

## A.2.2. Ισοδύναμα κλάσματα



Δύο κλάσματα  $\frac{\alpha}{\beta}$  και  $\frac{\gamma}{\delta}$

λέγονται **ισοδύναμα** όταν εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους ή ίσων μεγεθών.

Επειδή εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους είναι ίσα και μπορεί να γραφεί:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$$



Αν δύο κλάσματα  $\frac{\alpha}{\beta}$  και  $\frac{\gamma}{\delta}$

είναι ισοδύναμα τότε τα «χιαστί γινόμενα»:  $\alpha \cdot \delta$  και  $\beta \cdot \gamma$  είναι ίσα. Δηλαδή:

Αν  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$  τότε  $\alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma$



Η διαίρεση των όρων ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό ( $\neq 0$ ) λέγεται απλοποίηση του κλάσματος.



Το κλάσμα εκείνο που δεν μπορεί να απλοποιηθεί (δεν υπάρχει κοινός διαιρέτης αριθμητή και παρονομαστή) λέγεται **ανάγωγο**.

Ένα κλάσμα είναι ανάγωγο όταν ο ΜΚΔ του αριθμητή και παρονομαστή είναι 1.



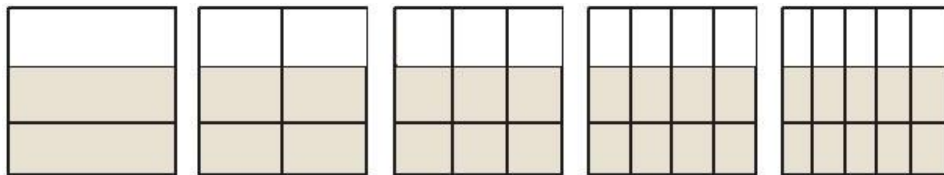
Το επίθετο ανάγωγο στα μαθηματικά προέρχεται από τη λέξη αναγωγή, δεν σχετίζεται με τη λέξη αν-αγωγή.



Για να ελέγξετε αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα χρειάζεται να υπολογίσετε αν τα «χιαστί γινόμενα» είναι ίσα.

### 8. Δραστηριότητα

Τα παρακάτω πέντε τετράγωνα είναι χωρισμένα αντίστοιχα, σε ίσα μέρη.



(α) Προσπαθήστε να βρείτε για καθεμία περίπτωση το κλάσμα του τετραγώνου που αποτελεί το χρωματισμένο μέρος του;

--	--	--	--	--

(β) Στη συνέχεια συγκρίνετε τα κλάσματα, που θα βρείτε μεταξύ τους.

Τι παρατηρείτε για τα κλάσματα που βρήκατε;

.....

.....

.....



Για να κατασκευάσετε ισοδύναμα κλάσματα ή για να διαπιστώσετε ότι δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα, μπορείτε να εφαρμόσετε τους παρακάτω κανόνες:

- |  |  |
|--|--|
| 1. Όταν πολλαπλασιαστούν οι όροι ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό ( $\neq 0$ ) προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο. | $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$ |
| 2. Όταν οι όροι ενός κλάσματος διαιρεθούν με τον ίδιο φυσικό αριθμό ( $\neq 0$ ) προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο.       | $\frac{10}{15} = \frac{10 : 5}{15 : 5} = \frac{2}{3}$      |

### 9. Να γράψετε δύο ισοδύναμα κλάσματα.

.....

.....

.....

### 10. Να εξετάσετε αν τα κλάσματα $\frac{3}{5}$ και $\frac{10}{14}$ είναι ισοδύναμα. Εργαστείτε στο μικροπείραμα [mpa2\\_2.ggb](#).

.....

.....



Για να απλοποιήσετε ένα κλάσμα χρειάζεται να διαιρέσετε τον αριθμητή και τον παρονομαστή του, με τον ίδιο αριθμό.

Για να οδηγηθείτε σε ένα ανάγωγο κλάσμα χρειάζεται να διαιρέσετε αριθμητή και παρονομαστή με τον ΜΚΔ. Άρα για να απλοποιήσετε ένα κλάσμα:

1. Βρίσκετε έναν κοινό διαιρέτη αριθμητή και παρονομαστή.
2. Διαιρείτε αριθμητή και παρονομαστή με τον κοινό διαιρέτη.



Για να κάνετε ένα κλάσμα ανάγωγο:

1. Βρίσκετε τον ΜΚΔ αριθμητή και παρονομαστή.
2. Διαιρείτε αριθμητή και παρονομαστή με τον ΜΚΔ.



Για να μετατρέψετε ένα κλάσμα σε ισοδύναμο κλάσμα με άλλο παρονομαστή,

1. Χρειάζεται να διαιρέσετε το ζητούμενο παρονομαστή με αυτόν του κλάσματος
2. Χρειάζεται να πολλαπλασιάσετε τους όρους του κλάσματος με το πηλίκο που προκύπτει.

11. Να εξετάσετε αν τα κλάσματα  $\frac{3}{8}$  και  $\frac{18}{48}$  είναι ισοδύναμα.

.....

.....

.....

12. Να απλοποιήσετε το κλάσμα  $\frac{30}{66}$ .

.....

.....

.....

13. Το κλάσμα  $\frac{8}{9}$  δεν απλοποιείται. Να εξηγήσετε γιατί.

.....

.....

.....

14. Να μετατρέψετε το κλάσμα  $\frac{2}{5}$  σε ένα ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή 60.

.....

.....

.....

15. Δίνονται τα κλάσματα  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{12}{48}$  και  $\frac{3}{12}$ . Να εξετάσετε αν κάποια από τα κλάσματα είναι ίσα.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Όταν δύο ή περισσότερα κλάσματα έχουν τον ίδιο παρονομαστή λέγονται ομώνυμα και όταν έχουν διαφορετικούς παρονομαστές ονομάζονται ετερώνυμα.



Για να μετατρέψετε σε ομώνυμα δύο ή περισσότερα κλάσματα:

1. Ελέγχετε αν τα κλάσματα απλοποιούνται.
2. Αν απλοποιούνται τα κάνετε ανάγωγα.
3. Βρίσκετε το ΕΚΠ των παρονομαστών των ανάγωγων κλασμάτων.
4. Διαιρείτε το ΕΚΠ με τον παρονομαστή του κάθε κλάσματος.
5. Πολλαπλασιάζετε τους δύο όρους κάθε κλάσματος επί τον αντίστοιχο αριθμό που βρήκατε.

16. Δίνονται τα κλάσματα  $\frac{2}{7}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{5}{3}$  και  $\frac{4}{14}$ . Να εξετάσετε αν κάποια από τα κλάσματα είναι ομώνυμα.

.....

.....

.....

17. Να μετατρέψετε σε ομώνυμα τα κλάσματα  $\frac{5}{6}$  και  $\frac{3}{4}$ .

.....

.....

.....

18. Να μετατρέψετε σε ομώνυμα τα κλάσματα  $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}$  και  $\frac{5}{20}$ .

.....

.....

.....

.....

.....