

1

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 2007 - \frac{6 - 10x + 2(4x - \psi - 3)}{3(x - z) + 3(\psi + z)} - 2\left(x + \frac{1}{3}\right) - 2\psi$$

αν είναι $x + \psi = 2007$

2

Αν για τον αριθμό x ισχύει η ισότητα $x^2 + x + 1 = 0$

Να αποδείξετε ότι:

α) $x \neq 0$

β) $x^3 = 1$

γ) $x^{2005} + x^{2006} + x^{2007} = 0$

3

Αν $A = x(x - 4)$ και $B = (x - 6)(x + 2)$ να δείξετε ότι:

α) $B = A - 12$

β) Ο αριθμός $A \cdot B + 36$ είναι τέλειο τετράγωνο.

γ) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση $x(x - 6)(x - 4)(x + 2) + 36$

4

Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(x^2 - 1)^{2008} + (2 - 2x)^{2006} + (x^2 - x)^2 = 0$

β) $(x^3 + 3x^2 + 3x)(x^3 + 3x^2 + 3x + 2) + 1 = 0$

5

Η υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου ισούται με 10 cm και είναι 14 cm μικρότερη από την περίμετρο του τριγώνου. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου.

6

Να βρείτε όλους τους αριθμούς x και ψ για τους οποίους ισχύει:

$$2006^{x^2 + \psi^2 - 2x - 2\psi + 2} + 2007^{(x-1)^4 + (\psi-1)^2} = 2$$

7

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x - 1$.

α) Να λυθεί η εξίσωση $P(0) + P(-1) + P(1) + P(-x) = x$

β) Να υπολογισθεί ο λ , αν είναι γνωστό ότι είναι:

$$\lambda P\left(\frac{1}{2}\right) - 2P\left(\frac{\lambda}{2}\right) = 3 - \frac{\lambda}{2}$$

8 Αν $\alpha = \frac{\lambda}{2}(x + \frac{1}{x})$ και $\beta = \frac{\lambda}{2}(x - \frac{1}{x})$, δείξτε ότι: $\alpha^2 - \beta^2 = \lambda^2$.

9 Έστω ένα ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές α , β και υποτείνουσα 10. Κατασκευάζουμε στο εξωτερικό του τριγώνου τρία τετράγωνα με πλευρές τις πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου.

Αν το συνολικό εμβαδόν είναι 224cm^2 , να βρείτε:

α) Το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου.

β) Τις πλευρές α , β του τριγώνου.

10 Αν $\alpha - \beta = 1$ δείξτε ότι:

$$(\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2)(\alpha^4 + \beta^4)(\alpha^8 + \beta^8) = \alpha^{16} - \beta^{16}$$

11 Αν $x \neq 0$ και $x + \frac{1}{x} = 1$ να αποδείξετε ότι:

α) $x^2 - x + 1 = 0$ **β)** $x^3 = -1$ **γ)** $x^{2001} + x - 2004 = 0$.

12 Να αποδείξετε:

α) $v^2 - (v + 1)(v - 1) = 1$

β) Να δείξετε ότι $6,78695^2 - 7,78695 \cdot 5,78695 = 1$

13 Αν $\alpha + \beta = -\frac{3}{14}$ και $\alpha \cdot \beta = -\frac{5}{98}$ να υπολογίσετε:

α) $\alpha^2 + \beta^2$

β) $(2\alpha - 1)^2 + (1 - 2\beta)^2 + 28(\alpha + \beta)$

14 Να γραφεί ο αριθμός $A = 2007^2 + 4015$ ως τέλειο τετράγωνο.

Θέμα 1

- α)** Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;
- β)** Τι λέμε μονώνυμο και τι πολυώνυμο;
- γ)** Αν η ακμή ενός κύβου είναι $x + 2$ να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ εκφράζει τον όγκο του.
- δ)** Αν είναι $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$ να δείξετε ότι ένας τουλάχιστον από τους α, β είναι μηδέν

Θέμα 2

- α)** Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου παραλληλογράμου είναι $2x^2 + 7x + 3$. Αν το μήκος του είναι $2x + 1$ να προσδιορίσετε το πλάτος ως συνάρτηση του x .
- β)** Αν $\alpha - \beta = 2$ και $\alpha^2 + \beta^2 = 20$ να υπολογίσετε:
i) $\alpha \cdot \beta$ **ii)** $\alpha^3 - \beta^3$
- γ)** Να παραγοντοποιήσετε:
i) $x^3(\alpha - \beta) + 27(\beta - \alpha)$
ii) $(3x - 2\psi + 3)^2 + 6x - 4\psi + 7$
- δ)** Αν για κάθε x είναι $3x^2 + 5x + 3 = A + B(x - 1) + \Gamma(x - 1)^2$ να υπολογίσετε τους A, B, Γ .

Θέμα 3

Να κάνετε τις πράξεις

α)
$$\frac{2\alpha + 3}{2\alpha - 2} - \frac{3\alpha - 2}{3\alpha + 3} - \frac{5}{6\alpha^2 - 6}$$

β) Αν $\alpha - \beta = (\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta + (\alpha - \beta)^{2007}$$

γ) Αν $\alpha + 2\beta + \frac{\gamma}{2}$ και $\alpha\beta\gamma = 10$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \alpha^2 \left(\alpha + \frac{\gamma}{2}\right)^2 \cdot (\alpha + 2\beta)^2$$

Θέμα 4

α) Αν μεταξύ των πλευρών α, β, γ τριγώνου $AB\Gamma$ ισχύει $\frac{\beta}{\alpha + \gamma} - \frac{\gamma}{\alpha + \beta} = 0$ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

β) Να απλοποιήσετε τα κλάσματα

i) $\frac{3 + 6 + 9 + \dots + 300}{2 + 4 + 6 + \dots + 200}$, **ii)** $\frac{3x + 6x + 9x + \dots + 300x}{2x + 4x + \dots + 200x}$

Θέμα 1

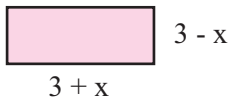
- α) Τι λέμε αναγωγή ομοίων όρων και με ποια ιδιότητα γίνεται;
- β) Να γράψετε πέντε από τις ταυτότητες που ξέρετε και να αποδείξετε τις τρεις.
- γ) Να συμπληρώσετε τις ισότητες
 i) $(x - \dots)^2 = \dots - \dots + 4$
 ii) $(\dots - \dots)^2 = \dots + 25 - 10a$
- δ) Αν $P(x) = x^2 - 3x + 1$ να υπολογίσετε $P(\sqrt{2} - 1)$

Θέμα 2

- α) Να αποδειχθεί ότι η τετραγωνική ρίζα του $14 + 6\sqrt{5}$ είναι ο αριθμός $3 + \sqrt{5}$
- β) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:
 $A = x^4 - x^2$, $B = x^3 + 2x^2 - x - 2$ και $A - B$
- γ) Να αποδείξετε ότι:
 i) Ο αριθμός $k^2 + 7k$ είναι άρτιος, όπου k είναι ακέραιος.
 ii) Ο αριθμός $k^2 - l^2 + 1$ είναι περιττός, όπου k, l περιττοί ακέραιοι.

Θέμα 3

Θεωρούμε το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο του σχήματος .



- α) Να γράψετε ένα πολώνυμο $P(x)$ το οποίο να εκφράζει το εμβαδόν του.
 $3 + x$
- β) Ποιες τιμές μπορεί να πάρει το x .
- γ) Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό x το εμβαδόν του δεν ξεπερνά το 9.
- δ) Για ποια τιμή του x το εμβαδόν του ορθογωνίου γίνεται μέγιστο;