

### Πολλαπλασιασμός - Διαίρεση παραστάσεων

#### Πολλαπλασιασμός

Για να πολλαπλασιάσουμε έναν ακέραιο αριθμό με ένα κλάσμα ή για να πολλαπλασιάσουμε δύο κλάσματα, χρησιμοποιούμε τους εξής κανόνες:

$$\alpha) \alpha \cdot \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma} \text{ και } \beta) \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta \cdot \delta}$$

Με τον ίδιο τρόπο πολλαπλασιάζουμε και μια ακέραια με μια ρητή παράσταση ή δύο ρητές παραστάσεις.

#### Διαίρεση

Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα χρησιμοποιούμε τον παρακάτω κανόνα:

$$\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma} = \frac{\alpha \cdot \delta}{\beta \cdot \gamma}$$

#### Σύνθετα κλάσματα

Το σύνθετο κλάσμα  $\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}}$ , ως γνωστόν, εκφράζει το πηλίκο  $\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta}$  που είναι ίσο με  $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma}$ .

και επομένως ισχύει  $\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}} = \frac{\alpha \cdot \delta}{\beta \cdot \gamma}$ . Τον ίδιο κανόνα χρησιμοποιούμε και στις ρητές παραστάσεις.

#### Παραδείγματα

##### 1. Να βρεθούν τα γινόμενα

$$\alpha) (4x^2-4) \cdot \frac{2x}{3x+3} \quad \beta) \frac{x^2-2x}{4x+8} \cdot \frac{x^2-4}{x}$$

##### Λύση

$$\begin{aligned} \alpha) (4x^2-4) \cdot \frac{2x}{3x+3} &= \frac{(4x^2-4) \cdot 2x}{3x+3} = \frac{4(x^2-1) \cdot 2x}{3(x+1)} = \frac{4(x-1)(x+1) \cdot 2x}{3(x+1)} = \\ &= \frac{4(x-1) \cdot 2x}{3} \end{aligned}$$

$$\beta) \frac{x^2 - 2x}{4x + 8} \cdot \frac{x^2 - 4}{x} = \frac{(x^2 - 2x) \cdot (x^2 - 4)}{(4x + 8) \cdot x} = \frac{x(x-2) \cdot (x-2)(x+2)}{4(x+2) \cdot x} = \frac{(x-2)^2}{4}$$

2. Να γίνουν οι πράξεις:

$$\alpha) \frac{x^2 - 4}{x} : \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - x} \quad \beta) \frac{\alpha - 1}{\alpha^2 - 3\alpha} \cdot \frac{1}{\alpha^3 - 9\alpha}$$

Λύση

$$\alpha) \frac{x^2 - 4}{x} : \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - x} = \frac{x^2 - 4}{x} \cdot \frac{x^2 - x}{x^2 - 4x + 4} = \frac{(x^2 - 4) \cdot (x^2 - x)}{x \cdot (x^2 - 4x + 4)} =$$

$$= \frac{(x-2) \cdot (x+2) \cdot x(x-1)}{x(x-2)^2} = \frac{(x+2)(x-1)}{x-2}$$

$$\beta) \frac{\alpha - 1}{\alpha^2 - 3\alpha} = \frac{(\alpha - 1)(\alpha^3 - 9\alpha)}{\alpha^2 - 3\alpha} = \frac{(\alpha - 1)\alpha(\alpha^2 - 9)}{\alpha(\alpha - 3)} = \frac{(\alpha - 1)\alpha(\alpha - 3)(\alpha + 3)}{\alpha(\alpha - 3)} = (\alpha - 1)(\alpha + 3)$$

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) \frac{5-x}{x+5} \cdot \frac{x^2+10x+25}{x^2-25}, \quad \beta) \frac{(\alpha+2)^2}{\alpha x - \alpha y} : \frac{\alpha^2+2\alpha}{\alpha^2 x - \alpha^2 y}, \quad \gamma) \frac{\alpha+\beta}{\alpha^2-\alpha\beta} : \frac{3\alpha+3\beta}{\alpha-\beta}$$

2. Να κάνετε τις διαιρέσεις:

$$\alpha) \frac{x^2-16}{8} : \frac{x+4}{32}, \quad \beta) \frac{10x^2-5x}{1-4x+4x^2} : \frac{25x}{8x^2-2}, \quad \gamma) \frac{x+2}{x-1} : \left( \frac{2x+6}{x-1} \cdot \frac{x+2}{x+3} \right),$$

$$\delta) \frac{x^2-9}{x^3-8} : \frac{x+3}{x^2+2x+4}, \quad \epsilon) \frac{x^3-1}{x^2-4} : \frac{x^2-2x+1}{(x-2)^2}$$

3. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2 - \beta^2} : \frac{\alpha + \beta}{2\alpha + 2\beta} \quad \beta) \left[ \frac{x+2}{x^2-1} + \frac{x-3}{(x-1)^2} \right] : \frac{x^2-2}{(x-1)^2} \quad \gamma) \left[ \frac{x-1}{x^2-4} + \frac{1}{x-2} \right] : \frac{x^3+1}{x^3-8}$$