

## A.7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών



Το γινόμενο δύο θετικών ρητών είναι θετικός ρητός.



Το γινόμενο ενός θετικού και ενός αρνητικού ρητού.



Το γινόμενο δύο αρνητικών ρητών είναι θετικός ρητός.



Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «+».

Δηλαδή:

$$+ \cdot + = + \text{ και } - \cdot - = +$$

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «-».

Δηλαδή:

$$+ \cdot - = - \text{ και } - \cdot + = -$$



Το σύμβολο του πολλαπλασιασμού  $\cdot$  μπορεί να παραλείπεται.

50. Όταν ένα διαστημικό λεωφορείο είναι στο πρώτο στάδιο της προσγείωσης κατέρχεται 3,5 μίλια ανά λεπτό. Αυτός ο ρυθμός είναι -3,5 μίλια/λεπτό.

α) Πόσα μίλια θα έχει κατέβει σε 10 λεπτά; .....

β) Το ύψος που βρίσκεται το διαστημικό λεωφορείο μειώνεται ή αυξάνεται; .....

γ) Είναι το γινόμενο  $(-3,5) \cdot 10$  ίσο με 35 ή -35; Γιατί; .....

.....

.....

51. Στο πρωτάθλημα ποδοσφαίρου κάποια ομάδα έχασε σε δύο αγωνιστικές τρεις βαθμούς, ως ποινή για τα επεισόδια που διαδραματίστηκαν στον αγώνα που συμμετείχε. Ποια από τις παρακάτω πράξεις δείχνει το αποτέλεσμα των βαθμών που έχασε η ομάδα;

α)  $2 \cdot (-3)$

β)  $2 \cdot 3$

52. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα γινόμενα

α)  $3 \cdot (-4) =$  .....

β)  $2 \cdot (-4) =$  .....

γ)  $1 \cdot (-4) =$  .....

δ)  $0 \cdot (-4) =$  .....

ε)  $-1 \cdot (-4) =$  .....

στ)  $-2 \cdot (-4) =$  .....

ζ)  $-3 \cdot (-4) =$  .....

Τι παρατηρείτε;

.....

.....

**Ιδιότητες πολλαπλασιασμού**



Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά δύο παραγόντων ενός γινομένου.

**(Αντιμεταθετική ιδιότητα)**

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$$



Μπορούμε να αντικαθιστούμε παράγοντες με το γινόμενο τους ή να αναλύουμε ένα παράγοντα σε γινόμενο.

**(Προσεταιριστική ιδιότητα)**

$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$$



Όταν ένας ρητός πολλαπλασιάζεται με τον αριθμό 1 δεν μεταβάλλεται.

$$\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$$



Όταν ένας ρητός πολλαπλασιάζεται με το 0 μηδενίζεται.

$$0 \cdot \alpha = \alpha \cdot 0 = 0$$

**Επιμεριστική ιδιότητα** του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση:

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

$$\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$



Οι ρητοί αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  λέγονται αντίστροφοι, όταν είναι διάφοροι του μηδενός και το γινόμενό τους είναι ίσο με τη μονάδα:

$$\alpha \cdot \beta = 1$$

**53. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα γινόμενα.**

α)  $(+1,5) \cdot (-2,2) = \dots\dots\dots$

β)  $(-2,2) \cdot (+1,5) = \dots\dots\dots$

γ)  $(-0,5) \cdot (+2,2 \cdot (-3,5)) = \dots\dots\dots$

δ)  $(-0,5 \cdot (+2,2)) \cdot (-3,5) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;  
 .....  
 .....

ε)  $1 \cdot (+1,5) = \dots\dots\dots$

στ)  $1 \cdot (-2,2) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;  
 .....  
 .....

ζ)  $0,15 \cdot (-5) + 1,85 \cdot (-5) = \dots\dots\dots$

η)  $(0,15 + 1,85) \cdot (-5) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;  
 .....  
 .....

θ)  $(+3) \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) = \dots\dots\dots$

ι)  $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \dots\dots\dots$

ια)  $(-0,25) \cdot (-4) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;  
 .....  
 .....

ιβ)  $(-1,3) \cdot 0 = \dots\dots\dots$

ιγ)  $0 \cdot \left(+\frac{2}{3}\right) = \dots\dots\dots$

Τι παρατηρείτε;  
 .....  
 .....

$++=+$	Αν καλοί αθλητές (+) παίζουν σε μία ομάδα (+), τότε είναι καλό για την ομάδα (+)
$+--=-$	Αν καλοί αθλητές (+) φύγουν από μία ομάδα (-), τότε είναι κακό για την ομάδα (-)
$--+=-$	Αν κακοί αθλητές (-) παίζουν σε μία ομάδα (+), τότε είναι κακό για την ομάδα (-)
$---=+$	Αν κακοί αθλητές (-) φύγουν από μία ομάδα (-), τότε είναι καλό για την ομάδα (+)



**Γινόμενο πολλών παραγόντων**

Γνωρίζουμε ότι το γινόμενο θετικών ρητών είναι πάντα θετικό. Αν υπάρχει ένας παράγοντας που είναι αρνητικός μετατρέπει το γινόμενο σε αρνητικό. Στην περίπτωση που υπάρχει και δεύτερος αρνητικός παράγοντας ξαναμετατρέπει το γινόμενο σε θετικό κ.ο.κ.  
Άρα:

- Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο **πολλών παραγόντων** (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
  - Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **άρτιο** (ζυγό).
  - Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **περιττό** (μονό).
- Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.



Σύμφωνα με την επιμεριστική ιδιότητα, έχουμε:

$$(\alpha + \beta)(\gamma + \delta) = (\alpha + \beta)\gamma + (\alpha + \beta)\delta = \alpha\gamma + \beta\gamma + \alpha\delta + \beta\delta$$

**54. Χωρίς να κάνετε τις πράξεις προσπαθήσετε να προβλέψετε αν το γινόμενο κάθε έκφρασης είναι θετικό ή αρνητικό.**

- α)  $(-1)(-2)$
- β)  $(-1)(-2)(-3)$
- γ)  $(-1)(-2)(-3)(-4)$
- δ)  $(-1)(-2)(-3)(-4)(-5)$

**Να συμπληρώσετε τα κενά.**

- α) Για άρτιο πλήθος αρνητικών παραγόντων, το γινόμενο θα είναι: .....
- β) Για περιττό πλήθος αρνητικών παραγόντων, το γινόμενο θα είναι: .....
- γ) Σε ένα γινόμενο που περιέχει αρνητικούς και θετικούς παράγοντες επηρεάζουν οι θετικοί παράγοντες το πρόσημο του γινομένου; .....

**55. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα:**

α) $(-1,4) \cdot 5$	β) $\left(+\frac{2}{3}\right) \cdot (-2,1)$	γ) $(-10) \cdot (-0,7)$

**56. Να υπολογίσετε το ακόλουθο γινόμενο:**

$$(-1)(-20)\left(+\frac{2}{3}\right)(-3)(0,25)$$

.....

.....

.....

.....

**57. Να υπολογίσετε το γινόμενο  $(-1)\alpha$ , όταν το  $\alpha$  παίρνει τις τιμές:  $+3, -1, 2, +\frac{2}{3}, -2$ .**

.....

.....

.....

.....

**58. Να εκτελέσετε τις πράξεις**

α) $-6 \cdot (\alpha - 2 - \beta)$	β) $(\alpha - 2)(\beta + 3)$	γ) $2\alpha + 3\beta + 4\alpha - 5\beta$

59. Ισχύει πάντα ότι  $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ ; Εξηγήστε.

.....  
.....  
.....

60. Αν  $x = -3$ ,  $y = 2$  και  $z = -5$ , να γράψετε μία έκφραση που θα έχει κάθε μία από τις ακόλουθες τιμές.

α) 17

β) 0

γ) -1

δ) 1

ε) 7