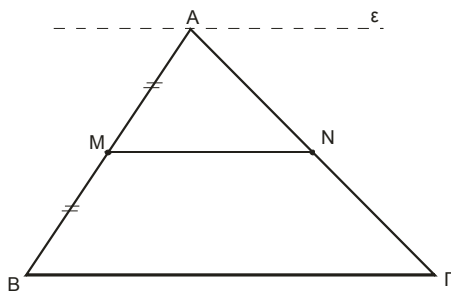


## ΕΝΟΤΗΤΑ 2.

## ΙΣΑ ΤΜΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΞΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ

2.1. Να αποδείξετε ότι αν από το μέσο πλευράς τριγώνου φέρουμε την παράλληλη προς μια πλευρά του, τότε αυτή διέρχεται από το μέσο της τρίτης πλευράς του.

Απάντηση:



Από το μέσο M της πλευράς AB του τριγώνου ABΓ φέρνουμε  $MN \parallel BG$ . Αν φέρουμε την ευθεία  $\varepsilon \parallel BG$  η οποία διέρχεται από το A, τότε οι παράλληλες  $\varepsilon$ , MN και BG θα ορίζουν ίσα τμήματα και στην AG. Δηλαδή το N θα είναι μέσο της AG.

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2.2. Σε ένα τρίγωνο ABΓ παίρνουμε τα μέσα K, Λ, M των πλευρών του. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου KΛM είναι η μισή της περιμέτρου του τριγώνου ABΓ.

2.3. Σε ένα τρίγωνο ABΓ παίρνουμε τυχαίο σημείο Δ της πλευράς του BΓ. Σημειώνουμε τα μέσα K, Λ των τμημάτων AB και AΔ. Να αποδείξετε ότι το τμήμα KΛ προεκτεινόμενο διέρχεται από το μέσο της πλευράς AG.

2.4. Σε ένα τρίγωνο ABΓ παίρνουμε τα μέσα M, N των πλευρών του AB και AG. Πάνω στις πλευρές AB και AG σημειώνουμε τα σημεία K, Λ έτσι ώστε  $AK = \frac{1}{2} AM$  και  $AL = \frac{1}{2} AN$ . Να αποδείξετε ότι  $KL = \frac{1}{4} BG$ .

2.5. Σε ένα τρίγωνο ABΓ φέρνουμε τη διάμεσο AΔ και παίρνουμε τα μέσα E, Z των πλευρών του AB και AG. Το τμήμα EZ τέμνει την AΔ στο σημείο K. Να αποδείξετε ότι η AK είναι διάμεσος του τριγώνου AEZ.

2.6. Κατασκευάζουμε ένα τετράπλευρο ABΓΔ και παίρνουμε τα μέσα K, Λ, M, N των πλευρών του AB, BΓ, ΓΔ και ΔA αντίστοιχα. Σχηματίζουμε τη διαγώνιο AG. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο KΛMN είναι παραλληλόγραμμο.

2.7. Κατασκευάζουμε ένα τραπέζιο ABΓΔ με βάσεις AB, ΓΔ ( $AB < \Gamma\Delta$ ) και φέρνουμε τις διαγώνιες του AG και BΔ. Παίρνουμε τα μέσα των K, Λ των AΔ και BΔ. Να αποδείξετε ότι

α) το τμήμα KΛ προεκτεινόμενο διέρχεται από τα μέσα των AG και BΓ.

β)  $KL = MN = \frac{AB}{2}$ .

γ)  $KM = \Lambda N = \frac{\Delta\Gamma}{2}$ .

δ)  $KN = \frac{AB + \Delta\Gamma}{2}$ .

ε)  $\Lambda M = \frac{\Delta\Gamma - AB}{2}$ .

2.8. Κατασκευάζουμε ένα οξυγώνιο τρίγωνο ABΓ και φέρνουμε το ύψος του AΔ. Παίρνουμε τα μέσα M, N των πλευρών του AB και AG αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου ΔMN είναι η μισή της περιμέτρου του τριγώνου ABΓ.

**2.9.** Σε ένα οξυγώνιο και σκαληνό τρίγωνο  $AB\Gamma$  φέρνουμε το ύψος του  $A\Delta$  και παίρνουμε τα μέσα  $M$ ,  $N$ ,  $P$  των πλευρών του  $AB$ ,  $A\Gamma$  και  $B\Gamma$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $MNP\Delta$  είναι ισοσκελές τραπέζιο.

**2.10.** Σε ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{A} = 90^\circ$ , η  $B\Gamma = 12$  cm και η  $AB = 2x+2$  cm. Αν το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των πλευρών  $A\Gamma$  και  $B\Gamma$  αντίστοιχα είναι  $2x-1$  cm, να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία  $\hat{\Gamma}$ .