

## 1.6 Λόγος εμβαδών ομοίων σχημάτων

### Ερώτηση 1

Τι ονομάζουμε λόγο ομοιότητας ομοίων σχημάτων;

### Απάντηση

Λόγος ομοιότητας ονομάζεται ο λόγος δύο ομόλογων πλευρών των δύο ομοίων σχημάτων.

### Ερώτηση 2

Με τι ισούται ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων σχημάτων;

### Απάντηση

Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων σχημάτων **ισούται** με το **τετράγωνο** του **λόγου ομοιότητας** τους.

Αν  $E_1, E_2$  τα εμβαδά των δύο ομοίων σχημάτων τότε:  $\frac{E_1}{E_2} = \lambda^2$ .

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1

Δύο όμοια τρίγωνα ΑΒΓ και ΚΛΜ έχουν λόγο ομοιότητας  $\frac{1}{2}$ . Το εμβαδόν του ΚΛΜ είναι  $36\text{cm}^2$ . Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

### Λύση

Έστω  $E_1, E_2$  τα εμβαδά των τριγώνων ΑΒΓ, ΚΛΜ αντίστοιχα τότε:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{E_1}{E_2} = \lambda^2 \\ \lambda = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ή } \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ ή } \frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{4} \text{ ή } \frac{E_1}{36} = \frac{1}{4} \text{ ή } 4E_1 = 36 \text{ ή } E_1 = 9\text{cm}^2 \end{array}$$

2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και Δ, Ε, Ζ τα μέσα των ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ αντίστοιχα. Να βρείτε τον λόγο των εμβαδών των όμοιων τριγώνων ΑΒΓ, ΔΕΖ.

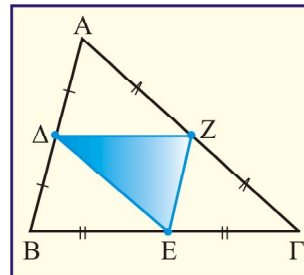
### Λύση

Στο τρίγωνο ΑΒΓ τα Δ, Ε, Ζ είναι μέσα των πλευρών του,

$$\text{άρα: } \Delta E = \frac{AG}{2} \quad (1), \quad \Delta Z = \frac{BG}{2} \quad (2), \quad EZ = \frac{AB}{2} \quad (3).$$

Από (1), (2), (3) έχουμε:  $\frac{AB}{ZE} = \frac{BG}{\Delta Z} = \frac{AG}{\Delta E} = 2$  οπότε  $\lambda = 2$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{E_{AB\Gamma}}{E_{\Delta EZ}} = \lambda^2 \\ \lambda = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ή } \frac{E_{AB\Gamma}}{E_{\Delta EZ}} = 2^2 \text{ ή } \frac{E_{AB\Gamma}}{E_{\Delta EZ}} = 4 \end{array}$$



3

Εστω ορθογώνιο τρίγωνο  $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )

με  $AB = 1\text{cm}$ ,  $A\Gamma = 3\text{cm}$ .

Ένα τρίγωνο  $\hat{\Delta}\hat{\Xi}\hat{Z}$  όμοιο με το  $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$  έχει εμβαδό δεκαπλάσιο από το εμβαδόν του  $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ .  
Να βρείτε την υποτεινούσα και τις κάθετες πλευρές του  $\hat{\Delta}\hat{\Xi}\hat{Z}$ .

**Λύση**

Βρίσκουμε το λόγο ομοιότητας  $\eta$ .

$$E_{\Delta\Xi Z} = 10E_{AB\Gamma} \text{ ή } \frac{E_{\Delta\Xi Z}}{E_{AB\Gamma}} = 10 \text{ ή } \eta^2 = 10 \text{ ή } \eta = \sqrt{10} \quad (1). \text{ Στο ορ-}$$

θογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  από πυθαγόριο θεώρημα έχουμε:

$$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 \text{ ή } B\Gamma^2 = 1^2 + 3^2 \text{ ή } B\Gamma^2 = 10 \text{ ή } B\Gamma = \sqrt{10} \quad (2).$$

$$\frac{EZ}{B\Gamma} = \eta \text{ ή (από (1), (2))}$$

$$\frac{EZ}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \text{ ή } EZ = \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} \text{ ή } EZ = 10\text{cm}$$

4

Η ακμή ενός κύβου είναι κατά 20% μεγαλύτερη από την ακμή ενός άλλου κύβου.

Να βρείτε πόσο % διαφέρουν τα εμβαδά των επιφανειών τους;

**Λύση**

Αν  $\alpha$ ,  $\beta$  οι ακμές των δύο κύβων και  $E_1$ ,  $E_2$  τα εμβαδά τους αντίστοιχα, τότε:  $\alpha = \beta + 0,2\beta = 1,2\beta$  ή  $\frac{\alpha}{\beta} = 1,2$  δηλαδή έχουν λόγο πλευρών  $\eta = 1,2$ .

$$\text{Άρα } \frac{E_1}{E_2} = (1,2)^2 \text{ ή } \frac{E_1}{E_2} = 1,44 \text{ ή } E_1 = 1,44E_2 \text{ ή } E_1 = E_2 + 0,44E_2.$$

Οπότε το εμβαδόν  $E_1$  του ενός είναι κατά 44% μεγαλύτερο από το εμβαδόν  $E_2$  του άλλου.

**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ**

1

Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- α. Αν διπλασιάσουμε κάθε πλευρά ενός τριγώνου, τότε το εμβαδόν του γίνεται ..... φορές μεγαλύτερο.
- β. Αν τριπλασιάσουμε κάθε πλευρά ενός ισοπλεύρου τριγώνου, τότε το εμβαδόν του γίνεται ..... φορές μεγαλύτερο.
- γ. Αν ένα τετράγωνο έχει πλευρά 4cm και ένα άλλο ομοίό του τετράγωνο έχει πλευρά 8cm, τότε το δεύτερο έχει εμβαδόν ..... φορές μικρότερο από το εμβαδόν του πρώτου ρόμβου.

2

Ένα ορθογώνιο  $\Pi_1$  είναι όμοιο με το ορθογώνιο  $\Pi_2$  με λόγο ομοιότητας  $\frac{3}{4}$ . Τότε το εμβαδόν του  $\Pi_1$  είναι το 9% του εμβαδού του  $\Pi_2$ .

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1 Ένα ορθογώνιο έχει διαστάσεις  $a = 8\text{ cm}$  και  $\beta = 12\text{ cm}$ . Ένα δεύτερο ορθογώνιο όμοιο προς αυτό με διαστάσεις  $x, y$  έχει εμβαδόν τετραπλάσιο από το πρώτο. Να βρείτε τις διαστάσεις  $x, y$ .
- 2 Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων τριγώνων είναι  $\frac{49}{25}$  και η διάμεσος του μικρότερου είναι  $7\text{ cm}$ . Να βρείτε τη διάμεσο του άλλου.
- 3 Έστω τραπέζιο  $ΑΒΓΔ$  ( $ΑΒ // ΓΔ$ ) και  $Ο$  το σημείο τομής των διαγωνίων του. Αν  $ΑΒ = 6\text{ cm}$  και  $ΓΔ = 12\text{ cm}$  να βρείτε τον λόγο των εμβαδών των τριγώνων  $Ο\hat{A}Β$ ,  $Ο\hat{Γ}Δ$ .
- 4 Ένα κανονικό εξάγωνο έχει εμβαδόν  $400\text{ cm}^2$ . Αν τετραπλασιάσουμε τα μήκη των πλευρών του να βρείτε το εμβαδόν του νέου κανονικού εξαγώνου.

## ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

### Ερώτηση 1

- α. Τι γνωρίζετε για το λόγο των εμβαδών δύο όμοιων σχημάτων;
- β. Τι γνωρίζετε για το λόγο των όγκων δύο όμοιων στερεών;

### Ερώτηση 2

Ένα τετράγωνο έχει πλευρά  $a$ . Αν η πλευρά του αυξηθεί κατά  $20\%$  του μήκους της να βρείτε πόσο θα αυξηθεί το εμβαδόν του τετραγώνου.

### Άσκηση 1

Ένα κανονικό εξάγωνο έχει εμβαδόν  $100\text{ cm}^2$ . Αν διπλασιάσουμε τα μήκη των πλευρών του να βρείτε το

εμβαδόν του νέου κανονικού εξαγώνου.

### Άσκηση 2

Ο λόγος των όγκων δύο κύβων είναι  $\frac{3}{4}$ . Να βρείτε τον λόγο των ακμών τους και το λόγο των εμβαδών των επιφανειών τους.

### Άσκηση 3

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $ΑΒΓ$  και  $ΔΕΖ$  είναι όμοια και να γράψετε τους ίσους λόγους.
- β) Να βρείτε το λόγο ομοιότητας του  $ΔΕΖ$  προς το  $ΑΒΓ$ .

