1.5 Ομοιότητα

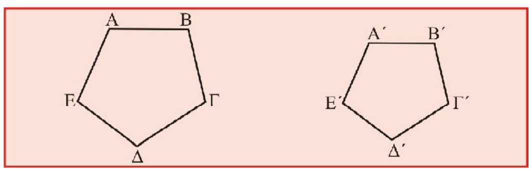
Ερώτηση 1

Πότε λέμε ότι δύο πολύγωνα είναι όμοια;
Τι ονομάζουμε λόγο ομοιότητας δύο πολυγώνων;

Απάντηση

Δύο πολύγωνα λέγονται **όμοια** όταν έχουν **τις πλευρές τους ανάλογες** και **τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες**.
Λόγος ομοιότητας δύο όμοιων πολυγώνων ονομάζεται ο **λόγος** δύο **ομόλογων πλευρών** του.

- Ομόλογες είναι οι πλευρές που βρίσκονται απέναντι από ίσες γωνίες.
- Για δύο όμοια τρίγωνα $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$, $\overset{\triangle}{\Delta E Z}$ συμβολικά γράφουμε $\overset{\triangle}{AB\Gamma} \approx \overset{\triangle}{\Delta E Z}$.
- Δύο ίσα σχήματα είναι όμοια ,όμως δύο όμοια σχήματα δεν είναι απαραίτητα ίσα.
- Δύο ίσα σχήματα έχουν λόγο ομοιότητας ίσο με τη μονάδα.
- Δύο κανονικά πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια.
- Αν τα παρακάτω πολύγωνα είναι όμοια τότε:



$$\begin{cases} A = A', B = B', \Gamma = \Gamma', \Delta = \Delta', E = E' \\ \text{και } \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{B\Gamma}{B'\Gamma'} = \dfrac{\Gamma\Delta}{\Gamma'\Delta'} = \dfrac{\Delta E}{\Delta' E'} = \dfrac{EA}{E'A'} \end{cases}$$

Ερώτηση 1

Πότε δύο τρίγωνα είναι όμοια;
Ποια είναι τα κριτήρια ομοιότητας τριγώνων;

Απάντηση

Δύο τρίγωνα λέγονται **όμοια** όταν έχουν τις γωνίες τους **ίσες** μια προς μια και τις ομόλογες πλευρές τους **ανάλογες**.

Κριτήρια ομοιότητας τριγώνων

1. Δύο τρίγωνα είναι όμοια όταν δύο γωνίες του ενός τριγώνου είναι ίσες μια προς μια με δύο γωνίες του άλλου τριγώνου.
2. Δύο τρίγωνα είναι όμοια όταν οι πλευρές τους είναι ανάλογες.

- Δύο τρίγωνα είναι όμοια όταν μια γωνία του ενός είναι ίση με μια γωνία του άλλου και οι πλευρές που περιέχουν τις ίσες γωνίες είναι ανάλογες.
- Σε δύο ορθογώνια τρίγωνα όταν μια οξεία γωνία του ενός είναι ίση με μια οξεία γωνία του άλλου τότε αυτά είναι όμοια.
- Αν $\overset{\triangle}{AB\Gamma} \approx \overset{\triangle}{\Delta E Z}$ με $\hat{A} = \hat{\Delta}$, $\hat{B} = \hat{E}$, $\hat{\Gamma} = \hat{Z}$ τότε για να γράψουμε τις ανάλογες πλευρές εργαζόμαστε ως εξής:

  Αφού $\hat{A} = \hat{\Delta}$, $\hat{B} = \hat{E}$, $\hat{\Gamma} = \hat{Z}$ γράφουμε $\begin{cases} A \;, B \;, \Gamma \\ \Delta \;, E \;, Z \end{cases}$ και σχηματίζουμε τρεις ίσους λόγους οι οποίοι έχουν αριθμητές τα ευθύγραμμα τμήματα με άκρα όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των γραμμάτων Α, Β, Γ και παρονομαστές τα ευθύγραμμα τμήματα με άκρα όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των γραμμάτων Δ, Ε, Ζ δηλ.

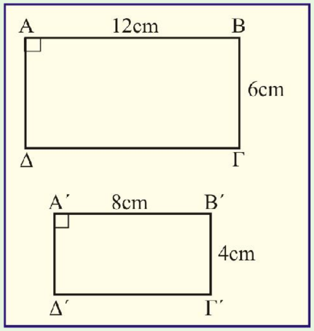
$$A \rightarrow B \rightarrow \Gamma$$
$$\Delta \rightarrow E \rightarrow Z$$

$$\frac{AB}{\Delta E} = \frac{B\Gamma}{EZ} = \frac{\Gamma A}{Z\Delta}$$

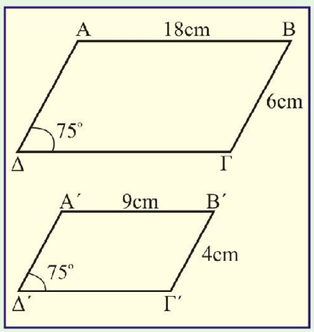
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ – ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1 Να εξετάσετε αν τα παρακάτω παραλληλόγραμμα είναι όμοια.

α.



β.



Λύση

α. Αφού $\begin{cases} \hat{A} = 90^\circ \text{ τότε } \hat{B} = \hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 90^\circ \\ \hat{A}' = 90^\circ \text{ τότε } \hat{B}' = \hat{\Gamma}' = \hat{\Delta}' = 90^\circ \end{cases}$, οι γωνίες τους είναι ίσες μία προς μία.

Επίσης ισχύουν:

$$\left.\begin{aligned} \frac{AB}{A'B'} &= \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ \frac{B\Gamma}{B'\Gamma'} &= \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ \frac{\Gamma\Delta}{\Gamma'\Delta'} &= \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ \frac{\Delta A}{\Delta'A'} &= \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{aligned}\right\} \text{ δηλαδή } \frac{AB}{A'B'} = \frac{B\Gamma}{B'\Gamma'} = \frac{\Gamma\Delta}{\Gamma'\Delta'} = \frac{\Delta A}{\Delta'A'} = \frac{3}{2}$$

Άρα τα πολύγωνα έχουν γωνίες αντίστοιχα ίσες και πλευρές ανάλογες που σημαίνει ότι είναι όμοια.

β. Είναι $\left.\begin{aligned} \frac{AB}{A'B'} &= \frac{18}{9} = 2 \\ \frac{B\Gamma}{B'\Gamma'} &= \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{aligned}\right\}$ παρατηρούμε ότι $\frac{AB}{A'B'} \neq \frac{B\Gamma}{B'\Gamma'}$.

Άρα τα πολύγωνα δεν είναι όμοια.

2 Δύο τετράπλευρα ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{2}{5}$. Αν η περίμετρος του ΕΖΗΘ είναι 40 cm να βρείτε την περίμετρο του ΑΒΓΔ.

Λύση

Έστω Π_1, Π_2 οι περίμετροι των ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ αντίστοιχα. Τα ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ είναι όμοια οπότε $\frac{AB}{EZ} = \frac{B\Gamma}{ZH} = \frac{\Gamma\Delta}{H\Theta} = \frac{\Delta A}{\Theta E} = \frac{2}{5}$.

Από την $\frac{AB}{EZ} = \frac{2}{5}$ έχουμε $5AB = 2EZ$ ή $AB = \frac{2}{5}EZ$. Όμοια παίρνουμε $B\Gamma = \frac{2}{5}ZH$, $\Gamma\Delta = \frac{2}{5}H\Theta$, $\Delta A = \frac{2}{5}\Theta E$.

$$\frac{\Pi_1}{\Pi_2}=\frac{AB+B\Gamma+\Gamma\Delta+\Delta A}{EZ+ZH+H\Theta+\Theta E}=\frac{\frac{2}{5}EZ+\frac{2}{5}ZH+\frac{2}{5}H\Theta+\frac{2}{5}\Theta E}{EZ+ZH+H\Theta+\Theta E}=$$

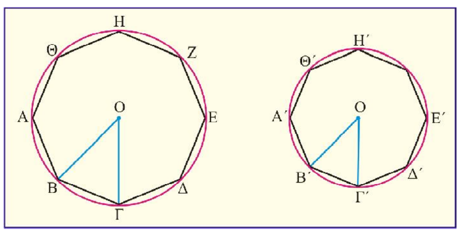
$$\frac{\frac{2}{5}(EZ+ZH+H\Theta+\Theta E)}{EZ+ZH+H\Theta+\Theta E}=\frac{2}{5}$$

Έχουμε λοιπόν $\frac{\Pi_1}{\Pi_2}=\frac{2}{5}$ ή $\frac{\Pi_1}{40}=\frac{2}{5}$ ή $5\Pi_1=80$ ή $\Pi_1=16\text{cm}$.

3 **Δύο κανονικά 8 - γωνα είναι εγγεγραμμένα σε κύκλους με ακτίνες 8cm, 3cm αντίστοιχα. Να δείξετε ότι είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητας τους.**

Λύση

- Τα κανονικά πολύγωνα με ίδιο πλήθος πλευρών έχουν γωνίες ίσες: $\hat{A}=\hat{A}'$, $\hat{B}=\hat{B}'$, ..., $\hat{\Theta}=\hat{\Theta}'$



Επίσης είναι

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ AB=B\Gamma=\Gamma\Delta=\Delta E= \\ EZ=ZH=H\Theta=\Theta A \\ A'B'=B'\Gamma'=\Gamma'\Delta'= \\ \Delta'E'=E'Z'=Z'H'=H'\Theta'=\Theta'A' \end{array}\right\}$$

οπότε $\frac{AB}{A'B'}=\frac{B\Gamma}{B'\Gamma'}=\frac{\Gamma\Delta}{\Gamma'\Delta'}=\frac{\Delta E}{\Delta'E'}=\frac{EZ}{E'Z'}=\frac{ZH}{Z'H'}=\frac{H\Theta}{H'\Theta'}=\frac{\Theta A}{\Theta'A'}$

Άρα τα κανονικά 8-γωνα είναι όμοια.

Όμοια όμως είναι και τα τρίγωνα $O\overset{\triangle}{B}\Gamma$, $O'\overset{\triangle}{B'}\Gamma'$ (αποδ. εύκολη), οπότε $\frac{B\Gamma}{B'\Gamma'}=\frac{OB}{O'B'}$ ή $\frac{B\Gamma}{B'\Gamma'}=\frac{8}{3}$.

Άρα ο λόγος ομοιότητας είναι $\lambda=\frac{8}{3}$.

4 **Δίνονται τα παραλ/μα ΑΒΓΔ και ΚΛΜΝ για τα οποία ισχύουν: $\frac{AB}{A\Delta}=\frac{K\Lambda}{KN}$ και $A+\Lambda=180°$. Να εξετάσετε αν είναι όμοια.**

Λύση

$$\left.\begin{array}{l} \text{Αφού το ΚΛΜΝ είναι παραλ/μο} \\ \text{ισχύει } \hat{K}+\hat{\Lambda}=180° \\ \text{από την υπόθεση ισχύει } \hat{A}+\hat{\Lambda}=180° \end{array}\right\}$$

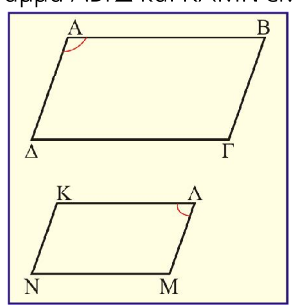
Άρα $\hat{A}+\cancel{\hat{\Lambda}}=\hat{K}+\cancel{\hat{\Lambda}}$ ή $\hat{A}=\hat{K}$ οπότε προφανώς $\hat{\Gamma}=\hat{M}$ (απέναντι γωνία).

Είναι $\left.\begin{array}{l} \hat{A}+\hat{B}=180° \\ \hat{A}+\hat{\Lambda}=180° \end{array}\right\}$ οπότε $\hat{A}+\hat{B}=\hat{A}+\hat{\Lambda}$ ή $\hat{B}=\hat{\Lambda}$

Οπότε και $\hat{\Delta}=\hat{N}$. Άρα τα παραλ/μα έχουν τις απέναντι γωνίες τους ίσες και επειδή

$\frac{AB}{A\Delta}=\frac{K\Lambda}{KN}$ θα είναι $\frac{AB}{K\Lambda}=\frac{A\Delta}{KN}$ ή $\frac{AB}{K\Lambda}=\frac{A\Delta}{KN}=\frac{\Gamma\Delta}{MN}=\frac{B\Gamma}{\Lambda M}$.

Άρα και οι αντίστοιχες πλευρές τους είναι ανάλογες οπότε τα παραλληλόγραμμα ΑΒΓΔ και ΚΛΜΝ είναι όμοια.



5 Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ο σημείο της διαγωνίου του ΒΔ. Αν Ε, Ζ σημεία των πλευρών ΑΒ, ΒΓ τέτοια ώστε το ΒΕΟΖ παραλ/μο να δείξετε ότι: τα ΑΒΓΔ, ΒΕΟΖ είναι όμοια.

Λύση

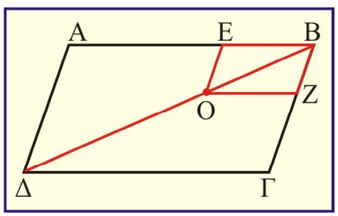
$\hat{B} = \hat{B}$ (κοινή γωνία των δύο παραλ/μων) τότε $\widehat{EOZ} = \Delta$ (απέναντι γωνίες από την $\hat{B}$)

$$\left.\begin{array}{l}\hat{B} + \hat{E}_1 = 180^\circ \\ \hat{B} + \hat{A} = 180^\circ\end{array}\right\} \text{Άρα } \hat{B} + \hat{E}_1 = \hat{B} + \hat{A} \Leftrightarrow \hat{E}_1 = \hat{A}.$$

Τότε προφανώς $\hat{\Gamma} = \hat{Z}$. Επειδή

$$\left\{\begin{array}{l}OE \,//\, A\Delta \text{ τα τρίγωνα } B\hat{E}O,\ B\hat{A}\Delta \text{ είναι όμοια,} \\ \text{οπότε}: \dfrac{EB}{AB} = \dfrac{OB}{B\Delta} = \dfrac{OE}{A\Delta} \\ OZ \,//\, \Gamma\Delta \text{ τα τρίγωνα } B\hat{O}Z,\ B\hat{\Delta}\Gamma \text{ είναι όμοια,} \\ \text{οπότε}: \dfrac{BZ}{B\Gamma} = \dfrac{OB}{B\Delta} = \dfrac{OZ}{\Gamma\Delta}\end{array}\right.$$

Άρα $\dfrac{EB}{AB} = \dfrac{OE}{A\Delta} = \dfrac{OZ}{\Gamma\Delta} = \dfrac{BZ}{B\Gamma}$,δηλαδή οι πλευρές είναι ανάλογες που σημαίνει ότι τα παραλληλόγραμμα ΑΒΓΔ, ΒΕΟΖ είναι όμοια.



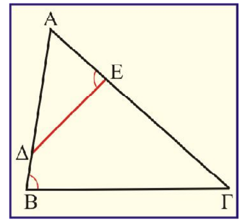
6 Στο παρακάτω σχήμα να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ, ΑΔΕ είναι όμοια και να γράψετε την αναλογία των πλευρών τους.

Λύση

Είναι $A\hat{E}\Delta \approx A\hat{B}\Gamma$ διότι:

- $\hat{A} = \hat{A}$ (κοινή)
- $\hat{E} = \hat{B}$ (υπόθεση)

οπότε ισχύει και $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{E\Delta}{B\Gamma} = \dfrac{\Delta A}{A\Gamma}$.



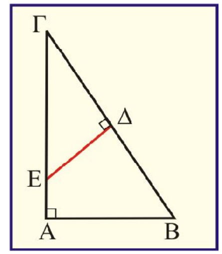
7 Στο διπλανό σχήμα να δείξετε ότι τα τρίγωνα $A\hat{B}\Gamma$, $\Gamma\hat{\Delta}E$ είναι όμοια και να γράψετε την αναλογία των πλευρών τους.

Λύση

Είναι $\Gamma\hat{A}B \approx \Gamma\hat{\Delta}E$ διότι:

- $\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}$ (κοινή)
- $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^0$

οπότε ισχύει και $\dfrac{\Gamma A}{\Gamma\Delta} = \dfrac{AB}{\Delta E} = \dfrac{B\Gamma}{E\Gamma}$.



8 Έστω ΑΔ το ύψος ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ $\left(\hat{A} = 90^\circ\right)$. Να δείξετε ότι:
α. Τα τρίγωνα ΑΒΓ, ΑΔΓ είναι όμοια.
β. Τα τρίγωνα ΑΒΓ, ΑΒΔ είναι όμοια.
γ. Τα τρίγωνα ΑΒΔ, ΑΔΓ είναι όμοια
Σε κάθε περίπτωση να γράψετε τους λόγους των πλευρών των όμοιων τριγώνων.

Λύση

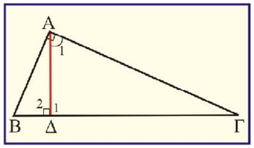
α. Είναι $A\hat{B}\Gamma \approx A\hat{\Delta}\Gamma$ διότι :

- $\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}$ (κοινή)
- $\hat{A} = \hat{\Delta}_1 = 90^0$,οπότε ισχύει και $\dfrac{B\Gamma}{A\Gamma} = \dfrac{A\Gamma}{A\Delta} = \dfrac{A\Gamma}{\Gamma\Delta}$.

β. Είναι $\Gamma\overset{\triangle}{A}B \approx A\overset{\triangle}{\Delta}B$ διότι :

- $\hat{B} = \hat{B}$ (κοινή)
- $\hat{A} = \hat{\Delta}_2 = 90^0$, οπότε ισχύει και

$$\frac{B\Gamma}{AB} = \frac{A\Gamma}{A\Delta} = \frac{AB}{B\Delta}.$$



γ. στο $A\overset{\triangle}{B}\Gamma : \hat{B} = 90° - \hat{\Gamma}$

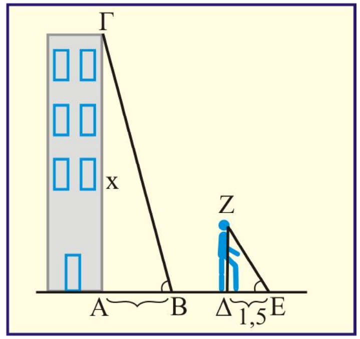
στο $A\overset{\triangle}{\Delta}\Gamma : \hat{A}_1 = 90° - \hat{\Gamma}$

Άρα $\hat{B} = \hat{A}_1$ (1)

Είναι $A\overset{\triangle}{B}\Delta \approx A\overset{\triangle}{\Delta}\Gamma$ διότι :

- $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2 = 90^0$
- $\hat{B} = \hat{A}_1$ (λόγω (1)), οπότε ισχύει και $\frac{AB}{A\Gamma} = \frac{A\Delta}{\Gamma\Delta} = \frac{B\Delta}{A\Delta}$.

9 Ένας πολιτικός μηχανικός μετράει τη σκιά ενός κτιρίου η οποία είναι 15 m. Ταυτόχρονα μετράει και την σκιά του βοηθού του ο οποίος έχει ύψος 1,85m και τη βρίσκει 1,5m. Ισχυρίζεται λοιπόν ότι το κτίριο έχει ύψος 18,5 m. Έχει δίκιο ή όχι;



Λύση

Τα τρίγωνα $A\overset{\triangle}{B}\Gamma$, $Z\overset{\triangle}{\Delta}E$ είναι όμοια αφού $\hat{A} = \hat{\Delta}$ (ορθές) και $\hat{B} = \hat{E}$ (εντός εκτός και επί τ'αυτά).

Οι ακτίνες του ήλιου θεωρούνται παράλληλες.

Άρα $A\overset{\triangle}{B}\Gamma \sim \Delta\overset{\triangle}{E}Z$ οπότε $\frac{B\Gamma}{ZE} = \frac{AB}{\Delta E} = \frac{A\Gamma}{\Delta Z}$ και $\frac{15}{1,5} = \frac{x}{1,85}$,

$1,5x = 15 \cdot 1,85$ ή $1,5x = 27,75$ ή $x = 18,5$ άρα ο μηχανικός έχει δίκιο.

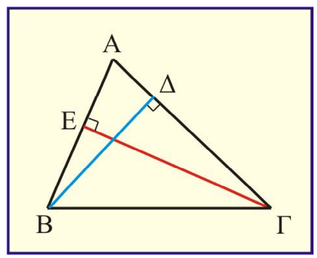
10 Δίνεται τρίγωνο $A\overset{\triangle}{B}\Gamma$ και ΒΔ, ΓΕ τα ύψη του. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $A\overset{\triangle}{B}\Delta$, $A\overset{\triangle}{\Gamma}E$ είναι όμοια και να γράψετε τις αναλογίες των πλευρών τους.

Λύση

$A\overset{\triangle}{B}\Delta \approx A\overset{\triangle}{\Gamma}E$ διότι :

- $\hat{A} = \hat{A}$ (κοινή)
- $\hat{\Delta} = \hat{E} = 90^0$

Άρα $\frac{A\Delta}{AE} = \frac{\Delta B}{E\Gamma} = \frac{BA}{\Gamma A}$



11 Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και ΑΜ, ΑΝ κάθετες στις πλευρές ΓΔ, ΒΓ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι $AM \cdot AB = AN \cdot A\Delta$.

Λύση

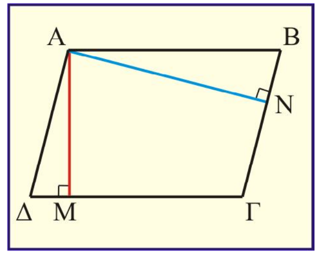
$A\hat{B}N \approx A\hat{\Delta}M$ διότι:

$\left.\begin{array}{l}\hat{N}=\hat{M}=90^0\\ \hat{B}=\hat{\Delta}\ (\text{απέναντι γωνίες παραλ/μου})\end{array}\right\}$ Άρα $\dfrac{AB}{A\Delta}=\dfrac{BN}{\Delta M}=\dfrac{NA}{MA}$

Από την $\dfrac{AB}{A\Delta}=\dfrac{NA}{MA}$ παίρνουμε $AM\cdot AB=AN\cdot A\Delta$.

Συνεπώς:

$\dfrac{AB}{A\Delta}=\dfrac{NA}{AM}$ ή $AM\cdot AB=AN\cdot A\Delta$



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 *Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.*

α. Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι όμοια. ☐

β. Δύο ορθογώνια είναι όμοια. ☐

γ. Αν δύο πολύγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες, τότε είναι όμοια. ☐

δ. Δύο τετράγωνα είναι σχήματα όμοια. ☐

ε. Αν δύο τρίγωνα είναι ίσα, τότε είναι όμοια. ☐

στ. Δύο κανονικά πολύγωνα με ίσο αριθμό πλευρών είναι όμοια. ☐

2 *Αν τα τετράπλευρα ΑΒΓΔ και Α'Β'Γ'Δ' είναι όμοια, να συμπληρώσετε τις προτάσεις:*

α. Ο λόγος ομοιότητες του ΑΒΓΔ προς Α'Β'Γ'Δ είναι ....

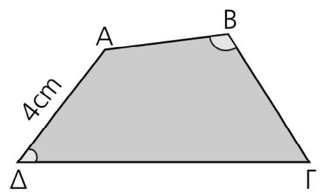
β. Ο λόγος ομοιότητας του Α'Β'Γ'Δ' προς ΑΒΓΔ είναι ....

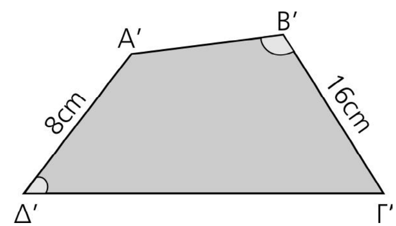
γ. Αν η γωνία $\hat{B}$ είναι $120°$, τότε και η γωνία

.... είναι $120°$.

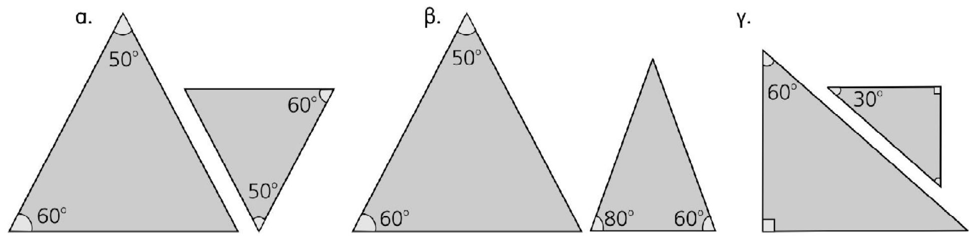
δ. Ο λόγος $\lambda=\dfrac{A'B'+B'\Gamma'+\Gamma'\Delta'+\Delta'A'}{AB+B\Gamma+\Gamma\Delta+\Delta A}$ είναι ίσος με ....

ε. Η πλευρά ΒΓ είναι ίση με .... cm.

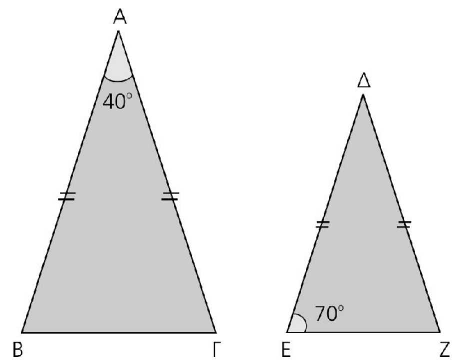




3 Ποια από τα παρακάτω ζεύγη τριγώνων είναι όμοια;



4 Να εξηγήσετε γιατί τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος είναι όμοια.



ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1 Έστω τα ορθογώνια ΑΒΓΔ και ΚΛΜΝ. Να εξετάσετε αν είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητας στις παρακάτω περιπτώσεις:

α. $AB = 20cm$, $A\Delta = 5cm$, $K\Lambda = 8cm$, $\Lambda M = 2cm$ **β.** $AB = 24cm$, $A\Delta = 100cm$, $K\Lambda = 12cm$, $\Lambda M = 40cm$

2 Έστω τα παραλ/μα ΑΒΓΔ, ΚΛΜΝ. Να εξετάσετε αν είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητας (αν είναι όμοια) στις παρακάτω περιπτώσεις:

α. $AB = 4cm$, $A\Delta = 8cm$, $K\Lambda = 8cm$, $KN = 32cm$ $\hat{A} = \hat{K} = 68^\circ$

β. $AB = 6cm$, $A\Delta = 5cm$, $K\Lambda = 12cm$, $KN = 10cm$ $\hat{A} = \hat{\Lambda} = 105^\circ$

3 Έστω ΑΒΓΔ, Α Β Γ Δ ορθογώνια τραπέζια $(A\Delta // B\Gamma,\ A'\Delta' // B'\Gamma',\ \hat{A} = \hat{B} = \hat{A}' = \hat{B}' = 90^\circ)$. Αν τα τραπέζια είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{2}{3}$ και $ΑΔ = 4cm$, $ΑΒ = 6cm$, $ΒΓ = 12cm$ τότε:

α. Να βρείτε την ΓΔ **β.** Να βρείτε τις πλευρές του Α'Β'Γ'Δ'.

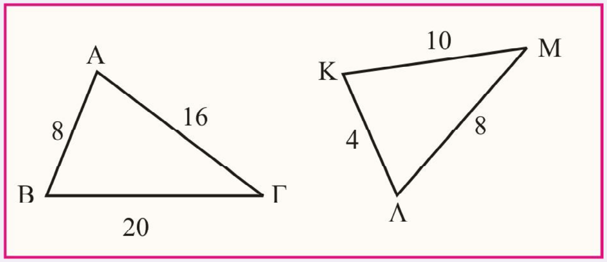
4 Έστω το παραλ/μο ΑΒΓΔ, Ο το σημείο τομής των διαγωνίων και Δ, Ε, Ζ, Η τα μέσα των ΟΑ, ΟΒ, ΟΓ, ΟΔ να δείξετε ότι τα παραλ/μα ΑΒΓΔ και ΔΕΖΗ είναι όμοια.

5 Αν οι διαγώνιοι δύο ορθογωνίων ΑΒΓΔ, ΚΛΜΝ τέμνονται υπό γωνία 50^o να δείξετε ότι είναι όμοια.

6 Δύο τετράπλευρα ΑΒΓΔ, ΚΛΜΝ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{4}{7}$. Αν η περίμετρος του ΑΒΓΔ είναι 60 cm να υπολογίσετε την περίμετρο του ΚΛΜΝ.

7 Ο λόγος ομοιότητας δύο τετραγώνων είναι $\frac{1}{4}$. Η διαφορά των εμβαδών τους είναι $225cm^2$. Να βρείτε τις πλευρές τους.

8 Εξηγήστε γιατί τα παρακάτω τρίγωνα είναι όμοια και γράψτε τα ζεύγη των ίσων γωνιών.



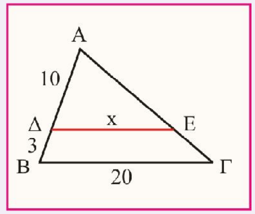
9 Έστω τρίγωνο $Α\hat{Β}Γ$ $\left(Α = 90^o\right)$ και Δ σημείο της ΒΓ. Η κάθετη στην ΒΓ στο σημείο Δ τέμνει τις ΑΒ, ΑΓ στα Ε, Ζ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

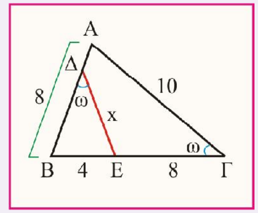
α. $Α\hat{Ε}Ζ$, $Α\hat{Β}Γ$ όμοια

β. $Α\hat{Ε}Ζ$, $Γ\hat{Δ}Ζ$ όμοια

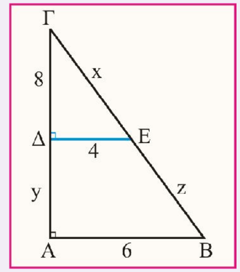
Και στις δύο περιπτώσεις να γράψετε τις αναλογίες των πλευρών των ομοίων τριγώνων.

10 Βρείτε το x στις παρακάτω περιπτώσεις:

α. 

β. 

11 α. Να εξηγήσετε γιατί δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν από μια οξεία γωνία ίση είναι όμοια.
β. Στο διπλανό σχήμα να βρείτε τα μήκη x,y,z



12 Έστω το τρίγωνο $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ $\left(\hat{A}=90^\circ\right)$ και ΑΔ το ύψος του. ΔΕ, ΔΖ οι κάθετες στις πλευρές ΑΒ, ΑΓ αντίστοιχα.

α. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{A\Delta Z}$, $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ είναι όμοια

β. $\Delta E \cdot A\Gamma = \Delta Z \cdot AB$

13 Έστω παραλ/μο ΑΒΓΔ. Από το Α φέρνουμε ευθεία που τέμνει την ΒΓ στο Μ και την ΓΔ στο Ν. Να δείξετε ότι $AB \cdot A\Delta = BM \cdot \Delta N$.

14 Αν Ο το σημείο τομής των διαγωνίων τραπεζίου ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) να δείξετε:

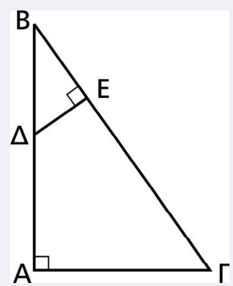
α. $OA \cdot O\Delta = O\Gamma \cdot OB$

β. $OA \cdot \Gamma\Delta = O\Gamma \cdot AB$

15 ΒΔ, ΓΕ ύψη του τριγώνου ΑΒΓ, και ΕΗ, ΔΖ ύψη του τριγώνου $\overset{\triangle}{A\Delta E}$. Να δείξετε ότι:

α. $\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AH}{A\Delta}, \dfrac{A\Delta}{A\Gamma}=\dfrac{AZ}{AE}$

β. ΖΗ//ΒΓ



16 Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $AB = 8cm$ και $A\Gamma = 6cm$. Αν από το μέσο Δ της ΑΒ φέρουμε ΔΕ κάθετη στην υποτείνουσα ΒΓ, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΒΔΕ είναι όμοια και να γράψετε τους ίσους λόγους.

β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΒΓ, ΒΕ και ΔΕ.

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Ερώτηση 1

α. Πότε δύο πολύγωνα είναι όμοια;
β. Τι ονομάζουμε λόγο ομοιότητας δύο όμοιων πολυγώνων;

Ερώτηση 2

α. Τι λόγο ομοιότητας έχουν δύο ίσα σχήματα;
β. Τα κανονικά πολύγωνα με ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια; (Ναι ή οχι).

Άσκηση 1

Έστω δύο παραλληλόγραμμα όμοια. Αν ο λόγος ομοιότητας τους είναι $\frac{1}{3}$ να βρείτε την διαγώνιο του ενός αν του άλλου η διαγώνιος είναι 9cm (δύο περιπτώσεις).

Άσκηση 2

Έστω δύο ορθογώνια ΑΒΓΔ, ΚΛΜΝ. Αν $AB = 4cm$, $B\Gamma = 3cm$ και τα ορθογώνια είναι όμοια να βρείτε την διαγώνιο ΚΜ αν ο λόγος ομοιότητας τους είναι $\frac{1}{2}$.

Άσκηση 3

Εξετάστε αν είναι όμοια τα παρακάτω παραλληλόγραμα.