

Α.7.9. Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο



Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός με εκθέτη το μηδέν είναι ίση με μονάδα.

$$a^0 = 1$$



Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός, με εκθέτη αρνητικό είναι ίση με κλάσμα που έχει αριθμητή τη μονάδα και παρονομαστή τη δύναμη του αριθμού αυτού με αντίθετο εκθέτη.

$$a^{-v} = \frac{1}{a^v} = \left(\frac{1}{a}\right)^v$$



Επειδή τα κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και

$\frac{\beta}{\alpha}$ είναι αντίστροφα όπως

και τα α και β στην προηγούμενη σχέση, εξάγουμε το συμπέρασμα ότι ισχύει:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-v} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^v$$



Οι ιδιότητες των δυνάμεων με εκθέτη φυσικό, που μάθαμε στην προηγούμενη παράγραφο, ισχύουν και για τις δυνάμεις με εκθέτη ακέραιο.

18. Να εκτελέσετε την πράξη:

$$\frac{5^7}{5^7} = \dots\dots\dots$$

19. Να εκτελέσετε (αναλυτικά) τις πράξεις:

α) $\frac{2^7}{2^5} = \dots\dots\dots$

β) $\frac{2^7}{2^6} = \dots\dots\dots$

γ) $\frac{2^7}{2^7} = \dots\dots\dots$

δ) $\frac{2^7}{2^8} = \dots\dots\dots$

ε) $\frac{2^7}{2^9} = \dots\dots\dots$

20. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

α) 2^{-5}	β) -3^{-3}	γ) $(-234567)^0$	δ) $(-4)^{-2}$	ε) -4^{-2}
-------------	--------------	------------------	----------------	--------------

21. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

α) $(-2)^{-5}$	β) $(-3)^{-3}$	γ) $(\alpha \cdot \beta)^0$	δ) $-(-4)^{-2}$	ε) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$
----------------	----------------	-----------------------------	-----------------	------------------------------------

22. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

α) $-\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$	β) $\left(\frac{-3}{4}\right)^{-2}$	γ) $-\left(\frac{-3}{4}\right)^{-2}$	δ) $-\left(\frac{-3}{4}\right)^{-3}$	ε) $\left(\frac{-3}{4}\right)^{-3}$
-------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	-------------------------------------

23. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $[(-3)^3]^2$	β) $3^3 : 3^{-2}$	γ) $(-2)^4 \cdot (-2)^6$	δ) $\frac{12^{-3}}{3^{-3}}$
-----------------	-------------------	--------------------------	-----------------------------

24. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

α) 10^{-1}	β) 10^{-2}	γ) 10^{-3}	δ) 10^{-4}	ε) 10^{-5}	στ) 10^{-6}	ζ) 10^{-7}
--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	---------------	--------------

25. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $[(-3)^3]^2$	β) $3^3 : 3^{-2}$	γ) $(-2)^4 \cdot (-2)^6$	δ) $\frac{12^{-3}}{3^{-3}}$	ε) $(-2)^3 \cdot (-2)^{-5}$
------------------------	--------------------------	---------------------------------	------------------------------------	------------------------------------

26. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

α) $5^3 \cdot 5^{-2}$	β) $\frac{(-4)^5}{(-4)^7}$	γ) $[(-2)^3]^{-2}$	δ) $(5^2)^{-3} \cdot 5^7$	ε) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-13}$
------------------------------	-----------------------------------	---------------------------	----------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------

27. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

$A = (2^{-2} + 4^{-1})^{-1}$	$B = \frac{2 - 2^{-2}}{1 - 2^{-3}}$	$E = \frac{27^2 \cdot 3^2}{81^4}$
------------------------------	-------------------------------------	-----------------------------------

28. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

$\Delta = \frac{2^4 \cdot 4^2}{8^3}$	$\Gamma = \frac{5^0 - 3^1}{3^{-1}} + \left(-\frac{2}{3}\right)^0$
--------------------------------------	-------------------------------------------------------------------

29. Να απλοποιήσετε την παράσταση $Z = \frac{(\alpha^{-2})^3 \cdot \alpha^{-2}}{(\alpha^3)^{-3}} \cdot \alpha^{-1}$ για $\alpha \neq 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Όταν έχουμε διαφορετικές βάσεις, είναι βολικό για την εφαρμογή των ιδιοτήτων να εκφράζουμε τους αριθμούς ως δυνάμεις με βάση το 2 ή το 3 π.χ. $32 = 2^5$ ή $81 = 3^4$

30. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $H = (-3)^3 - 2^2 + [(-1)^{1000} + 4^2 : (-8)] + (-2)^3 : 4$

.....

.....

.....

.....

31. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\Theta = \left(-\frac{1}{2}\right)^{x-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{1-x} - x^x$ για $x = 2$

.....

.....

.....

.....

32. Αν $x = \left\{ \left[\left(-\frac{1}{3} \right)^{-2} \right]^0 \right\}^{100}$ να υπολογίσετε την παράσταση $K = \frac{(-6)^5}{3^5} - \frac{8^4}{(-4)^4} + \frac{10^3}{(-5)^3} - (-x)^{2013}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....