1.8 Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. ακεραίων αλγεβρικών παραστάσεων

Αν δύο ή περισσότερες αλγεβρικές παραστάσεις έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τότε:

- **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιό** τους ονομάζεται, το γινόμενο των κοινών και μη κοινών παραγόντων τους με εκθέτη καθενός το μεγαλύτερο από τους εκθέτες του.

- **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης** τους ονομάζεται, το γινόμενο των κοινών παραγόντων τους με εκθέτη καθενός το μικρότερο από τους εκθέτες του.

Όταν έχουμε ακέραιες αλγεβρικές παραστάσεις με θετικούς ακέραιους συντελεστές τότε:

Ως αριθμητικό παράγοντα του Ε.Κ.Π., θα θεωρούμε το Ε.Κ.Π. των παραγόντων των παραστάσεων και ως αριθμητικό παράγοντα του Μ.Κ.Δ. θα θεωρούμε το Μ.Κ.Δ. των αριθμητικών παραγόντων των παραστάσεων.

Παραδείγματα

Να βρεθεί το Ε.Κ.Π. και ο Μ.Κ.Δ.

α) Των μονωνύμων $12x^3ψω$, $20x^4ψ^2ω^3$, $16x^2ψ^3ω^2$

β) Των πολυωνύμων: $\mathbf{A} = 6x^2 - 6x$, $\mathbf{B} = 4x^2 - 8x + 4$, $\mathbf{Γ} = 3x^2 - 3$

Λύση

α) Οι συντελεστές 12, 20, 16 έχουν Ε.Κ.Π. = 240 και Μ.Κ.Δ. = 4, άρα τα μονώνυμα έχουν Ε.Κ.Π. = $240\, x^4ψ^3ω^3$ και Μ.Κ.Δ. = $4\, x^2ψω$

β) **1)** Αναλύουμε τα πολυώνυμα σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$\mathbf{A} = 6x^2 - 6x = 6x(x - 1)$

$\mathbf{B} = 4x^2 - 8x + 4 = 4(x^2 - 2x + 1) = 4\,(x - 1)^2$

$\mathbf{Γ} = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3\,(x - 1)(x + 1)$

2) Υπολογίζουμε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ. των αριθμητικών παραγόντων. Οι αριθμητικοί παράγοντες είναι: 6, 4, 3 και έχουν: Ε.Κ.Π. = 12 και Μ.Κ.Δ. = 1

3) Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. και το Μ. Κ.Δ. των πολυωνύμων. Τα πολυώνυμα Α, Β, Γ έχουν Ε.Κ.Π.= 12x(x-1)2(x+1) και Μ.Κ.Δ. = $1 \cdot (x-1)$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε ζεύγος παραστάσεων της στήλης Α, το Ε.Κ.Π. τους από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α) $x(x+1), 2x^3(x+1)^2$	**1.** $x^4(x+1)^3$
β) $x^4(x-1), x^3(x^2-1)$	**2.** $2x^3(x+1)^2$
γ) $x(x+1)^3, x^4(x+1)$	**3.** $x^4(x-1)(x+1)$
	4. $x^4(x-1)$

2 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα γράφοντας σε κάθε κενό το Ε.Κ.Π. των παραστάσεων Α και Β.

B \ A	2x	3x(x-2)	9(x-1)2
$18x$			
x^2-4			
$3x^2(x^2-1)$			

3 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε ζεύγος παραστάσεων της στήλης Α, το Μ.Κ.Δ. τους από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α) $3x(x-1), 6x^2(x-1)^3$	**1.** $x-2$
β) $2x(x^2-1), 4(x-1)^3$	**2.** $3x(x-1)$
γ) $(x^2-4), 3x(x-2)^2$	**3.** $3x$
δ) $15x^5, 3x(x-1)^3$	**4.** $2(x-1)$

4 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα γράφοντας σε κάθε κενό το Μ.Κ.Δ. των παραστάσεων Α, Β.

B \ A	$3x(x-1)^3$	$4x^2$	x^5
$9x(x^2-1)$			
$6x(x-1)^3$			
$x^4(x-1)^5$			

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

1 Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ. των παραστάσεων:
α) $2x^2\psi^3\omega^2$, $4x^3\psi^2\omega$, $6x\psi^2\omega^3$
β) $6(x\psi)^2x\psi$, $(2x)^2x\psi^3$, $8x\psi^3$
γ) $4\alpha^2\beta\gamma$, $8\alpha^4\beta$, $12\beta\gamma^3$

2 Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ. των παραστάσεων:
α) $6(x^2 - \psi^2)$, $3(x - \psi)$, $x^3 - \psi^3$
β) $x^4 - 4x^2 + 9(4 - x^2)$, $x^3 + 4x^2 + 4x - 3(x + 2)^2$
γ) $x^2 + x$, $x^2 - 1$, $x^3 - x$

3 Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ. των παραστάσεων:
α) $x^2 - 3x + 2$, $x^2 - 4x + 3$, $x^2 - 5x + 6$
β) $x^2 - 4x + 4$, $x^2 + x - 6$, $x^2 - 4$
γ) $(x - 1)(x - 1)$, $(x + 1)(x - 1)^2$, $(x + 1)^2(x - 1)$

4 Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ. των παραστάσεων:
α) $\alpha^2 - 2\alpha$, $\alpha^2 - 4\alpha + 4$, $\alpha^3 - 4\alpha$
β) $\alpha^3 - 8$, $\alpha^2 - 4$, $\alpha^2 - 5\alpha + 6$

1.9 Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις

Μία αλγεβρική που είναι κλάσμα και οι όροι του είναι πολυώνυμα, λέγεται ρητή αλγεβρική παράσταση ή απλώς ρητή παράσταση.

Για να έχει νόημα (να ορίζεται) μια αλγεβρική παράσταση, πρέπει ο παρονομαστής να είναι διάφορος του μηδενός, δηλαδή οι μεταβλητές θα πρέπει να παίρνουν τέτοιες τιμές, ώστε να μη μηδενίζουν τον παρονομαστή.

Για να απλοποιήσουμε μια ρητή παράσταση θα πρέπει ο αριθμητής και ο παρονομαστής να είναι γινόμενα και να έχουν κοινό παράγοντα.

Αν σε μια ρητή παράσταση ο αριθμητής ή ο παρονομαστής δεν είναι γινόμενο, τότε για να απλοποιήσουμε

- Παραγοντοποιούμε και τους δύο όρους της και,
- διαγράφουμε τους κοινούς παράγοντες των όρων της.