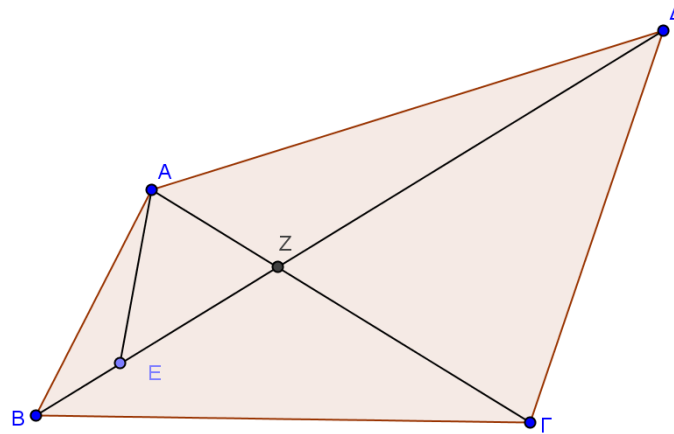


Ασκήσεις προς λύση

Σημείο, Ευθύγραμμο τμήμα, Ευθεία, Ημιευθεία, Επίπεδο, Ημιεπίπεδο

1.1. Να γράψετε τα ευθύγραμμο τμήματα που έχουν άκρα τα σημεία Α, Β, Γ, Δ και Ε του σχήματος.

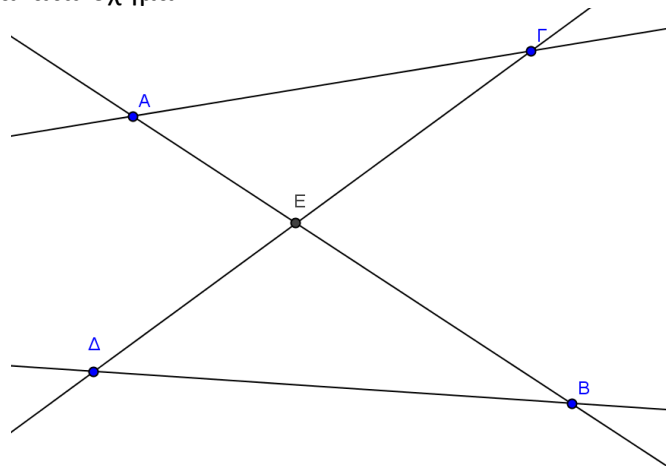


1.2. Δίνεται το σχήμα.

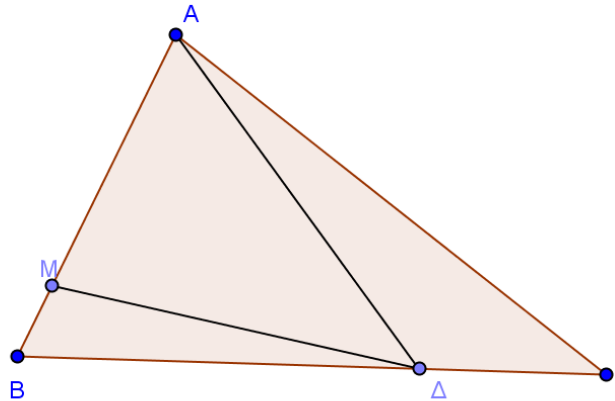


- A.** Να γράψετε τα ευθύγραμμο τμήματα που ορίζονται από τα σημεία Α, Β, Γ και Δ.
- B.** Να γράψετε όλα τα ευθύγραμμο τμήματα που έχουν για ένα άκρο τους το σημείο Β.
- Γ.** Να ονομάσετε όλες τις ημιευθείες που ορίζονται στο σχήμα.
- Δ.** Να γράψετε όλα τα ζεύγη των ημιευθειών που είναι αντικείμενες.

1.3. Να γράψετε όλα τα ευθύγραμμο τμήματα, όλες τις ευθείες και όλες τις ημιευθείες που ορίζονται στο παρακάτω σχήμα.

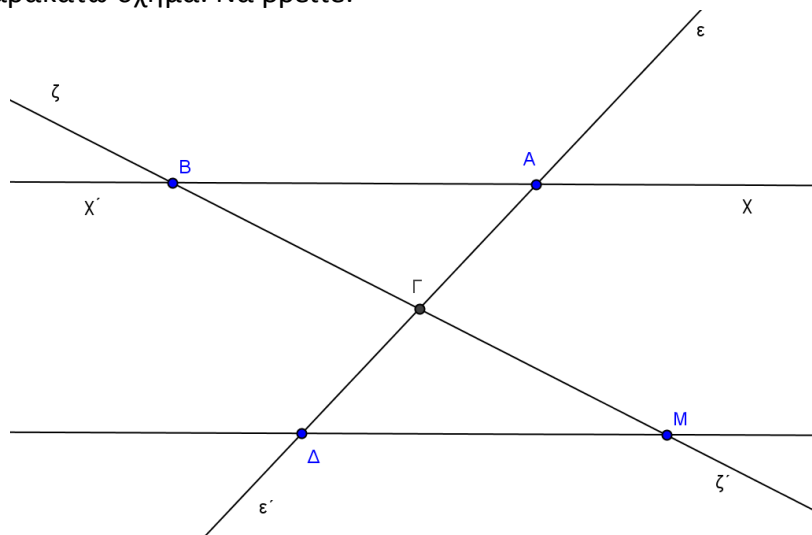


1.4. Δίνεται το παρακάτω σχήμα.



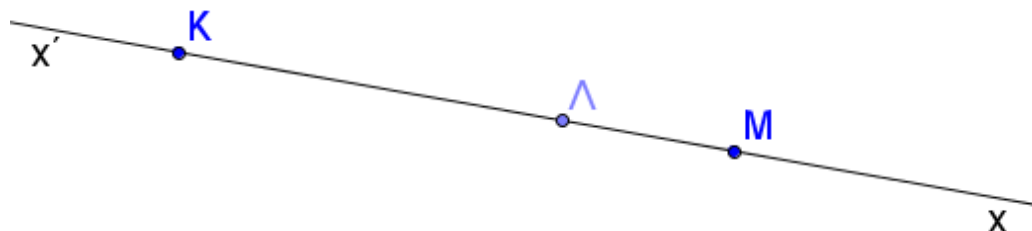
- A. Να βρείτε το πλήθος των τριγώνων που υπάρχουν στο σχήμα.
- B. Να ονομάσετε τα τρίγωνα αυτά.

1.5. Δίνεται το παρακάτω σχήμα. Να βρείτε:



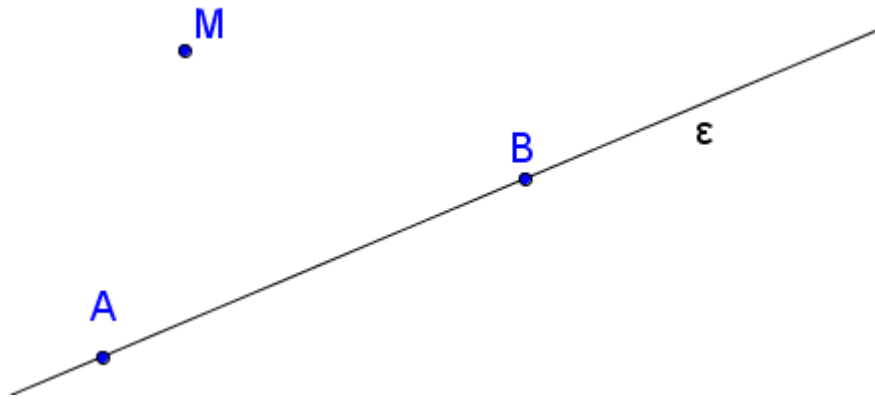
- A. Πόσες ευθείες υπάρχουν στο σχήμα.
- B. Πόσα ευθύγραμμα τμήματα υπάρχουν στο σχήμα που να έχουν άκρα δύο από τα σημεία A, B, Γ, Δ, M.
- Γ. Πόσες ημιευθείες υπάρχουν στο σχήμα που να έχουν αρχή ένα από τα σημεία B, Δ.

1.6. Δίνεται η ευθεία x'x και τα σημεία αυτής K, Λ, M.



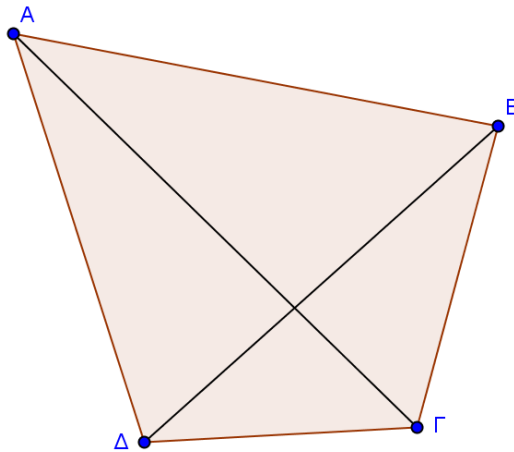
- A. Να γράψετε όλα τα ευθύγραμμα τμήματα με άκρα τα σημεία αυτά.
- B. Να γράψετε όλες τις ημιευθείες που έχουν αρχή τα σημεία αυτά.
- Γ. Να βρείτε ποιες από τις παραπάνω ημιευθείες είναι αντικείμενες.

1.7. Έστω σημείο M και ευθεία (ε) που δεν διέρχεται από το M . Θεωρούμε τα σημεία A, B της ευθείας (ε) .



- A. Πόσες ευθείες διέρχονται από το M ;
- B. Πόσες από τις παραπάνω ευθείες διέρχονται από το A ;
- Γ. Υπάρχει ευθεία που να διέρχεται από τα σημεία M, A, B ; Αιτιολογήστε.

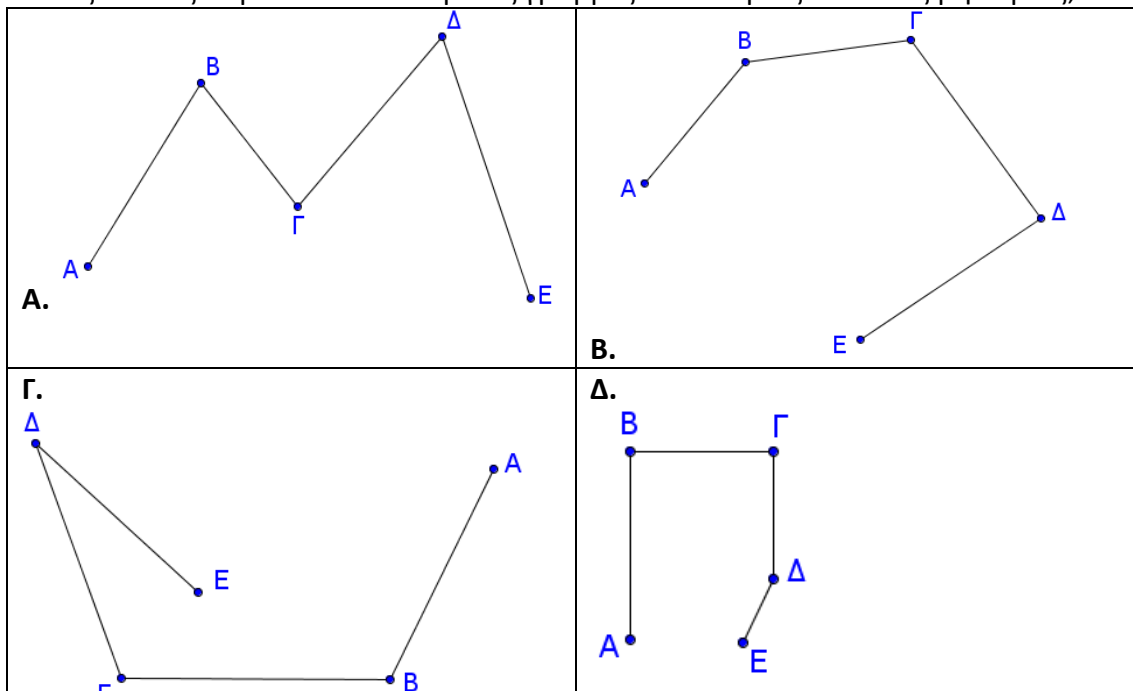
1.8. Δίνεται το κυρτό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$. Να βρείτε τις γωνίες που περιέχονται:



- A. Στις πλευρές ΓB και $\Gamma \Delta$.
- B. Στη διαγώνιο $A\Gamma$ και στην πλευρά AB .
- Γ. Στις πλευρές $A\Delta$ και AB .
- Δ. Στη διαγώνιο ΔB και στην πλευρά $\Delta \Gamma$.

Γωνία-Γραμμή-Επίπεδα σχήματα-Ευθύγραμμο τμήματα-Ίσα σχήματα Είδη γωνιών-Εφεξής- Διαδοχικές-Άθροισμα γωνιών

1.9. Ποιες από τις παρακάτω τεθλασμένες γραμμές είναι κυρτές και ποιες μη κυρτές;



1.10. Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα AB. Το μέσο M απέχει από το σημείο A 3 cm.

- A. Να βρείτε πόσο απέχει το σημείο M από το B.
- B. Ποιο είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB;

1.11. Δίνεται μια ευθεία (ε). Θεωρούμε τα σημεία K, Λ, M, N στην ευθεία (ε) με τη σειρά που δίνονται. Για τα σημεία ισχύει $KL = 4\text{ cm}$, $LM = 2\text{ cm}$ και $MN = 4\text{ cm}$.

- A. Να αποδείξετε ότι τα ευθύγραμμο τμήματα KM και LN είναι ίσα.
- B. Να βρείτε το μέσο P του KN και να εξετάσετε αν αυτό είναι και μέσο του LM.

1.12. Σε ημιευθεία Ax παίρνουμε τα σημεία K, Λ και M έτσι, ώστε $AL = 4\text{ cm}$, $AM = 1\text{ cm}$ και $AK = 2\text{ cm}$. Να βρείτε τα μήκη των τμημάτων:

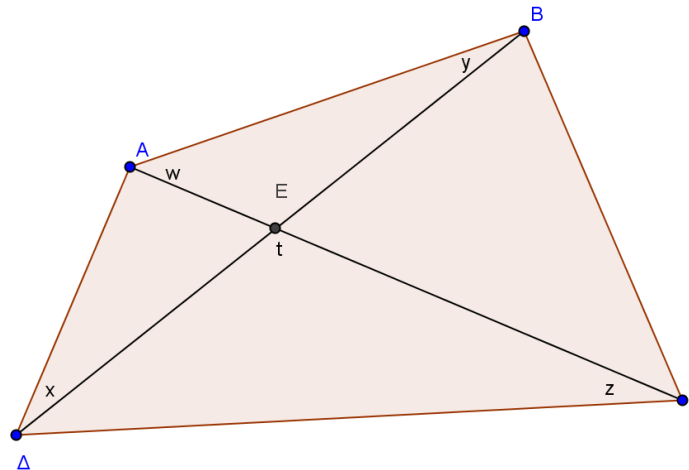
- A. AM
- B. $AL - AK$
- Γ. $AM - AK$

1.13. Θεωρούμε μια ημιευθεία Ox και παίρνουμε τα σημεία A και B έτσι, ώστε $OA = 5\text{ cm}$ και $OB = 7\text{ cm}$. Αν Γ είναι το μέσο του AB, να βρείτε το μήκος του OΓ.

1.14. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ABΓ. Μέσα στο τρίγωνο ABΓ παίρνουμε σημείο M και σχηματίζουμε το τρίγωνο ABM. Να ονομάσετε τις γωνίες που είναι:

- A. απέναντι της AB στο τρίγωνο ABM.
- B. απέναντι της BΓ στο τρίγωνο ABΓ.
- Γ. προσκείμενες της AM στο τρίγωνο ABM.
- Δ. περιεχόμενες των AB, AM στο τρίγωνο ABM.

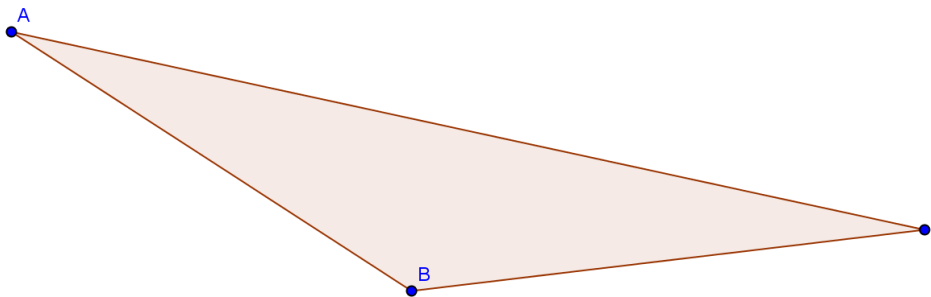
1.15. Γράψτε με τρία γράμματα τις γωνίες x, y, z, w, t στο παρακάτω σχήμα.



1.16. Σε ευθεία $x'x$ θεωρούμε ευθύγραμμο τμήμα $AB = 12 \text{ cm}$ και σημείο Γ τέτοιο ώστε $A\Gamma = \frac{1}{3}B\Gamma$.

Να βρείτε τα μήκη $A\Gamma, B\Gamma$.

1.17. Να σχεδιάσετε τα ύψη στο παρακάτω σχήμα.

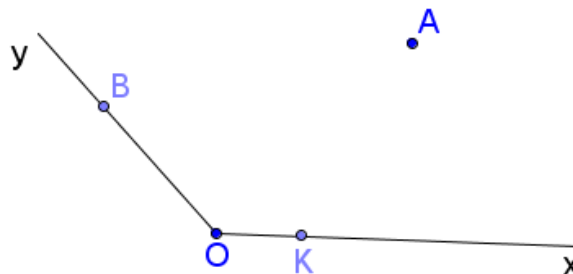


1.18. Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB με μήκος 4 cm . Να χαράξετε την κάθετη ευθεία προς το ευθύγραμμο τμήμα:

- Α. στο σημείο Α.
- Β. στο σημείο Β.
- Γ. στο μέσο Μ του ΑΒ.

1.19. Να κατασκευάσετε γωνία $\hat{xOy} = 120^\circ$. Φέρνουμε την Od κάθετη στην Ox , στο εσωτερικό της \hat{xOy} . Να υπολογίσετε τη γωνία \hat{dOy} .

1.20. Στο παρακάτω σχήμα να φέρετε κάθετη ευθεία:

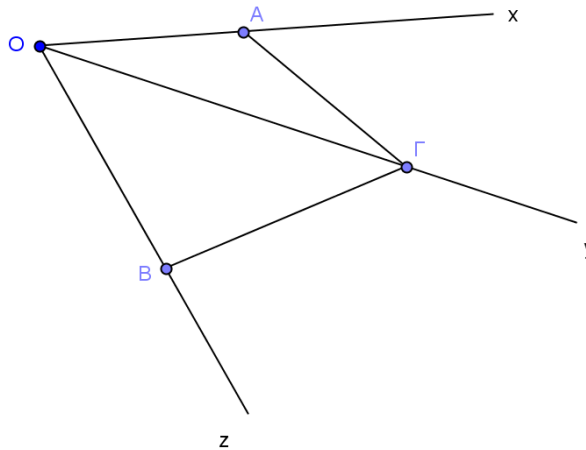


- Α. από το Α στην Oy .
- Β. από το Α στην Ox .
- Γ. στην Oy στο Β.
- Δ. στην Ox στο Κ.

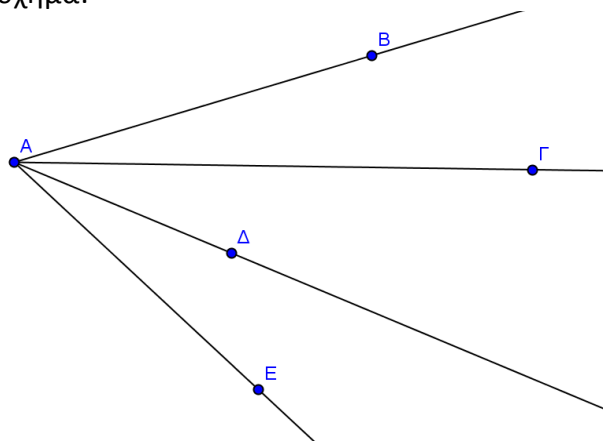
1.21. Να βρείτε ποιο ευθύγραμμο τμήμα από τα παρακάτω είναι μεγαλύτερο και ποιο το μικρότερο:

- A. 47,3 cm
- B. 4,62 m
- Γ. 481 mm
- Δ. 46,5 dm

1.22. Σημειώστε τις κυρτές εφεξής γωνίες που υπάρχουν στο παρακάτω σχήμα:

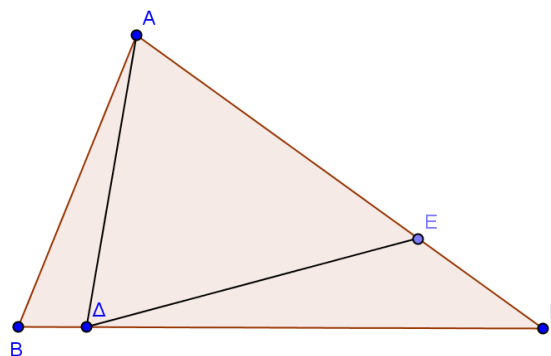


1.23. Δίνεται το παρακάτω σχήμα:



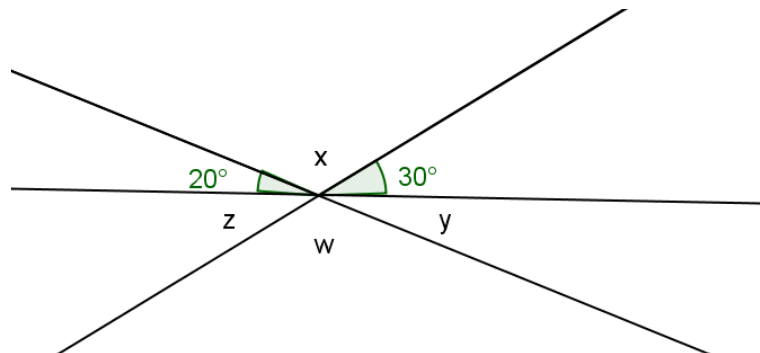
- A. Να σημειώσετε τα ζεύγη των εφεξής γωνιών του σχήματος.
- B. Να γράψετε τρεις γωνίες του σχήματος που είναι διαδοχικές.

1.24. Να γράψετε τα ζεύγη των εφεξής γωνιών που υπάρχουν στο παρακάτω σχήμα.



Παραπληρωματικές, Συμπληρωματικές και Κατακορυφών γωνίες

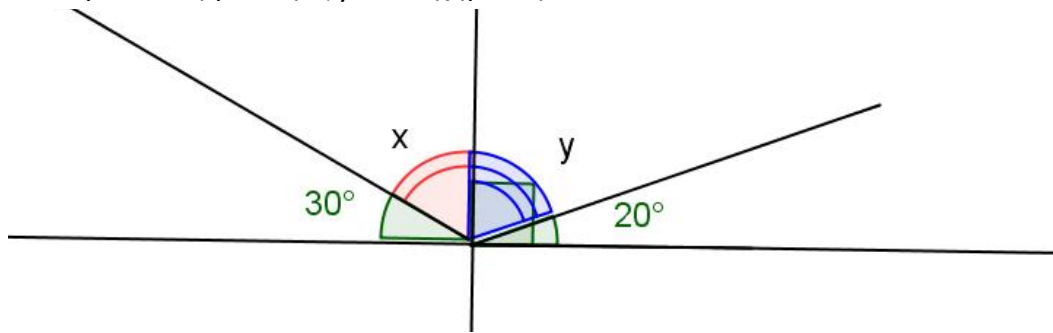
- 1.25. Μια γωνία είναι τριπλάσια από τη συμπληρωματική της. Πόσες μοίρες είναι;
- 1.26. Μια γωνία είναι 30° μεγαλύτερη από την συμπληρωματική της. Πόσες μοίρες είναι η παραπληρωματική της;
- 1.27. Μια γωνία είναι το $\frac{1}{4}$ ευθείας γωνίας. Πόσες μοίρες είναι η παραπληρωματική της;
- 1.28. Μία γωνία είναι τα $\frac{5}{16}$ της ορθής. Πόσες μοίρες είναι η συμπληρωματική της;
- 1.29. Δύο γωνίες είναι εφεξής και συμπληρωματικές. Αν διαφέρουν κατά 20° να υπολογίσετε τις γωνίες.
- 1.30. Τρεις εφεξής γωνίες $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ έχουν άθροισμα 150° . Τα μέτρα τους είναι ανάλογα των αριθμών 2, 3, 5 αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τα μέτρα τους.
- 1.31. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \hat{w}$ του σχήματος.



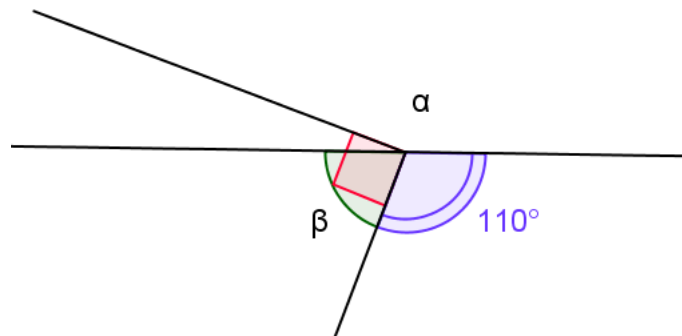
1.32. Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\alpha}$ στις παρακάτω περιπτώσεις:

<p>A.</p>	<p>B.</p>
<p>Γ.</p>	<p>Δ.</p>

1.33. Να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{x}, \hat{y} του σχήματος.

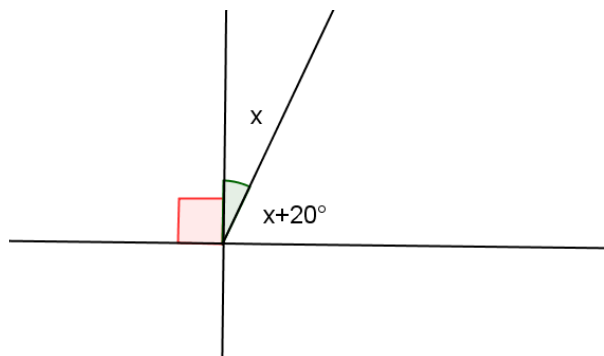


1.34. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ του σχήματος.

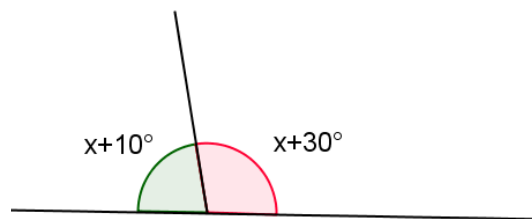


1.35. Να υπολογίσετε τη γωνία \hat{x} στις παρακάτω περιπτώσεις:

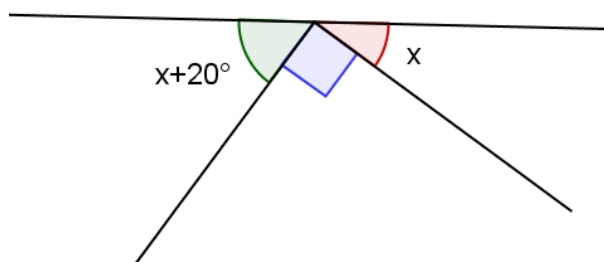
A.



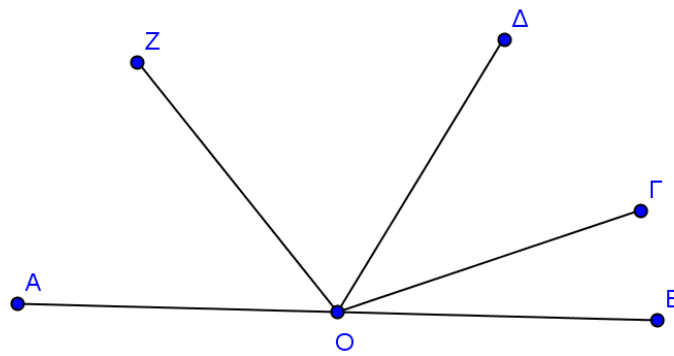
B.



Γ.

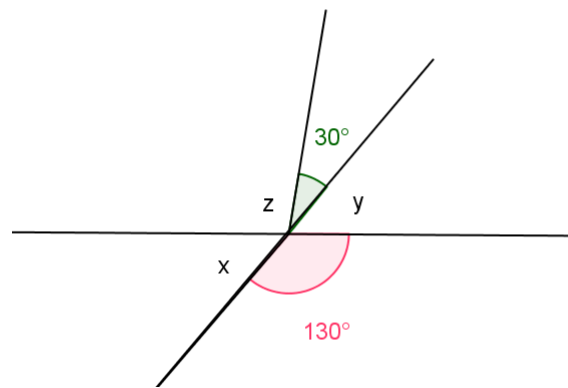


1.36. Στο παρακάτω σχήμα ισχύει $\widehat{ΟΔ} = 40^\circ$, $\widehat{ΑΟΓ} = 160^\circ$ και $\widehat{ΒΟΖ} = 130^\circ$

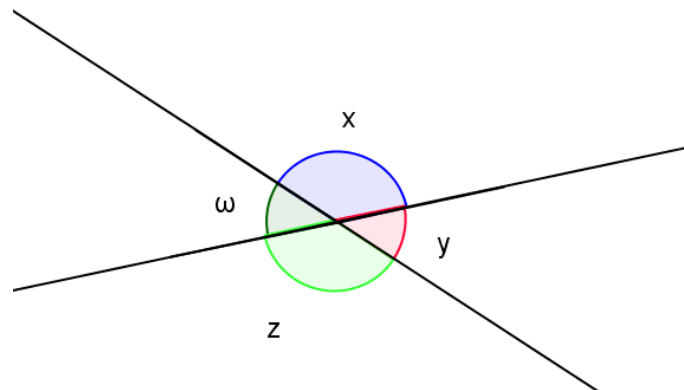


Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{ΑΟΖ}$, $\widehat{ΒΟΓ}$ και $\widehat{ΔΟΖ}$.

1.37. Να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{x} , \hat{y} , \hat{z} του παρακάτω σχήματος

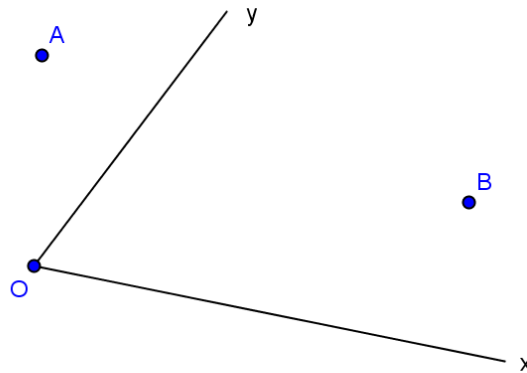


1.38. Να υπολογίσετε τις γωνίες του παρακάτω σχήματος, αν $\hat{x} = \frac{1}{3}\hat{y}$.

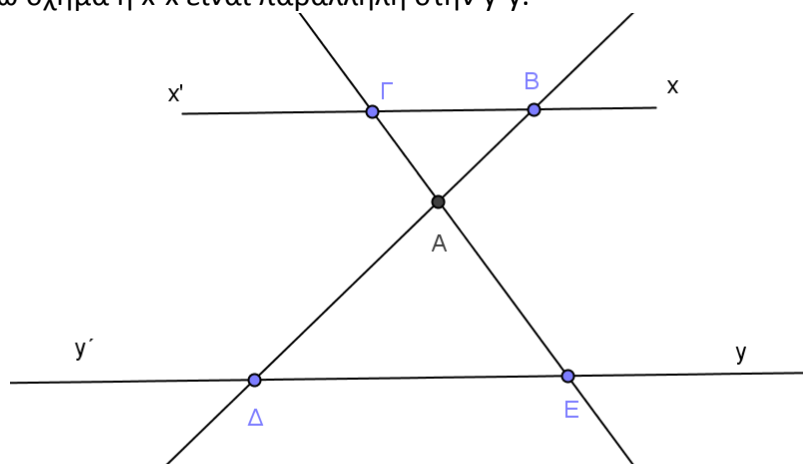


Θέσεις ευθειών στο επίπεδο

1.39. Σχεδιάστε τις παράλληλες στις Ox και Oy από τα σημεία A και B .



1.40. Στο παρακάτω σχήμα η $x'x$ είναι παράλληλη στην $y'y$.



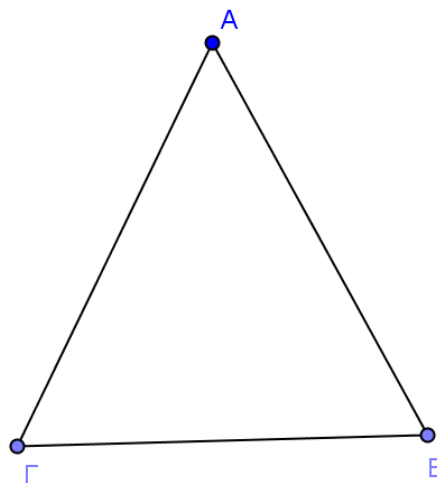
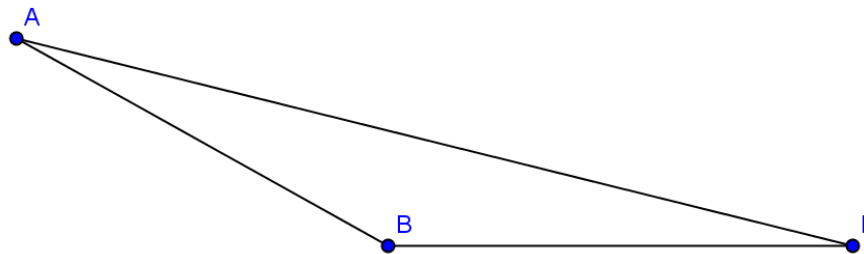
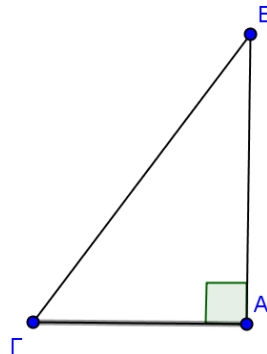
- A.** Να φέρετε την ευθεία που διέρχεται από το A και είναι παράλληλη στις $x'x$ και $y'y$.
- B.** Να βρείτε τις ημιευθείες που είναι παράλληλες στην $x'x$.
- Γ.** Να βρείτε τις ημιευθείες που είναι παράλληλες στην $y'y$.

- 1.41.** Να βρείτε τις δυνατές θέσεις που μπορούν να έχουν τρεις διαφορετικές ευθείες στο επίπεδο.
- 1.42.** Δίνεται ευθεία $x'x$ και ένα σημείο αυτής M . Να φέρετε μια ευθεία (ϵ) κάθετη στην $x'x$ στο M . Να πάρετε στην ευθεία (ϵ) σημείο Δ . Να φέρετε κάθετη ευθεία (δ) στην ευθεία (ϵ) στο σημείο Δ . Να πάρετε σημείο Z στην ευθεία (δ). Να φέρετε ευθεία (η) κάθετη στην (δ) στο σημείο Z . Να βρείτε τη σχέση που έχουν οι ευθείες $x'x$ και (δ) όπως και οι ευθείες (δ) και (η).
- 1.43.** Δίνεται το ευθύγραμμο τμήμα OA και ένα σημείο M στην προέκταση του προς το μέρος του O . Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο OAB που να έχει ύψος το BM .

Απόσταση σημείου από ευθεία - Απόσταση παραλλήλων

1.44. Δίνεται ευθεία ϵ και ένα σημείο O εκτός της ευθείας. Να βρείτε το σημείο της ευθείας του οποίου η απόσταση από το O είναι η ελάχιστη δυνατή.

1.45. Να σχεδιάσετε τα ύψη των παρακάτω τριγώνων.



1.46. Δίνεται η γωνία $\chi O\gamma$. Το σημείο A βρίσκεται στην πλευρά $O\chi$ και το σημείο B στην πλευρά $O\gamma$. Από το σημείο A φέρτε παράλληλη ευθεία στην $O\gamma$ και από το σημείο B φέρτε παράλληλη στην ευθεία $O\chi$ οι οποίες τέμνονται στο σημείο K .

A. Να γράψετε τα ευθύγραμμο τμήματα που είναι παράλληλα.

B. Να φέρετε τις αποστάσεις του σημείου O από τις παράλληλες που φέρατε.

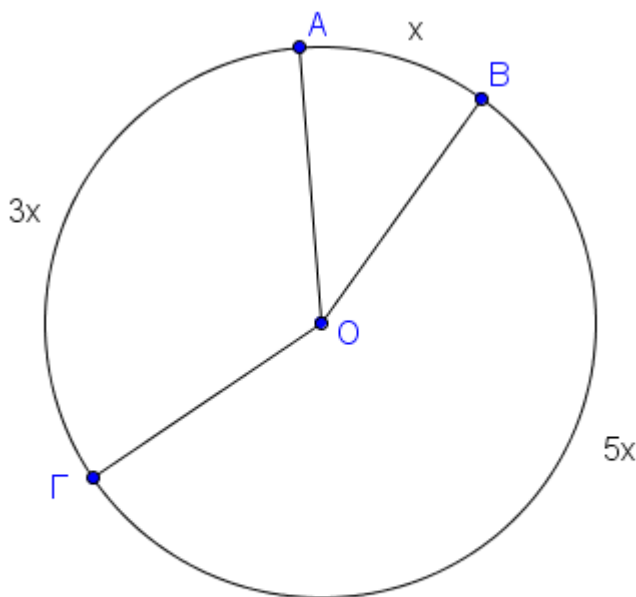
1.47. Δίνεται το ευθύγραμμο τμήμα $ΚΛ$ και M το μέσο του. Μια ευθεία ϵ διέρχεται από το σημείο M . Να φέρετε τις αποστάσεις των σημείων $K,Λ$ από την ευθεία ϵ .

Κύκλος και στοιχεία του κύκλου

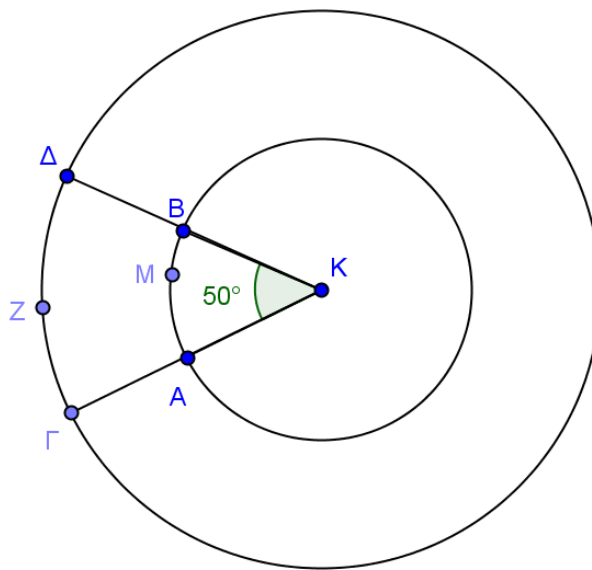
- 1.48.** Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα $ΚΛ = 6 \text{ cm}$. Να γραμμοσκιάσετε το τμήμα που απέχει από το $Κ$ το πολύ 4 cm και από το $Λ$ το πολύ 5 cm .
- 1.49.** Να σημειώσετε ένα σημείο A και να γραμμοσκιάσετε τα σημεία του επιπέδου τα οποία απέχουν από το A :
- A.** λιγότερο από 4 cm .
 - B.** το πολύ 3 cm .
 - Γ.** περισσότερο από 5 cm .
 - Δ.** περισσότερο από 3 cm και λιγότερο από 5 cm .
- 1.50.** Να σχεδιάσετε δύο κύκλους με κέντρο O και ακτίνες 3 cm και 5 cm αντίστοιχα.
- A.** Να βρείτε τα σημεία του επιπέδου που απέχουν από το O απόσταση μεγαλύτερη από 3 cm και μικρότερη από 5 cm .
 - B.** Να βρείτε τα σημεία του επιπέδου που απέχουν από το O απόσταση μεγαλύτερη ή ίση από 3 cm και μικρότερη ή ίση από 5 cm .
- 1.51.** Έστω ευθύγραμμο τμήμα $OA = 4 \text{ cm}$. Σχεδιάστε τους κύκλους (O, OA) και (A, OA) . Οι δύο κύκλοι τέμνονται στα σημεία M και $Λ$. Σχηματίζουμε το τετράπλευρο $OKAL$.
- A.** Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο $OKAL$ έχει ίσες πλευρές.
 - B.** Πόσο είναι το μήκος κάθε πλευράς.

Επίκεντρα γωνία

- 1.52.** *Δίνεται το παρακάτω σχήμα. Να υπολογίσετε τα τόξα στα οποία χωρίζεται ο κύκλος.

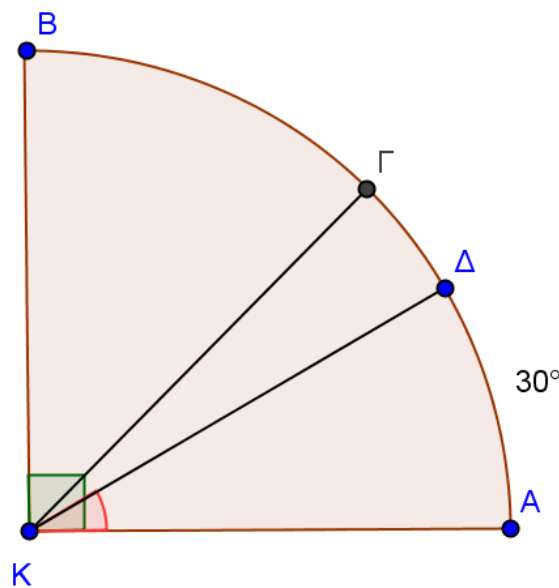


1.53. *Δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι (με ίδιο κέντρο) με κέντρο το Κ και μια επίκεντρη γωνία 50° .

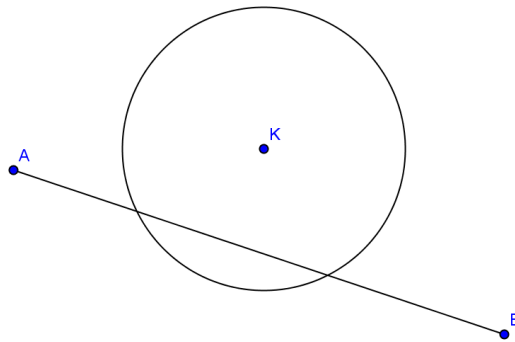


- A. Πόσες μοίρες είναι το τόξο $\overset{\curvearrowright}{AMB}$;
- B. Πόσες μοίρες είναι το τόξο $\overset{\curvearrowright}{Z\Delta}$;
- Γ. Είναι ίσα μεταξύ τους τα τόξα $\overset{\curvearrowright}{AMB}$ και $\overset{\curvearrowright}{Z\Delta}$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

1.54. *Στο τεταρτοκύκλιο του σχήματος το τόξο $\overset{\curvearrowright}{\Delta\Gamma}$ είναι 30° . Η ΚΓ είναι διχοτόμος του τεταρτοκυκλίου. Υπολογίστε το τόξο $\overset{\curvearrowright}{\Gamma\Delta}$.

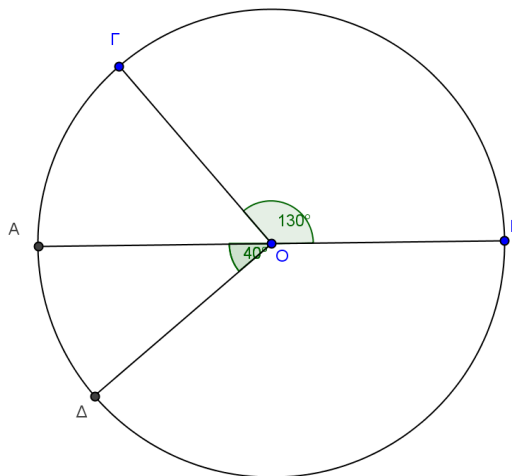


1.55. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο Κ και ακτίνα $\rho = 2$ cm:



- A. Να βρείτε τη μικρότερη απόσταση του κέντρου Κ από το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ.
- B. Ποια σημεία του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ απέχουν από το κέντρο Κ απόσταση 2cm;

1.56. *Στο παρακάτω σχήμα η ΑΒ είναι διάμετρος του κύκλου (Ο, ρ). Δίνονται οι γωνίες $\widehat{A\hat{O}D} = 40^\circ$, $\widehat{B\hat{O}G} = 130^\circ$.

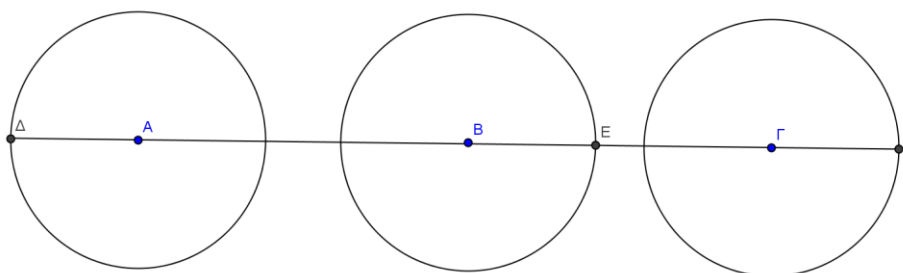


- A. Να βρείτε τα μέτρα των τόξων $\widehat{A\hat{O}G}$, $\widehat{D\hat{O}B}$.
- B. Να βρείτε το μέτρο της γωνίας $\widehat{G\hat{O}D}$.

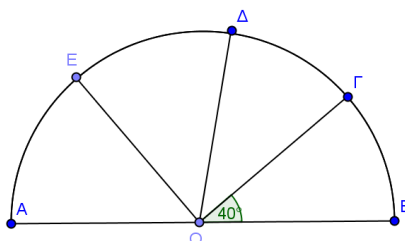
1.57. Να σχεδιάσετε κύκλο (Κ, 2 cm) και να πάρετε στον κύκλο σημείο Ο. Στην ημιευθεία ΚΟ να πάρετε σημεία Α και Β, ώστε $KA = 1,5$ cm και $KB = 4$ cm.

- A. Να φέρετε την κάθετη ευθεία (ε) στην ΚΟ στο σημείο Α και να βρείτε τη σχετική θέση της ευθείας (ε) με τον κύκλο.
- B. Να φέρετε την κάθετη ευθεία (δ) στην ΚΟ στο σημείο Β και να βρείτε τη σχετική θέση της ευθείας (δ) με τον κύκλο.

1.58. Στο παρακάτω σχήμα υπάρχουν 3 ίσοι κύκλοι με $\rho = 2 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 4,5 \text{ cm}$. Να βρείτε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΔB , $A\Gamma$, BZ , ΔZ .



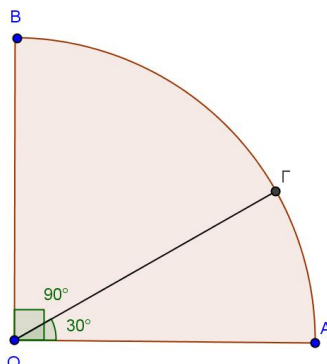
1.59. *Στο παραπάνω σχήμα έχουμε $\widehat{BO\Gamma} = 40^\circ$ και η $O\Gamma$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{BO\Delta}$.



A. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\widehat{BO\Delta}$.

B. Αν η $O\Gamma$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{AO\Delta}$, να υπολογίσετε το μέτρο του τόξου $\widehat{EO\Gamma}$.

1.60. *Στο παρακάτω τεταρτοκύκλιο το τόξο $A\Gamma$ είναι 30° . Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\widehat{BO\Gamma}$.



1.61. Δίνονται δύο παράλληλες ευθείες (ϵ) και (δ) οι οποίες απέχουν 3cm. Έστω O ένα σημείο της ευθείας (δ).

A. Να βρείτε τα σημεία της ευθείας (ϵ) που απέχουν από το O απόσταση 4cm.

B. Να βρείτε τα σημεία της ευθείας (ϵ) που απέχουν από το O απόσταση 3cm.

Γ. Να βρείτε τα σημεία της ευθείας (δ) που απέχουν από το O απόσταση 2cm.

1.62. Δίνονται δύο παράλληλες ευθείες που απέχουν μεταξύ τους 6 cm.

A. Βρείτε σημείο O, που να απέχει από τις ευθείες 3 cm.

B. Να βρείτε τη θέση που έχουν οι ευθείες από τους παρακάτω κύκλους, $(O, 2,9 \text{ cm})$, $(O, 2 \text{ cm})$, $(O, 3,1 \text{ cm})$, $(O, 3 \text{ cm})$.

* Η συγκεκριμένη άσκηση περιλαμβάνεται για την πληρότητα του υλικού.