

ΕΝΟΤΗΤΑ 9.

ΡΗΤΕΣ ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

9.1. Τι ονομάζουμε κλασματική αλγεβρική παράσταση;

Απάντηση:

Μια αλγεβρική παράσταση που περιέχει μεταβλητή στον παρονομαστή, λέγεται **κλασματική αλγεβρική παράσταση**.

Για παράδειγμα: Οι παραστάσεις $\frac{1}{x}$, $\frac{2\alpha}{\beta+3}$, $\frac{x^2-5y}{xy-3y^4}$ είναι κλασματικές αλγεβρικές παραστάσεις.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

9.2. Να απλοποιηθούν τα κλάσματα

i) $\frac{33\alpha^2\lambda\mu}{22\alpha\lambda}$ ii) $\frac{\alpha^2-3\alpha}{6\alpha^3-18\alpha^2}$
 iii) $\frac{a^2-4}{3a^2-6a}$ iv) $\frac{a^2-4\beta^2}{a^2-2a\beta}$

9.3. Να απλοποιηθούν τα κλάσματα

i) $\frac{3\alpha-3\beta}{4\beta-4\alpha}$ ii) $\frac{4x^2-xy}{12xy-3y^2}$
 iii) $\frac{x^3-x}{x^2+x}$ iv) $\frac{x^2-9}{x^2-4x+3}$

9.4. Να απλοποιηθούν τα κλάσματα

i) $\frac{x^2-1}{(1-x)^2}$ ii) $\frac{\alpha^2-4\alpha\beta+4\beta^2}{\alpha^2-4\beta^2}$
 iii) $\frac{\alpha\lambda-\alpha\mu+\lambda x-\mu x}{\alpha\beta-\alpha\gamma+\beta x-\gamma x}$ iv) $\frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2}$

9.5. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις

i) $\frac{9x^2-4y^2}{9x^2-12xy+4y^2}$ ii) $\frac{xy^2-7y^2+x-7}{x^2-14x+49}$
 iii) $\frac{49x^2-16y^2}{49x^2-56xy+16y^2}$ iv) $\frac{3\alpha\beta^3+3\alpha^3\beta-6\alpha^2\beta^2}{6\alpha\beta^3-6\alpha^3\beta}$

9.6. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα

i) $\frac{\omega^4-81}{\omega^2-9}$ ii) $\frac{x^2-6x+9}{x^2-4x+3}$
 iii) $\frac{(\alpha\beta-1)^2-(\alpha+1)^2}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$ iv) $\frac{(x^2-4)^2-(x+2)^2}{x^2-4x+3}$

9.7. Δίνεται το κλάσμα $K = \frac{4x^2+4x-48}{2x^2-8x+6}$.

- i) Για ποιες τιμές του x ορίζεται το κλάσμα;
 - ii) Να απλοποιήσετε το κλάσμα;
 - iii) Για ποιες τιμές του x παίρνει την τιμή μηδέν;
- [Απ. i) $x \neq 1$ και 3 ii) $x = -4$]

9.8. Για ποιες τιμές του κ το παρακάτω κλάσμα παίρνει την τιμή μηδέν;

$$\frac{\kappa^2-14\kappa+49}{\kappa^2-49}$$

[Απ. κομμίσι]

9.9. Δίνεται η παράσταση $A = \frac{(3\alpha-2\beta)^2-(2\alpha-3\beta)^2}{(5\alpha-4\beta)^2-(4\alpha-5\beta)^2}$

και οι αριθμοί α, β δεν είναι ίσοι ούτε αντίθετοι.

Να δείξετε ότι $A > \frac{1}{2}$.

9.10. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις

i) $\frac{x^3+2x^2-2-x}{x^2+3x+2}$ ii) $\frac{(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta}{\alpha^3\beta-\beta^4}$
 iii) $\frac{\alpha^4x-\beta^4x}{2\alpha^3+2\alpha^2\beta+2\alpha\beta^2+2\beta^3}$ iv) $\frac{\alpha^2-\beta^2}{\alpha^2-\alpha-\beta-\beta^2}$

9.11. Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$\frac{x^5-x^4y-xy^4+y^5}{x^4-yx^3-y^2x^2+y^3x}$$

9.12. Δίνεται το κλάσμα $A = \frac{(x-2)^2+2x^2-4x}{9x^2-4}$

- i) Ποιες τιμές δεν μπορεί να πάρει το x ;
- ii) Να απλοποιήσετε το κλάσμα.

iii) Να λυθεί η εξίσωση $A = 1$.

[Απ. iii) $x=-2$]

9.13. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 36}$,

$$B = \frac{x^2 + 7x + 6}{x^2 - 1}.$$

i) Για ποιες τιμές του x ορίζονται οι δύο παραστάσεις;

ii) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A και B .

iii) Να αποδείξετε ότι: $(A+B)^2 - (A-B)^2 = 4$.

9.14. Να δείξετε ότι:

$$\frac{x^7 - 2x^4y^3 + xy^6}{x^5 - x^2y^3 - x^4y + xy^4} = x^2 + xy + y^2$$