

1.8 Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. ακέραιων αλγεβρικών παραστάσεων

Ερώτηση 1

Τι ονομάζουμε Ε.Κ.Π. δύο αλγεβρικών παραστάσεων;

Απάντηση

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αλγεβρικών παραστάσεων που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων ονομάζεται, το γινόμενο των κοινών και μη κοινών παραγόντων τους με εκθέτη καθενός το μεγαλύτερο από τους εκθέτες του.

Ερώτηση 2

Τι ονομάζουμε Μ.Κ.Δ. δύο αλγεβρικών παραστάσεων;

Απάντηση

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.) δύο ή περισσότερων αλγεβρικών παραστάσεων που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων ονομάζεται, το γινόμενο των κοινών παραγόντων τους με εκθέτη καθενός το μικρότερο από τους εκθέτες του.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1

Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ. των παραστάσεων:

α. $12x^3y^2\omega^2, 5x^2y\omega^3, 6x^2y^3\omega^4$

β. $4x^2(x+y)^2, 3xy^3(x+y)^2, 8x^2y(x-y)(x+y)$

Λύση

α. Οι συντελεστές 12, 5, 6 έχουν Ε.Κ.Π. = 60 και Μ.Κ.Δ. = 1.

Άρα τα μονώνυμα έχουν: Ε.Κ.Π. = $60 \cdot x^3 \cdot y^3 \cdot \omega^4$ και Μ.Κ.Δ. = $x^2 \cdot y \cdot \omega^2$.

β. Οι αριθμητικοί παράγοντες 4, 3, 8 έχουν: Ε.Κ.Π. = 24 και Μ.Κ.Δ. = 1

Άρα τα μονώνυμα έχουν:

Ε.Κ.Π. = $24x^2y^3(x+y)^2(x-y)$ και Μ.Κ.Δ. = $x(x+y)$.

2

Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ. των παραστάσεων:

α. $6(x^2 - y^2), 4(x - y)^2, 12(x - y)^3$

β. $a^3 - a^2, (a^2 - a)(a^2 - 1), a^3 - 2a^2 + a$

Λύση

Είναι:

α. $A = 6(x^2 - y^2) = 2 \cdot 3(x - y)(x + y)$

$B = 4(x - y)^2 = 2^2 \cdot (x - y)^2$

$\Gamma = 12(x - y)^3 = 2^2 \cdot 3 \cdot (x - y)^3$

Άρα Ε.Κ.Π. = $2^2 \cdot 3(x - y)^3(x + y)$, Μ.Κ.Δ. = $2(x - y)$

β. $a^3 - a^2 = a(a^2 - 1) = a(a - 1)(a + 1)$

$(a^2 - a)(a^2 - 1) = a(a - 1)^2(a + 1)$

$a^3 - 2a^2 + a = a(a - 1)^2$

Άρα Ε.Κ.Π. = $a(a - 1)^2(a + 1)$, Μ.Κ.Δ. = $a(a - 1)$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 1 Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε ζεύγος παραστάσεων της στήλης Α, το Ε.Κ.Π. τους από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $x^4(x+1)^2, x(x+1)^3$	1. $6x^2(x+1)^2$
β. $x^3(x+1), x(x+1)^3$	2. $x^3(x+1)^3$
γ. $6x^2(x+1), 2x(x+1)^2$	3. $6x^2(x+1)$
	4. $x^4(x+1)^3$

α	β	γ

- 2 Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα, γράφοντας σε κάθε κενό το Ε.Κ.Π. των παραστάσεων Α, Β.

B \ A	$4x^3$	$2x(x-1)$	$9(x-1)^2$
$6x^2$			
$x^2(x-1)$			
$8x^5$			

- 3 Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε ζεύγος παραστάσεων της στήλης Α, το Μ.Κ.Δ. τους από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $8x^3(x+2)^2, 4x(x+2)^3$	1. $4x^2(x+2)^2$
β. $2x^2(x+2)^3, 4x^4(x+2)^2$	2. $4x(x+2)^2$
γ. $4x^2(x+2), 8x^3(x+2)^2$	3. $4x^2(x+2)$
	4. $x^2(x+2)^2$

α	β	γ

- 4 Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα γράφοντας σε κάθε κενό το Μ.Κ.Δ. των παραστάσεων Α, Β.

B \ A	$3x^2$	$x^4(x-1)^2$	$12(x-1)^3$
$12x(x-1)^2$			
$4x^3(x-1)$			
$3x^2(x-1)^3$			

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1 Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Δ.Κ. των παραστάσεων:
 $5a\beta\gamma^3$, $10a\beta^2\delta^2$, $15\beta\delta^2$

2 Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ των παραστάσεων:

i) $a^2 - 4a + 3$, $a^2 - 9$, $a^3 - 9a$

ii) $x^3 - 4x$, $4(x+2)^2 - (x+6)^2$, $3x^2 - 3x - 6$

iii) $x^3 - 4x^2 + 4x$, $3x^3 + 3x - 6x^2 - 6$

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Άσκηση 1

Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Δ.Κ. των παραστάσεων:

$$27axy^3, 9ax^2\omega^2, 3y\omega^2$$

Άσκηση 2

Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ των παραστάσεων:

$$a^2 - 6a + 9, a^2 - 9, a^3 - 9a$$

Άσκηση 3

Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ. των παραστάσεων:

α. $8(x+y)$, $4(x+y)^2$, $24(x+y)^3$

β. $x^3 - 2x^2$, $(x^2 - 2x)(x^2 - 4)$, $x^3 - 4x^2 + 4x$