3.3 Αλγεβρική επίλυση γραμμικού συστήματος

Ερώτηση 1

Ποιες είναι οι αλγεβρικές μέθοδοι επίλυσης ενός συστήματος δύο γραμμικών εξισώσεων δύο αγνώστων;

Απάντηση

1. Μέθοδος της αντικατάστασης.
2. Μέθοδος των αντιθέτων συντελεστών.

Ερώτηση 2

Πώς επιλύουμε ένα σύστημα με τη μέθοδο της αντικατάστασης;

Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x+5y=13 \end{cases}$

Απάντηση

Λύνουμε τη μία από τις δύο εξισώσεις ως πρός έναν άγνωστο και αντικαθιστούμε την τιμή του στην άλλη.
Για παράδειγμα

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x+5y=13 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} x=5-2y \\ 3(5-2y)+5y=13 \end{cases} \text{ ή}$$

[λύνουμε την πρώτη εξίσωση ως προς x] [αντικαθιστούμε την τιμή του x στη 2^{η} εξίσωση]

$$\begin{cases} x=5-2y \\ 15-6y+5y=13 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} x=5-2y \\ -y=13-15 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} x=5-2\cdot 2 \\ y=2 \end{cases} \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Άρα η λύση του συστήματος είναι η (1, 2)

Ερώτηση 3

Πώς επιλύουμε ένα σύστημα με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών; Να λυθεί το παρακάτω σύστημα με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών $\begin{cases} 2x+5y=7 \\ 3x+8y=13 \end{cases}$

Απάντηση

Πολλαπλασιάζουμε με κατάλληλο αριθμό τα μέλη κάθε εξίσωσης,ώστε ένας άγνωστος να έχει αντίθετους συντελεστές στις δύο εξισώσεις.

$$\begin{cases} 2x+5y=7 & \text{πολλαπλασιάζουμε την } 1^{\eta} \text{ με } 3 \\ 3x+8y=13 & \text{πολλαπλασιάζουμε τη } 2^{\eta} \text{ με } -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x+15y=\ \ 21 \\ -6x-16y=-26 \end{cases}$$

Προσθέτουμε κατά μέλη και παίρνουμε: – y = – 5 ή y = 5.
Αντικαθιστούμε την τιμή y = 5 σε μία απο τις δύο αρχικές (συνήθως σ’αυτήν που έχει τους μικρότερους συντελεστές) εδώ αντικαθιστούμε στην πρώτη εξίσωση και παίρνουμε :

$$2x+5\cdot 5=7 \text{ ή } 2x=-18 \text{ ή } x=-9$$

Άρα η λύση του συστήματος είναι το ζεύγος (-9,5).

Ερώτηση 4

Όταν θέλουμε να επιλύσουμε ένα σύστημα , αποφασίζουμε άμεσα για τη μέθοδο που θα ακολουθήσουμε ή απλοποιούμε πρώτα τη μορφή του;

Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} \dfrac{x-1}{3}+\dfrac{y-2}{6}=\dfrac{1}{2} \\ x+y=2 \end{cases}$

Απάντηση

Πρώτα απλοποιούμε τη μορφή των εξισώσεων του συστήματος (εάν είναι αναγκαίο) ώστε να πάρουμε δύο γραμμικές εξισώσεις. Στο συγκεκριμένο σύστημα θα απλοποιήσουμε την πρώτη εξίσωση.

Έχουμε $\dfrac{x-1}{3}+\dfrac{y-2}{6}=\dfrac{1}{2}$ ή $\overset{2}{\cancel{6}}\cdot\dfrac{x-1}{\cancel{3}}+\cancel{6}\cdot\dfrac{y-2}{\cancel{6}}=\overset{3}{\cancel{6}}\cdot\dfrac{1}{\cancel{2}}$ ή

$2(x-1)+y-2=3$ ή $2x-2+y-2=3$ ή $2x+y=7$

Οπότε το σύστημα γίνεται $\begin{cases} 2x+y=7 & (1) \\ x+y=2 & (2) \end{cases}$

Με αφαίρεση κατά μέλη ((1) – (2)) , παίρνουμε: x = 5 και με αντικατάσταση στην δεύτερη εξίσωση παίρνουμε:

5 + y = 2 ή y = – 3.

Άρα η λύση του συστήματος είανι το ζεύγος (5, -3)

Ερώτηση 5

Ένα σύστημα 2 γραμμικών εξισώσεων, με δύο αγνώστους είναι δυνατό να έχει δύο μόνο λύσεις; (αιτιολόγηση)

Απάντηση

Όχι, μπορεί να έχει μόνο μία ή καμία ή άπειρες λύσεις διότι κάθε εξίσωση του συστηματος παριστά μία ευθεία του επιπέδου x0y. Οπότε οι δύο αυτές ευθείες μπορούν:
i) Να τέμνονται σε μοναδικό σημείο (μία λύση)
ii) Να είναι παράλληλες (καμία λύση)
iii) Να ταυτίζονται (άπειρες λύσεις)

Ερώτηση 6

Πώς λύνεται ένα σύστημα δύο εξισώσεων, όπου η μία εξίσωση είναι 2ου βαθμού και η άλλη 1ου;
Για παράδειγμα λύστε το επόμενο σύστημα:

$$\begin{bmatrix} x^2+y=10 \\ 2x-y=5 \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} \text{σύστημα 2 εξισώσεων} \\ \text{2 αγνώστων, όχι γραμμικό} \end{bmatrix}$$

Απάντηση

Συνήθως ακολουθούμε τη μέθοδο αντικατάστασης.
Λύνουμε τη γραμμική εξίσωση ως πρός τον ένα άγνωστο.
Εδώ γιαπαράδειγμα,από την εξίσωση $2x-y=5$ παίρνουμε $y=2x-5$ και με αντικατάσταση στην πρώτη εξίσωση παίρνουμε:

$$x^2+2x-5=10 \text{ ή } x^2+2x-15=0$$

Είναι $\Delta=4+60=64>0$ οπότε οι λύσεις της είναι:

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm 8}{2} \begin{cases} \longrightarrow x_1=-5 \\ \longrightarrow x_2=3 \end{cases}$$

Για $x=-5$ από την (2) παίρνουμε y = – 15.
Για $x=3$ από την (2) παίρνουμε y = 1.
Επομένως οι λύσεις του συστήματος είναι οι $(-5,-15)$, $(3,1)$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ – ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1 Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα.

α. $\begin{cases} x+\psi=\dfrac{x}{3} \\ 2x-\psi=1 \end{cases}$ β. $\begin{cases} 2x+\psi=7 \\ x-\psi=-4 \end{cases}$

Λύση

α. Με πρόσθεση κατά μέλη παίρνουμε:

$3x=\frac{x}{3}+1$ ή $9x=x+3$ ή $8x=3$ ή $x=3/8$.

Με αντικατάσταση στην 2x - y = 1, παίρνουμε:

$$2\frac{3}{8}-y=1 \text{ ή } y=-\frac{1}{4}$$

Άρα η λύση του συστήματος είναι $(3/8,-1/4)$.

β. $\begin{cases} 2x+\psi=7 \\ x-\psi=-4 \end{cases}$ ή $\begin{cases} 2x+\psi=7 \\ x-\psi=-4 \end{cases}$ ή

$\begin{cases} 3x=3 \\ x-\psi=-4 \end{cases}$ ή $\begin{cases} x=1 \\ \psi=x+4 \end{cases}$ ή $\begin{cases} x=1 \\ \psi=5 \end{cases}$

Άρα λύση του συστήματος είναι το ζεύγος (1, 5).

2 Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} 3x^2 - 2y \cdot x = 1 \\ y = x \end{cases}$

Λύση

$\begin{cases} 3x^2 - 2y \cdot x = 1 \\ y = x \end{cases}$ ή $\begin{cases} 3x^2 - 2x \cdot x = 1 \\ y = x \end{cases}$ ή

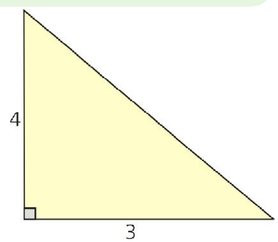
$\begin{cases} 3x^2 - 2x^2 = 1 \\ \psi = x \end{cases}$ ή $\begin{cases} x^2 = 1 \\ \psi = x \end{cases}$ ή $\begin{cases} x = 1 \text{ ή } x = -1 \\ \psi = x \end{cases}$

Για $x = 1$ είναι $\psi = 1$ και για $x = -1$ είναι $\psi = -1$.

Άρα οι λύσεις του συστήματος είναι τα ζεύγη $(1,1)$ και $(-1,1)$.

3 Σ' ένα ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των δύο κάθετων πλευρών του είναι 7cm ενώ το εμβαδόν του είναι $6cm^2$. Να βρεθούν οι κάθετες πλευρές.

Λύση



Αν ονομάσουμε x και ψ τις κάθετες πλευρές του τριγώνου τότε έχουμε:

$\begin{cases} x + \psi = 7 \\ \dfrac{x \cdot \psi}{2} = 6 \end{cases}$ ή $\begin{cases} x = 7 - \psi \\ x \cdot \psi = 12 \end{cases}$ ή

$\begin{cases} x = 7 - \psi \\ (7 - \psi) \cdot \psi = 12 \end{cases}$ ή $\begin{cases} x = 7 - \psi & (2) \\ 7\psi - \psi^2 = 12 & (1) \end{cases}$

Λύνουμε την (1). Έχουμε $-\psi^2 + 7\psi - 12 = 0$ με $\alpha = -1$, $\beta = 7$, $\gamma = -12$, οπότε:

$$\psi_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-7 \pm 1}{-2} = \begin{cases} \longrightarrow \psi_1 = \dfrac{-6}{-2} = 3 \\ \longrightarrow \psi_2 = \dfrac{-8}{-2} = 4 \end{cases}$$

Για $\psi = 3$ από την (2) παίρνουμε $x = 4$ και για $\psi = 4$ από την (2) παίρνουμε $x = 3$. Άρα η λύσεις του συστήματος είναι τα ζεύγη: $(4,3)$, $(3,4)$

4 Μια ευθεία διέρχεται από τα σημεία $A(1,3)$ και $B(2,-1)$. Να βρεθεί η εξίσωσή της.

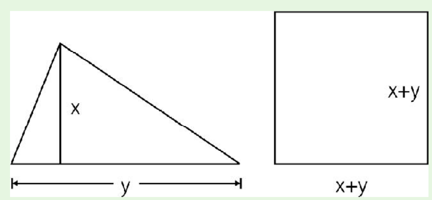
Λύση

Έστω $\psi = \alpha x + \beta$ η εξίσωση της ευθείας (ε) που αναζητάμε. Εφ' όσον διέρχεται από τα σημεία Α και Β οι συντεταγμένες των Α και Β ικανοποιούν την εξίσωσή της.

Δηλαδή για $x = 1$ και $\psi = 3$ πρέπει $3 = \alpha + \beta$ και για $x = 2$ και $\psi = -1$ πρέπει $-1 = 2\alpha + \beta$

Λύνουμε το σύστημα $\begin{cases} \alpha + \beta = 3 \\ 2\alpha + \beta = -1 \end{cases}$. Με αφαίρεση κατά μέλη παίρνουμε $\alpha = -4$ οπότε $\beta = 7$. Άρα η ευθεία (ε) είναι η $\psi = -4x + 7$.

5 Το εμβαδόν του τριγώνου είναι $3cm^2$, ενώ του τετραγώνου είναι $25cm^2$. Να βρεθεί η πλευρά του τετραγώνου.



Λύση

Σύμφωνα με τα δεδομένα, έχουμε: $\begin{cases} \dfrac{x \cdot \psi}{2} = 3 \\ (x + \psi)^2 = 25 \end{cases}$

ή $\begin{cases} x\cdot\psi=6 \\ x+\psi=5 \end{cases}$ ή $\begin{cases} (5-\psi)\cdot\psi=6 \\ x=5-\psi \end{cases}$ ή $\begin{cases} -\psi^2+5\psi-6=0 & (1) \\ x=5-\psi & (2) \end{cases}$

Η (1) έχει διακρίνουσα $\Delta=25-24=1>0$, οπότε:

$$\psi_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{1}}{-2}=\begin{cases} \psi_1=3 \\ \psi_2=2 \end{cases}$$

Για $\psi=3$ από τη (2) έχουμε $x=5-3=2$

Για $\psi=2$ από τη (2) έχουμε $x=5-2=3$

Άρα (x, ψ) = (2, 3) ή (x, ψ) = (3, 2). Τότε η πλευρά του τετραγώνου είναι: 5cm.

6 Σ' ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ο λόγος των δύο πλευρών του είναι 2,ενώ το εμβαδόν του είναι 18. Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών του.

Λύση

Έστω x και ψ τα μήκη των πλευρών, τότε:

$$\begin{cases} x=2\psi \\ \psi^2=9 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} x=6 \\ \psi=3 \text{ ή } \psi=-3 \end{cases}$$

Η τιμή $\psi=-3$ απορρίπτεται, αφού $\psi>0$.

7 Ένας διψήφιος αριθμός έχει άθροισμα ψηφίων 3. Αν αυξήσουμε το πρώτο ψηφίο του κατά 2 και το δεύτερο κατά 4, τότε ο νέος αριθμός που προκύπτει είναι τριπλάσιος του αρχικού. Να βρεθεί ο αριθμός αυτός.

Λύση

Έστω x το πρώτο ψηφίο του αριθμού και ψ το δεύτερο ψηφίο αυτού. Τότε ο αριθμός έχει $x\cdot 10+\psi$ μονάδες.

Ο νέος αριθμός θα έχει πρώτο ψηφίο $x+2$ και δεύτερο ψηφίο $\psi+4$ οπότε θα έχει $(x+2)\cdot 10+\psi+4$ μονάδες.

Σύμφωνα με τα δεδομένα έχουμε: $x+\psi=3$ (1) και $(x+2)\cdot 10+\psi+4=3\cdot(x\cdot 10+\psi)$ (2)

Η (2) γράφεται: $10x+20+\psi+4=30x+3\psi$ ή $24=20x+2\psi$ ή $12=10x+\psi$ (3)

Λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων (1), (3).

$$\begin{cases} x+\psi=3 \\ 10x+\psi=12 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} x+\psi=3 \\ -10x-\psi=-12 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} x=1 \\ \psi=2 \end{cases}.$$

Άρα ο αριθμός είναι ο 12.

8 Έστω ρ_1, ρ_2 οι ακτίνες δύο κυκλικών δίσκων. Το άθροισμα των ακτίνων των δύο δίσκων είναι 5cm, ενώ η διαφορά των εμβαδών τους είναι $15cm^2$. Να βρεθούν οι ακτίνες ρ_1, ρ_2, $(\rho_1>\rho_2)$.

Λύση

Σύμφωνα με τα δεδομένα έχουμε:

$$\begin{cases} \rho_1+\rho_2=5 \\ \pi\rho_1^2-\pi\rho_2^2=15 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} \rho_1+\rho_2=5 \\ \pi\left(\rho_1^2-\rho_2^2\right)=15 \end{cases} \text{ ή }$$

$$\begin{cases} \rho_1+\rho_2=5 \\ \pi(\rho_1+\rho_2)\cdot(\rho_1-\rho_2)=15 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} \rho_1+\rho_2=5 \\ \pi\cdot 5\cdot(\rho_1-\rho_2)=15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho_1+\rho_2=5 \\ \rho_1-\rho_2=\dfrac{15}{5\cdot\pi} \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} \rho_1+\rho_2=5 \\ \rho_1-\rho_2=\dfrac{3}{\pi} \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} \rho_1+\rho_2=5 \\ 2\rho_1=5+\dfrac{3}{\pi} \end{cases} \text{ ή }$$

$$\begin{cases} \rho_1=\dfrac{5+3/\pi}{2} \\ \rho_2=5-\rho_1 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} \rho_1=\dfrac{5+3/\pi}{2} \\ \rho_2=5-\dfrac{5+3/\pi}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho_1=\dfrac{5+3/\pi}{2} \\ \rho_2=\dfrac{10-5-3/\pi}{2} \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} \rho_1=\dfrac{5+3/\pi}{2} \\ \rho_2=\dfrac{5-3/\pi}{2} \end{cases}$$

9 Να λυθεί το μη γραμμικό σύστημα: $\begin{cases} x\psi + (x+\psi) = 11 \\ x+\psi = 5 \end{cases}$

Λύση

$$\begin{cases} x\psi + (x+\psi) = 11 \\ x+\psi = 5 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} x\psi + 5 = 11 \\ x+\psi = 5 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} x\psi = 6 \\ x = 5-\psi \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} (5-\psi)\cdot\psi = 6 \\ x = 5-\psi \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} -\psi^2 + 5\psi - 6 = 0 \\ x = 5-\psi \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} \psi = 2 \text{ ή } \psi = 3 \\ x = 5-\psi \end{cases}$$

Άρα οι λύσεις είναι $(x, \psi) = (3, 2)$ και $(x, \psi) = (2, 3)$.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 *Να βρείτε ποιο από τα παρακάτω ζεύγη είναι λύση του συστήματος* $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=6 \end{cases}$

α. $(2,4)$ β. $(7,-1)$ γ. $(6,2)$ δ. $(7,1)$

2 *Για την επίλυση του συστήματος* $\begin{cases} 4x+3y=10 \\ 3x+y=5 \end{cases}$ *με τη μέθοδο της αντικατάστασης είναι προτιμότερο να λύσουμε:*

α. την πρώτη εξίσωση ως προς x; β. την πρώτη εξίσωση ως προς y;
γ. τη δεύτερη εξίσωση ως προς x; δ. τη δεύτερη εξίσωση ως προς y;

3 *Αν στο σύστημα* $\begin{cases} 4x+6y=-10 \\ 3x-6y=-4 \end{cases}$ *εφαρμόζουμε τη μέθοδο των αντιθέτων συντελεστών ποια από τις παρακάτω εξισώσεις προκύπτει;*

α. $4x=-1$ β. $2x=14$ γ. $7x=-14$ δ. $5x=4$

4 *Με ποιους αριθμούς πρέπει να πολλαπλασιάσουμε τα μέλη κάθε εξίσωσης για να προκύψουν αντίθετοι συντελεστές στον άγνωστο y σε κάθε σύστημα;*

$\begin{cases} 3x+6y=9 \;|\; \ldots.. \\ 4x+3y=1 \;|\; \ldots.. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-3y=1 \;|\; \ldots.. \\ 4x+7y=4 \;|\; \ldots.. \end{cases}$

5 *Με ποια μέθοδο είναι προτιμότερο να λύσουμε καθένα από τα παρακάτω συστήματα;*

α. $\begin{cases} 3x+4y=2 \\ y=2x-7 \end{cases}$ β. $\begin{cases} 4x+3y=8 \\ 5x-3y=10 \end{cases}$ γ. $\begin{cases} y=2x+4 \\ y=-3x+10 \end{cases}$ δ. $\begin{cases} 3x+4y=2 \\ 4x-3y=10 \end{cases}$

6 *Σε καθένα από τα παρακάτω συστήματα* $(\Sigma_1):\begin{cases}-3x+4y=5\\3x-4y=3\end{cases}$ $(\Sigma_2):\begin{cases}6x-8y=-7\\-6x+8y=7\end{cases}$ *αν εφαρμόσουμε τη μέθοδο των αντιθέτων συντελεστών, τότε απαλείφονται και οι δύο άγνωστοι. Ποιο συμπέρασμα προκύπτει για καθένα από τα συστήματα;*

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1 Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα:

α. $\begin{cases}\dfrac{4x}{5}+\dfrac{y-1}{3}=1\\x=y\end{cases}$ β. $\begin{cases}2x+y=7\\5x-y=12\end{cases}$ γ. $\begin{cases}2x+y=5\\2y+x=7\end{cases}$ δ. $\begin{cases}\dfrac{x+1}{3}+\dfrac{y-2}{6}=\dfrac{1}{2}\\\dfrac{x-1}{4}+\dfrac{y}{3}=\dfrac{1}{3}\end{cases}$

2 Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα: α. $\begin{cases}x^2+y=1\\x\cdot y=0\end{cases}$ β. $\begin{cases}x^2+y^2=34\\x+y=8\end{cases}$

3 Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα: α. $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{6}\\x\cdot y=6\end{cases}$ β. $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{2}\\\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=\dfrac{1}{5}\end{cases}$

4 Να υπολογίσετε δύο αριθμούς όπου το άθροισμά τους είναι 4 και το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι 10.

5 Να βρεθεί η εξίσωση μιας ευθείας η οποία διέρχεται από τα σημεία $A(1,2)$ και $B(0,-3)$.

6 Να βρεθούν οι κάθετες πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου το οποίο έχει υποτείνουσα μήκους 5cm και εμβαδό $6\,cm^2$.

7 Να βρεθεί ο διψήφιος αριθμός του οποίου τα ψηφία έχουν άθροισμα 7, ενώ αν αλλάξουμε τη θέση τους ο αριθμός που προκύπτει είναι μεγαλύτερος κατά δύο μονάδες από το διπλάσιο του αρχικού, αριθμού.

8 Να βρεθεί η εξίσωση μιας ευθείας η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο $A(1,2)$.

9 Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει εμβαδό $30\,cm^2$ και ημιπερίμετρο 11. Να βρεθούν οι διαστάσεις του.

10 Σ’ ένα αγρόκτημα υπάρχουν κουνέλια και κότες. Το πλήθος όλων είναι 20 και το σύνολο των ποδιών τους είναι 56. Να βρείτε πόσα κουνέλια και πόσες κότες υπάρχουν στο αγρόκτημα.

11 Σ’ ένα ξενοδοχείο υπάρχουν δωμάτια δίκλινα και τρίκλινα. Ο αριθμός των τρίκλινων δωματίων είναι κατά 5 μεγαλύτερος από τον αριθμό των δίκλινων. Επίσης υπάρχουν συνολικά 60 κλίνες. Να βρείτε πόσα είναι τα δίκλινα και πόσα τα τρίκλινα δωμάτια.

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Ερώτηση 1

Δίνονται τα παρακάτω συστήματα 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους. Ποιο είναι το γραμμικό, ποιο όχι και γιατί;

α. $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 3y = 13 \end{cases}$ β. $\begin{cases} x^2 + y = 0 \\ x + y = 5 \end{cases}$

Στη συνέχεια να επιλυθούν.

Ερώτηση 2

Δίνονται τα παρακάτω συστήματα α. και β. τα οποία είναι αόριστο και αδύνατο αντίστοιχα, να αιτιολογηθεί το γιατί χωρίς να επιλυθούν.

α. $\begin{cases} 2x + y = -3 \\ \dfrac{4}{3}x + \dfrac{2}{3}y = -2 \end{cases}$ β. $\begin{cases} x^2 + y = 0 \\ x^2 \cdot y = 500 \end{cases}$

Άσκηση 1

Να λυθεί το σύστημα με χρήση κατάλληλου μετασχηματισμού: $\begin{cases} \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y} = 1 \\ \dfrac{4}{x} \cdot \dfrac{5}{y} = 3 \end{cases}$

Άσκηση 2

Να βρεθούν οι τιμές των x, y που ικανοποιούν την παρακάτω ισότητα: $(x + y + 2)^2 + (x - y)^2 = 0$

Άσκηση 3

Οι αριθμοί x, y είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς, 3 και 5 αντίστοιχα. Επίσης το άθροισμά τους διαιρούμενο με το 16 δίνει πηλίκο 2 και υπόλοιπο 0. Να βρεθούν οι αριθμοί x, y.