο σύστημα αξόνων.



Οι ευθείες τέμνονται στο $A\left(\frac{5}{4}, \frac{11}{8}\right)$

Άρα η λύση είναι $(x, \psi) = \left(\frac{5}{4}, \frac{11}{8}\right)$

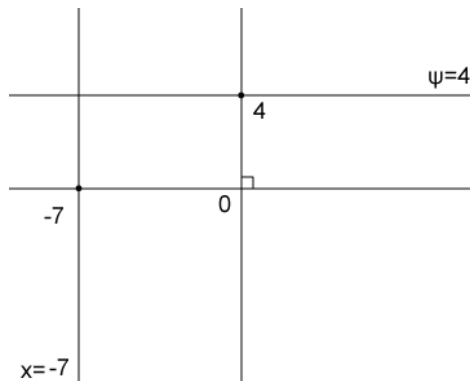
β) Κάνουμε τις γραφικές παραστάσεις των ευθειών στο ίδιο σύστημα αξόνων.



Οι ευθείες τέμνονται στο $A(5, -5)$

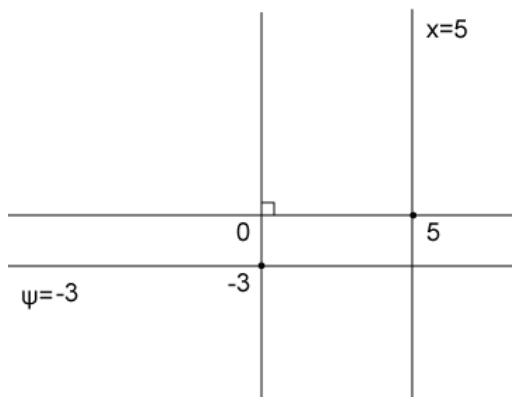
Άρα η λύση είναι $(x, \psi) = (5, -5)$

γ) Κάνουμε τις γραφικές παραστάσεις των ευθειών στο ίδιο σύστημα αξόνων



Οι ευθείες τέμνονται στο $A(-7, 4)$
 Άρα η λύση είναι $(x, \psi) = (-7, 4)$

δ) Κάνουμε τις γραφικές παραστάσεις των ευθειών στο ίδιο σύστημα αξόνων



Οι ευθείες τέμνονται στο $A(5, -3)$
 Άρα η λύση είναι $(x, \psi) = (5, -3)$

Ερωτήσεις κατανόησης

A. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ)

1. Ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων είναι αδύνατο. Τότε οι ευθείες που παριστάνουν αυτές οι εξισώσεις είναι πάντα παράλληλες στον $x'x$.
2. Αν δύο ευθείες είναι παράλληλες, τότε το σύστημα των εξισώσεων τους είναι αόριστο.
3. Ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με αγνώστους x, ψ μπορεί να έχει μόνο δύο πραγματικές λύσεις.
4. Το σύστημα των εξισώσεων: $x = 3$ και $x - 5 = 0$ είναι αδύνατο.
5. Το σύστημα των εξισώσεων: $3x - 6 = 0$ και $\psi - 4 = 0$ έχει μοναδική λύση.
6. Το σύνολο των εξισώσεων $3x + 2\psi = 1, 3x - 5\psi = 6$ αποτελεί ένα γραμμικό σύστημα .

7. Το ζεύγος $(-1,3)$ είναι λύση του συστήματος:

$$\begin{cases} x+3\psi=1 \\ x+2\psi=5 \end{cases}$$

8. Το παρακάτω σύστημα είναι αδύνατο

$$\begin{cases} x+\psi=8 \\ x+2\psi=10 \end{cases}$$

B. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

- Η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $(1,1)$ και $(-2,-2)$ είναι:
α. $\psi = x$, **β.** $\psi = 3x - 1$, **γ.** $\psi = 3x - 2$, **δ.** $\psi = x + 1$
- Η ευθεία $\psi + 2x = 4$ τέμνει τον $x'x$ στο:
α. $A(2,0)$, **β.** $B(0,2)$, **γ.** $\Gamma(0,4)$ **δ.** $\Delta(4,0)$
- Οι ευθείες: (ε) $2x - 5\psi = -3$, (ζ) $x + \psi = 2$
α. είναι παράλληλες, **β.** ταυτίζονται, **γ.** τέμνονται σε ένα σημείο
δ. διέρχονται από την αρχή των αξόνων.
- Οι ευθείες: (ε) $2x - \psi = 0$, $3x + \psi = 0$ τέμνονται στο:
α. $(0,0)$, **β.** $(1,2)$, **γ.** $(1,-3)$, **δ.** $(-3,1)$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

- Δίνονται οι ευθείες: (ε) $3x + 2\psi = 5$, (ζ) $-x + 2\psi = 1$.
α) Να βρείτε την λύση του συστήματος γραφικά:
β) Να εξετάσετε αν η ευθεία (η) $4x - 3\psi = 1$ περνάει από το σημείο τομής των παραπάνω ευθειών.
- Δίνεται η ευθεία: (ε) $x - 4\psi = 8$
α) Να κάνετε την γραφική της παράσταση
β) Να βρείτε τα σημεία που τέμνει η (ε) τους άξονες.
γ) Να βρείτε το σημείο τομής της (ε) και της ευθείας που περνάει από το $A(-2,3)$ και είναι παράλληλη στον $x'x$.
- Δίνονται οι ευθείες: (ε) $3x - \psi = 3$, (ζ) $x - 2\psi = 4$ (η) $2x - \psi = 2$
α) Να βρείτε το εμβαδόν που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τους άξονες.
β) Να βρείτε το σημείο τομής των (ζ), (η) γραφικά.
γ) Να εξετάσετε αν οι ευθείες διέρχονται από το ίδιο σημείο.