1.1 Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς (επαναλήψεις - συμπληρώσεις)

Α. Οι πραγματικοί αριθμοί και οι πράξεις τους

Τα σύνολα των αριθμών τα οποία ξέρουμε είναι:

- Το σύνολο των **φυσικών N** = {0,1,2,3,…}
- Το σύνολο των **ακεραίων Z** = {…,-2,-1,0,+1,+2,...}
- Το σύνολο των **ρητών Q**, το οποίο περιέχει τους αριθμούς, που έχουν (ή μπορούν να πάρουν) κλασματική μορφή, δηλαδή τη μορφή $\frac{\alpha}{\beta}$, όπου οι αριθμοί α, β είναι ακέραιοι με $\beta \neq 0$.
- Το σύνολο των **άρρητων**, το οποίο περιέχει τους αριθμούς που δεν είναι ρητοί.
- Το σύνολο των **πραγματικών R**, το οποίο περιέχει τους ρητούς και τους άρρητους αριθμούς.

  Κάθε **πραγματικός** αριθμός παριστάνεται μ' ένα σημείο πάνω σ' έναν άξονα.

  Αν ο αριθμός α παριστάνεται στον άξονα με το σημείο Α τότε **απόλυτη τιμή** του α λέμε την απόσταση του Α από την αρχή του άξονα.

Οι πράξεις στους πραγματικούς αριθμούς

Α. ΠΡΟΣΘΕΣΗ

- Για να προσθέσουμε δύο **ομόσημους** πραγματικούς αριθμούς προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμά τους βάζουμε πρόσημο, το κοινό τους πρόσημο.
- Για να προσθέσουμε δύο **ετερόσημους** πραγματικούς αριθμούς, αφαιρούμε την μικρότερη απόλυτη τιμή από τη μεγαλύτερη και στη διαφορά τους βάζουμε πρόσημο, το πρόσημο του αριθμού που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

Β. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο **ομόσημους** πραγματικούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο αυτό βάζουμε πρόσημο (+).
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο **ετερόσημους** πραγματικούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο αυτό βάζουμε πρόσημο (-).

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού

Για την πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό ισχύουν οι ιδιότητες:

Ιδιότητα	Πρόσθεση	Πολλαπλασιασμός
Αντιμεταθετική	$\alpha + \beta = \beta + \alpha$	$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$
Προσεταιριστική	$\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha+\beta)+\gamma$	$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$
Ουδέτερο στοιχείο	$\alpha + 0 = \alpha$	$\alpha \cdot 1 = \alpha$
	$\alpha + (-\alpha) = 0$	$\alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = 1, \alpha \neq 0$
Επιμεριστική (ως προς την πρόσθεση)	$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$	

Γ. ΑΦΑΙΡΕΣΗ - ΔΙΑΙΡΕΣΗ

Οι πράξεις της αφαίρεσης και της διαίρεσης γίνονται με την βοήθεια της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού αντιστοίχως.

- Για να βρούμε τη διαφορά δύο αριθμών, προσθέτουμε στο μειωτέο τον αντίθετο του αφαιρετέου. $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$

- Για να βρούμε το πηλίκο δύο αριθμών ($\alpha : \beta$, ή $\frac{\alpha}{\beta}$ με $\beta \neq 0$) πολλαπλασιάζουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρετή,
$\alpha : \beta = \alpha \cdot \frac{1}{\beta}$ ή $\frac{\alpha}{\beta} = \alpha \cdot \frac{1}{\beta}$.

Ακόμη ισχύουν:

- $\alpha \cdot 0 = 0$ για κάθε πραγματικό αριθμό α.
- Αν $\alpha \cdot \beta = 0$, τότε $\alpha = 0$ ή $\beta = 0$.
- Δύο αριθμοί που έχουν άθροισμα μηδέν, λέγονται **αντίθετοι**.
- Δύο αριθμοί που έχουν γινόμενο την μονάδα, λέγονται **αντίστροφοι**.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Κάθε πραγματικός αριθμός έχει μοναδικό αντίθετο.

2. Κάθε πραγματικός αριθμός $\alpha \neq 0$ έχει μοναδικό αντίστροφο.

3. Αν δύο αριθμοί είναι αντίθετοι τότε είναι ετερόσημοι.

4. Αν δύο αριθμοί είναι αντίστροφοι τότε είναι ομόσημοι.

5. Η απόλυτη τιμή ενός αριθμού είναι θετικός αριθμός ή μηδέν.

6. Αν ένας αριθμός α είναι ίσος με τον αντίθετό του τότε $\alpha = 0$.

7. Αν ένας αριθμός α είναι ίσος με τον αντίστροφό του τότε $\alpha = 1$ ή $\alpha = -1$.

8. Η διαφορά δύο φυσικών δεν είναι πάντα φυσικός.

9. Το πηλίκο δύο ακεραίων δεν είναι πάντα ακέραιος.

10. Σε ένα γινόμενο αν ο ένας παράγοντας είναι 0 τότε το αποτέλεσμα είναι 0.

11. Σε ένα γινόμενο το πρόσημο εξαρτάται από το πλήθος των αρνητικών παραγόντων.

12. Αν ένα σύνολο δεν περιέχει το 0 τότε συνοδεύεται από το σύμβολο * π.χ. $N^* = \{1, 2, 3,..\}$.

13. Οι περιοδικοί δεκαδικοί αριθμοί είναι ρητοί.

14. Οι ακέραιοι χωρίζονται σε άρτιους που είναι τα πολλαπλάσια του 2 και σε περιττούς οι οποίοι δεν είναι πολλαπλάσια του 2.

15. Ένας ρητός αριθμός είναι ακέραιος όταν ο παρονομαστής είναι διαιρέτης του αριθμητή.

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1 **Να υπολογιστούν οι παραστάσεις.**

α) $A = (-4)-(-\frac{3}{5})+(\frac{2}{7}-4)-(\frac{3}{5}-\frac{1}{10})-(-\frac{2}{4})(-\frac{16}{5})$ **β)** $B=\dfrac{3+\frac{2}{3}}{1+\dfrac{3}{2+\frac{3}{5}}}$

γ) $\Gamma=-(3\frac{2}{5}+1)-[-(3+\frac{1}{10})+(-\frac{3}{10}-\frac{7}{10})]$ **δ)** $\Delta = (3-\frac{1}{4}):(\frac{3}{2}-\frac{1}{4})-\dfrac{(\frac{3}{4}-\frac{1}{8}):(\frac{1}{2}+\frac{5}{4})}{(\frac{4}{3}-\frac{1}{6})\cdot(-3-\frac{1}{6})}$.

Λύση

α) $A=(-4)-(-\frac{3}{5})+(\frac{2}{7}-4)-(\frac{3}{5}-\frac{1}{10})-(-\frac{2}{4})(-\frac{16}{5}) = -4+\frac{3}{5}+\frac{2}{7}-4-\frac{3}{5}+\frac{1}{10}-(+\frac{32}{20}) =$

$= -4+\frac{3}{5}+\frac{2}{7}-4-\frac{3}{5}+\frac{1}{10}-\frac{16}{10} = -4-4+\frac{3}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{7}+\frac{1}{10}-\frac{16}{10} = -8+\frac{6}{5}+\frac{2}{7}-\frac{15}{10} =$

$= -\frac{560}{70}+\frac{84}{70}+\frac{20}{70}-\frac{105}{70} = -\frac{645}{70}$.

β) $B = \dfrac{3+\frac{2}{3}}{1+\frac{3}{2+\frac{3}{5}}} = \dfrac{3+\frac{2}{3}}{1+\frac{3}{\frac{10}{5}+\frac{3}{5}}} = \dfrac{3+\frac{2}{3}}{1+\frac{3}{\frac{13}{5}}} = \dfrac{3+\frac{2}{3}}{\frac{3}{1+\frac{1}{\frac{13}{5}}}} = \dfrac{3+\frac{2}{3}}{1+\frac{15}{13}} = \dfrac{\frac{9}{3}+\frac{2}{3}}{\frac{13}{13}+\frac{15}{13}} = \dfrac{\frac{11}{3}}{\frac{28}{13}} = \dfrac{143}{54}$.

γ) $\Gamma = -(3\frac{2}{5}+1)-[-(3+\frac{1}{10})+(-\frac{3}{10}-\frac{7}{10})] = -(\frac{17}{5}+\frac{5}{5})-[-(\frac{30}{10}+\frac{1}{10})+(-\frac{10}{10})] =$

$-\frac{22}{5}-(\frac{31}{10}-\frac{10}{10} = -\frac{22}{5}-\frac{21}{10} = -\frac{44}{10}-\frac{21}{10} = -\frac{63}{10}$.

δ) $\Delta = (3-\frac{1}{4}):(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}) - \dfrac{(\frac{3}{4}-\frac{1}{8}):(\frac{1}{2}+\frac{5}{4})}{(\frac{4}{3}-\frac{1}{6})\cdot(-3-\frac{1}{6})} = (\frac{12}{4}-\frac{1}{4}):(\frac{6}{4}-\frac{1}{4}) - \dfrac{(\frac{6}{8}-\frac{1}{8}):(\frac{2}{4}+\frac{5}{4})}{(\frac{8}{6}-\frac{1}{6})\cdot(-\frac{18}{6}-\frac{1}{6})} =$

$= \frac{11}{4}:\frac{5}{4} - \dfrac{\frac{5}{8}:\frac{7}{4}}{\frac{7}{6}\cdot(-\frac{19}{6})} = \frac{11}{4}\cdot\frac{4}{5} - \dfrac{\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}}{-\frac{133}{36}} = \frac{11}{5} - \dfrac{\frac{20}{56}}{-\frac{133}{36}} = \frac{11}{5}+\dfrac{20\cdot 36}{56\cdot 133} = \frac{11}{5}+\dfrac{20\cdot 9}{14\cdot 133} =$

$= \frac{11}{5}+\dfrac{10\cdot 9}{7\cdot 133} = \frac{11}{5}+\frac{90}{931} = \dfrac{11\cdot 931}{5\cdot 931}+\dfrac{90\cdot 5}{5\cdot 931} = \dfrac{10241+450}{4655} = \dfrac{10691}{4655}$.

2 Αν οι αριθμοί α και β + 5 είναι αντίθετοι και οι αριθμοί γ και δ είναι αντίστροφοι, να βρεθεί η αριθμητική τιμή των παραστάσεων.

$\mathbf{A} = 3(\alpha + 4) - (4 - \gamma)\cdot\delta + 3(\beta + 1) + 4\delta$.

$\mathbf{B} = -(\alpha - 2\beta) + 3(\alpha + \gamma) + 10 + (\delta - 3)\gamma + 2006$.

Λύση

Οι αριθμοί α και β + 5 είναι αντίθετοι άρα: $\alpha + (\beta + 5) = 0$,οπότε $\alpha + \beta = -5$

Οι αριθμοί γ και δ είναι αντίστροφοι άρα: $\gamma\cdot\delta = 1$.

Θα προσπαθήσουμε να δημιουργήσουμε το άθροισμα α + β και το γινόμενο γ · δ

Έτσι έχουμε:

$\mathbf{A} = 3(\alpha+4) - (4-\gamma)\,\delta + 3(\beta+1) + 4\delta = 3\alpha + 12 - 4\delta + \gamma\delta + 3\beta + 3 + 4\delta =$

$= 3\alpha + 3\beta + 15 + \gamma\delta = 3(\alpha + \beta + 5) + \gamma\delta = 3\cdot 0 + 1 = 1$.

$\mathbf{B} = -(\alpha - 2\beta) + 3(\alpha + \gamma) + 10 + (\delta - 3)\gamma + 2006 =$

$= -\alpha + 2\beta + 3\alpha + 3\gamma + 10 + \delta\gamma - 3\gamma + 2006 = 2\alpha + 2\beta + 10 + \delta\gamma + 2006 =$

$= 2(\alpha + \beta + 5) + \delta\gamma + 2006 = 2\cdot 0 + 1 + 2006 = 2007$.

3 Αν α, β είναι οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου με εμβαδόν 40 m και γ, δ οι διαστάσεις ενός άλλου ορθογωνίου με περίμετρο 28m να υπολογίσετε τις παραστάσεις.

$\mathbf{A} = 3(\gamma + 2\delta) - 2(\alpha + 10)\beta - 3\delta + 20(\beta + 100)$

$\mathbf{B} = (4\beta - 1)\alpha + 2(\gamma + \delta - 15) + \alpha + 2003$

Λύση

Το ένα ορθογώνιο έχει διαστάσεις α, β και έχει εμβαδόν $40m^2$ άρα $\alpha \cdot \beta = 40$

Το άλλο ορθογώνιο έχει διαστάσεις γ και δ και έχει περίμετρο 28 άρα:

$2\gamma + 2\delta = 28$, οπότε $\gamma + \delta = 14$.

Θα προσπαθήσουμε να δημιουργήσουμε το γινόμενο αβ και το άθροισμα γ + δ

$\mathbf{A} = 3(\gamma + 2\delta) - 2(\alpha + 10)\beta - 3\delta + 20(\beta + 100) = 3\gamma + 6\delta - 2\alpha\beta - 20\beta - 3\delta + 20\beta + 2000$

$3\gamma + 3\delta - 2\alpha\beta + 2000 = 3(\gamma + \delta) - 2\alpha\beta + 2000 = 3 \cdot 14 - 2 \cdot 40 + 2000 =$

$= 42 - 80 + 2000 = 1962$.

$B = (4\beta - 1)\alpha + 2(\gamma + \delta - 15) + \alpha + 2003 = 4\beta\alpha - \alpha + 2\gamma + 2\delta - 30 + \alpha + 2003 =$

$= 4\beta\alpha + 2(\gamma + \delta) - 30 + 2003 = 4 \cdot 40 + 28 - 30 + 2003 = 160 + 28 - 30 + 2003$

$= 2161$.

4 Να βρείτε τον αριθμό α ώστε οι παραστάσεις:

Αν $\mathbf{A} = 3-|-2+5|+3|-4-2| -7$, $\mathbf{B} = \alpha + 3(4 - 2\alpha) - 4$ να είναι

α) Αντίθετοι αριθμοί **β)** Αντίστροφοι αριθμοί.

Λύση

Θα υπολογίσουμε πρώτα τις παραστάσεις **A** και **B**.

$\mathbf{A} = 3-|-2+5|+3|-4-2|-7 = 3-|+3|+3|-6|-7 = 3 - 3 + 3 \cdot 6 - 7 = 18 - 7 = 11$.

$\mathbf{B} = \alpha + 3(4 - 2\alpha)-4 = \alpha + 12 - 6\alpha - 4 = 8 - 5\alpha$.

α) Για να είναι **αντίθετοι** πρέπει: $A + B = 0$ ή $11 + (8 - 5\alpha) = 0$ ή

$11 + 8 - 5\alpha = 0$ ή $- 5\alpha = -19$ ή $\alpha = \frac{19}{5}$.

β) Για να είναι **αντίστροφοι** πρέπει: $A \cdot B = 1$ή $11 \cdot (8 - 5\alpha) = 1$ ή

ή $88 - 55\,\alpha = 1$ ή $-55\alpha = 1 - 88$ή $\alpha = +\frac{87}{55}$.

5 Αν $\alpha + \beta = 3$ και $\gamma + \delta = +4$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις.

$\mathbf{A} = 5 - (\beta - \delta) - (-\gamma + \alpha) + 2004$, $\quad \mathbf{B} = -(-3 - \alpha) + 2(\beta + \gamma) + 2\delta + \alpha$

Λύση

$\mathbf{A} = 5 - (\beta - \delta) - (-\gamma + \alpha) + 2004 = 5 - \beta + \delta + \gamma - \alpha + 2004 =$
$-(\alpha + \beta) + \gamma + \delta + 5 + 2004 = -3 + 4 + 5 + 2004 = 2009.$

$\mathbf{B} = -(-3 - \alpha) + 2(\beta + \gamma) + 2\delta + \alpha = 3 + \alpha + 2\beta + 2\gamma + 2\delta + \alpha = 2\alpha + 2\beta + 2\gamma + 2\delta + 3 =$
$2(\alpha + \beta) + 2(\gamma + \delta) + 3 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 = 6 + 8 + 3 = 17.$

6 Να βρείτε τις θετικές ακέραιες ακέραιες τιμές του x ώστε ο αριθμός $A = \dfrac{3}{X+2}$ να είναι ακέραιος.

Λύση

Για να είναι ο Α ακέραιος πρέπει :

$x + 2 = 1$ ή $x + 2 = -1$ ή $x + 2 = 3$ ή $x + 2 = -3$ ή

$x = -1$ απορρίπτεται, ή $x = -3$ απορρίπτεται, ή $x = 1$ δεκτή
ή $x = -5$ απορρίπτεται.

7 **α)** Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $A = \dfrac{10 + 20 + 30 + ... + 130}{5 + 10 + 15 + ... + 65}$

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης
$B = (60 + 57 + 54 + \ldots + 3) - (59 + 56 + 53 + \ldots + 2)$

Λύση

Όταν έχουμε να υπολογίσουμε παραστάσεις που έχουν πολλά αθροίσματα τότε συνήθως δεν εκτελούμε τις πράξεις, αλλά προσπαθούμε με διάφορα τεχνάσματα να υπολογίσουμε τις παραστάσεις.

$$A = \frac{10 + 20 + 30 + ... + 30}{5 + 10 + 15 + ... + 65} = \frac{10(1 + 2 + 3 + ... + 13}{5(1 + 2 + 3 + ... + 13)} = \frac{10}{5} = 2$$

$\mathbf{B} = (60 + 57 + 54 + \ldots + 3) - (59 + 56 + 53 + \ldots + 2) =$
$(60 - 59) + (57 - 56) + (54 - 53) + \ldots + (3 - 2) = 1 + 1 + 1 + \ldots + 1 = 20 \cdot 1 = 20.$

Παρατήρηση:

Αν έχουμε να υπολογίσουμε ένα άθροισμα της μορφής: $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + \nu$

δηλαδή το άθροισμα των ν πρώτων διαδοχικών φυσικών τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το γενικό τύπο:

$$1+2+3+4+\ldots+\nu = \frac{\nu(\nu+1)}{2} \quad (1)$$ π.χ.

Να υπολογίσετε: **α)** $1+2+3+\ldots+40$

β) $1+2+3+\ldots+100$

γ) $2+4+6+8+\ldots+200$

Λύση

α) Για $\nu=40$ και από τον τύπο (1) έχουμε:

$$1+2+3+\ldots+40 = \frac{40(40+1)}{2} = \frac{40\cdot 41}{2} = 20\cdot 21 = 420.$$

β) Για $\nu=100$ και από τον τύπο (1) έχουμε : $1+2+3+\ldots+100 =$

$$= \frac{100\cdot(100+1)}{2} = \frac{100\cdot 101}{2} = 50\cdot 101 = 5050.$$

γ) Δε μπορούμε να εφαρμόσουμε τον τύπο (1) οπότε δουλεύουμε ως εξής:
$2+4+6+\ldots+200 = 2(1+2+3+\ldots+100) = 2\cdot 5050 = 10100.$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

Α. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)

1. Οι ακέραιοι αριθμοί συμβολίζονται με Ν.
2. Κάθε αριθμός της μορφής $\frac{\alpha}{\beta}$ με $\beta \neq 0$ είναι ρητός.
3. Το άθροισμα δύο ομόσημων είναι θετικός.
4. Δύο αριθμοί με γινόμενο θετικό και άθροισμα θετικό είναι θετικοί.
5. Οι αντίθετοι αριθμοί έχουν ίσες απόλυτες τιμές.
6. Ο αριθμός $0,\overline{35}$ είναι άρρητος.
7. Η απόλυτη τιμή κάθε πραγματικού αριθμού είναι θετικός αριθμός.
8. Όλοι οι πραγματικοί αριθμοί έχουν αντίστροφο.
9. Ο αριθμός $\sqrt{2}$ δεν μπορεί να παρασταθεί πάνω σε άξονα.
10. Αν ο αριθμός $\frac{\alpha}{\beta}$, είναι ακέραιος τότε και ο $\frac{\beta}{\alpha}$ είναι ακέραιος ($\alpha\neq 0, \beta\neq 0$).
11. Υπάρχουν αριθμοί που έχουν αντίστροφο τον εαυτό τους.

12. Το άθροισμα δύο άρρητων αριθμών είναι πάντα άρρητος.

13. Κάθε ακέραιος αριθμός είναι φυσικός αριθμός.

14. Αν δύο αριθμοί α, β με α > β έχουν γινόμενο 0 και άθροισμα θετικό τότε α > 0.

15. Αν $\alpha \cdot \beta < 0$, τότε οι αριθμοί α, β μπορεί να είναι αντίστροφοι μεταξύ τους.

16. Αν α, β είναι ομόσημοι τότε $\frac{\alpha}{\beta} > 0$.

17. Ο αριθμός -x είναι αρνητικός.

18. Ο αριθμός $\frac{\sqrt{3}}{3}$ είναι ρητός.

19. Οι αριθμοί 1 και -1 είναι αντίστροφοι.

20. Αν $\alpha \neq 0$ και $\alpha\beta\gamma = \frac{1}{\alpha^3}$ τότε οι αριθμοί βγ και $\frac{1}{\alpha^2}$ είναι αντίστροφοι.

Β Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

1. Αν οι αριθμοί α, β είναι αντίθετοι, τότε :
α) είναι ομόσημοι, **β)** έχουν ίσες απόλυτες τιμές **γ)** έχουν γινόμενο τη μονάδα **δ)** έχουν ίσα μέτρα και είναι ετερόσημοι.

2. Η τιμή της παράστασης **Α** = (x - 1821) (x - 2004) (x - 2001) · x για x = 0 ισούται :
α) 0, **β)** 2006 **γ)** -2004

3. Αν οι αριθμοί α, β είναι αντίστροφοι τότε η παράσταση
$\mathbf{A} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} - \alpha - \beta + 1$ ισούται με
α) 0, **β)** 1, **γ)** α + β **δ)** -α -β **ε)** 1.

4. Αν ο αριθμός $A = \frac{3}{X+2}$ είναι ακέραιος θετικός τότε η τιμή του x είναι :
α) 1, **β)** -8 **γ)** 2 **δ)** 0 **ε)** 5

5. Αν δύο ετερόσημοι αριθμοί έχουν άθροισμα 0 τότε:

α) είναι αντίθετοι, **β)** είναι αντίστροφοι, **γ)** έχουν γινόμενο 0
δ) έχουν γινόμενο 1.

6. Έστω α, β είναι φυσικοί και οι παραστάσεις:
i) $\alpha - \beta$ **ii)** $2 \cdot \alpha + 3\beta$ **iii)** $\alpha \cdot \beta$ **iv)** $\alpha : \beta$

Ποιες από αυτές παριστάνουν πάντα φυσικό αριθμό;

α) η (i) και η (ii) **β)** η (i) και η (iii) **γ)** η (i) η (ii) και η (iii)
δ) η (i) η (iii) και η (iv) **ε)** η (ii) και η (iii)

7. Αν $\frac{5}{6} \cdot x = 0$, τότε η παράσταση $\frac{5}{6} - x$ είναι ίση με:
α. 0 **β.** $\frac{5}{6}$ **γ.** $-\frac{5}{6}$ **δ.** 1

Γ. Ερωτήσεις συμπλήρωσης

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα σημειώνοντας Χ στην κατάλληλη θέση.

	-4	$\frac{3}{2}$	8	$-0,3$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{16}$	$3,\overline{4}$	π	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
Ακέραιος											
Ρητός											
Άρρητος											

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

1 Δίνονται οι αριθμοί: $+3, -2, \frac{3}{5}, 2,2\overline{3}, \pi, \sqrt{3}, \sqrt{9}, \frac{2}{3}$

Να γράψετε ποιοι από τους παραπάνω αριθμούς είναι φυσικοί, ακέραιοι, ρητοί, άρρητοι.

2 Ποιοί από τους παρακάτω αριθμούς είναι άρτιοι και ποιοί περιττοί;
2ν, $2\nu + 1$, $2\nu + 3$, $4\nu + 1$, $4\nu + 3$, $\nu(\nu + 1)$ όπου ν φυσικός.

3 Να κάνετε τις πράξεις:
α) $3 + 4 \cdot 6 - 36 : (-4) + 2$ **β)** $-10 : (-4 - 6) - [-(4 - 2) + (1 - 3)]$
γ) $(-14) \cdot (-4) \cdot (3 - 3) \cdot (1935 - 678)$ **δ)** $25 : |2 - 7| + [2 - 4(2 : 4) - 3]$

4 Αν $\alpha + \beta = 4$, $\gamma\delta = -12$, να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

Α$= 3\alpha + 3\beta$, **Β** $= \alpha\delta\gamma + \beta\gamma\delta$, **Γ** $= \alpha(\gamma\delta - 2) - \gamma(\alpha\delta - 2) - 2\beta$.

5 Αν α, β, γ είναι πραγματικοί αριθμοί και ισχύει ότι $\alpha = 3\beta$, $\beta = 16\gamma$ και $\gamma = \frac{4}{5}$, τότε να αποδείξετε ότι:

α) $\alpha - \beta = -\frac{128}{5}$ **β)** οι αριθμοί $\frac{\alpha}{\beta}$, $\frac{5\gamma}{12}$ είναι αντίστροφοι

γ) Να υπολογίσετε τους αριθμούς α, β.

6 Αν $\alpha + \beta + \gamma = 2001$ και $\beta + 2\gamma = 6$ να υπολογίσετε τις παραστάσεις:
Α $= \alpha + 2\beta + 3\gamma$, **Β** $= \alpha + 3\beta + 5\gamma$.

7 **α)** Να απλοποιήσετε το κλάσμα: **Α** $= \dfrac{2+4+6+...+100}{5+10+15+...+250}$

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

Α $= (200 + 196 + 192 + \ldots + 8 + 4) - (198 + 196 + 194 + \ldots + 6 + 4 + 2)$
(Διαγωνισμός Ε Μ Ε, Ευκλείδης - 1999)

8 Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = \frac{-[-(-2\alpha + \beta - 3\gamma) - (2\gamma - \alpha + \beta)] - (-3\alpha + 3\beta - \gamma + 2007)}{-(-\alpha + 2\beta) - [\alpha - (-\beta - 2\gamma)] - (-3\beta - 2\gamma) + 1}$$

9 Αν α, β είναι αριθμοί με $\alpha + \beta = 4$ να βρεθεί η τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{100 - 3(\alpha - \beta) - 2(\alpha - 2\beta) - 5 + 3[5\alpha - (-\beta + 2)]}{-2(2\alpha - \beta) - 4(3\beta - 1) - 2(-2\alpha - 5\beta)}$$

10 Να αποδείξετε ότι: αν οι αριθμοί α, β είναι αντίθετοι τότε και οι αριθμοί **x** $= \alpha - 2(\beta + 4) + 2$ και **ψ** $= 4(\alpha + 1) + 7\beta + 2$ είναι αντίθετοι.

11 Αν **x** $= 850{,}35$ και **ψ** $= -150{,}65$ να βρεθεί η τιμή της παράστασης:
$3x\psi - 3x(\psi - 1) - [x - (\psi + 7)] - 3\psi$