

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

10. Η μία πλευρά ενός παραλληλογράμμου είναι 4 cm και η περίμετρος του είναι 20 cm. Βρες τις άλλες πλευρές του.

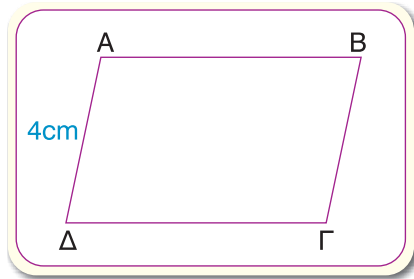
 Λύση

Έστω ότι στο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος είναι $AB = 4 \text{ cm}$ και η περίμετρος του είναι 20 cm.

Οι ΓΔ, ΑΒ είναι απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου, οπότε είναι ίσες. Δηλαδή $ΓΔ = 4 \text{ cm}$.

Επειδή η περίμετρος του ΑΒΓΔ είναι 20 cm και οι ΑΒ, ΓΔ είναι από 4 cm, οι πλευρές ΑΔ, ΒΓ έχουν άθροισμα μηκών: $20 \text{ cm} - 2 \cdot 4 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$.

Επειδή επιπλέον οι ΑΔ, ΒΓ είναι ίσες, έχουμε: $ΑΔ = ΒΓ = \frac{12}{2} \text{ cm} = 6 \text{ cm}$.



11. Η μία πλευρά ενός παραλληλογράμμου είναι 6 cm και η περίμετρος του είναι ίση με την περίμετρο ενός τετραγώνου με πλευρά 7 cm. Βρες τις άλλες πλευρές του παραλληλογράμμου.

 Λύση

Έστω το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AB = 6 \text{ cm}$.

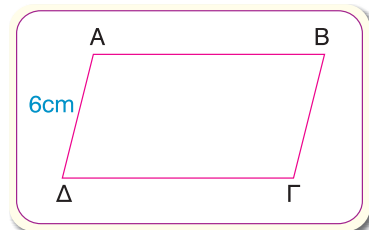
Τότε είναι και $ΓΔ = 6 \text{ cm}$ γιατί $AB = ΓΔ$.

Επειδή το παραλληλόγραμμο έχει την ίδια περίμετρο με ένα τετράγωνο πλευράς 7 cm, η περίμετρος του είναι $4 \cdot 7 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$.

Οπότε οι πλευρές ΑΔ και ΒΓ έχουν άθροισμα μηκών: $28 \text{ cm} - 2 \cdot 6 \text{ cm} = 28 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$

Επειδή οι ΑΔ και ΒΓ είναι ίσες, το μήκος τους είναι:

$$ΑΔ = ΒΓ = \frac{16}{2} \text{ cm} = 8 \text{ cm}.$$



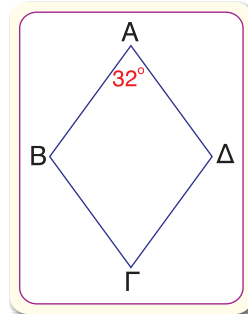
12. Η γωνία \hat{A} ενός ρόμβου είναι 32° . Υπολόγισε όλες τις γωνίες του.

 **Λύση**

Οι γωνίες \hat{A} και \hat{B} είναι εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων $AD \parallel BG$ που τέμνονται από την AB .
Οπότε:

$$\begin{aligned}\hat{A} + \hat{B} &= 180^\circ \\ 32^\circ + \hat{B} &= 180^\circ \\ \hat{B} &= 180^\circ - 32^\circ = 148^\circ.\end{aligned}$$

Επειδή οι απέναντι γωνίες του ρόμβου είναι ίσες, έχουμε: $\hat{\Gamma} = \hat{A} = 32^\circ$ και $\hat{\Delta} = \hat{B} = 148^\circ$.



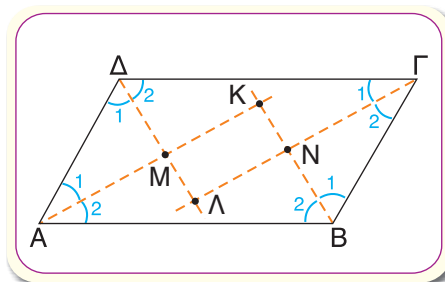
13. Η γωνία \hat{A} ενός παραλληλογράμμου είναι 60° . Φέρε τις διχοτόμους των γωνιών του και υπολόγισε όλες τις γωνίες του σχήματος.

 **Λύση**

Επειδή οι γωνίες \hat{A} και \hat{B} είναι εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων $AD \parallel BG$ που τέμνονται από την AB , έχουμε:

$$\begin{aligned}\hat{A} + \hat{B} &= 180^\circ \\ 60^\circ + \hat{B} &= 180^\circ \\ \hat{B} &= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.\end{aligned}$$

Επειδή οι απέναντι γωνίες του παραλληλογράμμου είναι ίσες έχουμε $\hat{\Gamma} = \hat{A} = 60^\circ$ και $\hat{\Delta} = \hat{B} = 120^\circ$



Επειδή οι AM , ΓN είναι διχοτόμοι έχουμε $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2 = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

Αντίστοιχα $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2 = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$

Στο τρίγωνο $A\Delta M$ έχουμε: $\hat{A}_1 + \hat{\Delta}_1 + \hat{M} = 180^\circ$
 $30^\circ + 60^\circ + \hat{M} = 180^\circ$
 $90^\circ + \hat{M} = 180^\circ$
 $\hat{M} = 90^\circ$

Με τον ίδιο τρόπο δείχνουμε ότι $\hat{K} = \hat{\Lambda} = \hat{N} = 90^\circ$



3

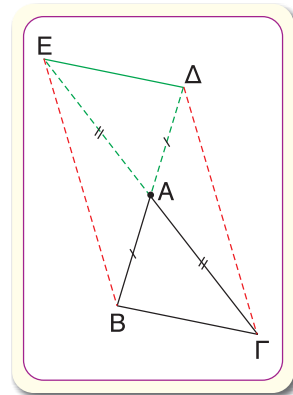
ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ
ΤΡΑΠΕΖΙΟΥ-ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ
ΑΜΜΑ

14. Προέκτεινε τις πλευρές AB και AG τριγώνου $ABΓ$, προς το A κατά ίσα τμήματα $AD = AB$ και $AE = AG$. Να εξετάσεις αν $DE = BΓ$. Τι συμπεραίνεις για το τετράπλευρο $BΓΔΕ$;

Λύση

Με τη βοήθεια του διαβήτη διαπιστώνουμε ότι τα τμήματα $BΓ$ και DE είναι ίσα.

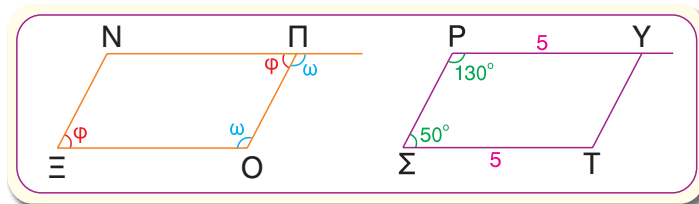
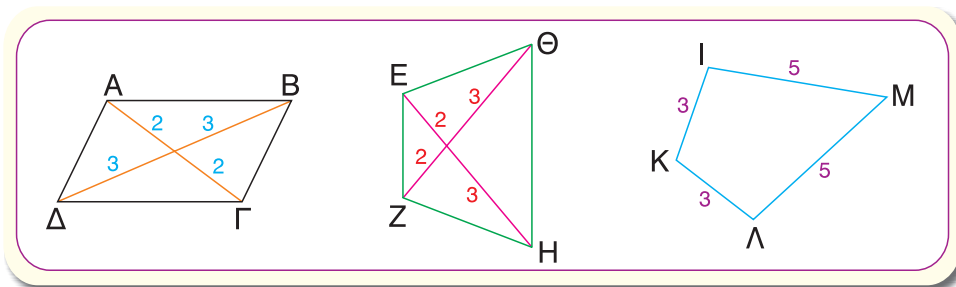
Το τετράπλευρο $BΓΔΕ$ είναι παραλληλόγραμμο γιατί οι διαγώνιες του διχοτομούνται.



ΕΞΑΣΚΗΣΗ

15. Χάραξε τα ύψη ενός παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ που άγονται από την κορυφή Α, όταν η γωνία Α είναι οξεία.
16. Να κατασκευάσεις τετράγωνο με περίμετρο 16 cm.
17. Υπολόγισε τις γωνίες ενός παραλληλογράμμου αν η μία του γωνία είναι 50° .
18. Υπολόγισε καθεμία από τις γωνίες ενός ισοσκελούς τραπεζίου, αν γνωρίζεις ότι μία γωνία του είναι 48° .
19. Μία πλευρά ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι 7 cm και η περίμετρος του είναι 30 cm. Να υπολογίσεις τις άλλες πλευρές του.
20. Σχεδίασε ένα παραλληλόγραμμο και ένωσε τα μέσα των πλευρών του. Τι τετράπλευρο σχηματίζουν;
21. Ποια από τα παρακάτω τετράπλευρα είναι παραλληλόγραμμο, ποια όχι και γιατί;

ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ

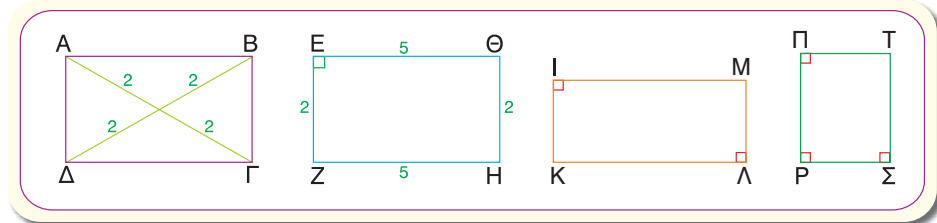


3

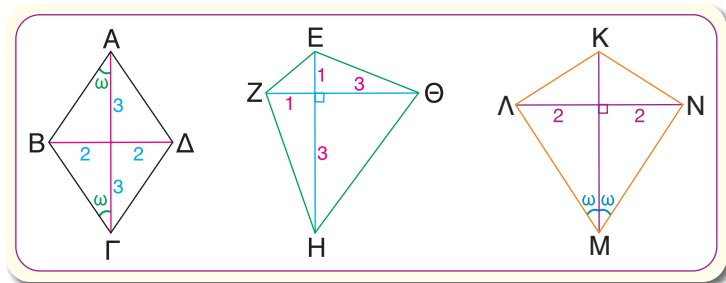
ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ
ΤΡΑΠΕΖΙΟΥ
ΡΟΜΒΟΥ
ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ
ΤΡΑΠΕΖΙΟΥ

22. Ποια από τα παρακάτω τετράπλευρα είναι:

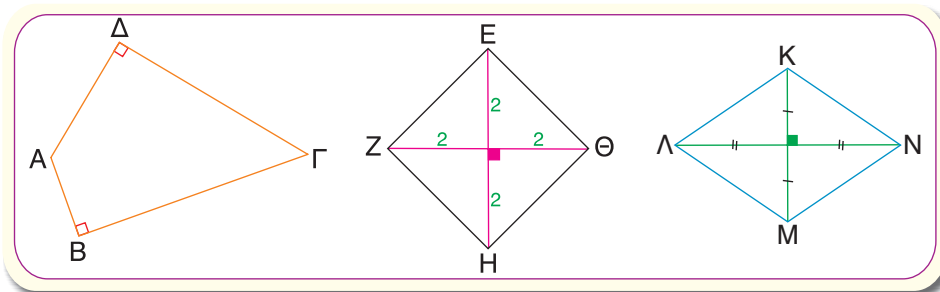
- α. ορθογώνια β. ρόμβοι γ. τετράγωνα ποια όχι και γιατί;



II.

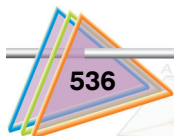


III.



23. Να βρεις δύο ομοιότητες και δύο διαφορές που αφορούν πλευρές, γωνίες ή διαγώνιες μεταξύ των σχημάτων:

- α. Τετράγωνο – Ρόμβος
β. Τετράγωνο – Ορθογώνιο
γ. Ορθογώνιο – Ρόμβος



24. Τοποθέτησε ένα “x” στην αντίστοιχη θέση.

- α. Οι διαγώνιες του ρόμβου δεν είναι ίσες.
- β. Όλες οι γωνίες του ρόμβου είναι ίσες.
- γ. Ένας ρόμβος με μία ορθή γωνία είναι τετράγωνο.
- δ. Ένα παραλληλόγραμμο με μία ορθή γωνία είναι τετράγωνο.
- ε. Κάθε τετράγωνο είναι ρόμβος.

Σωστό Λάθος

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

25. Σχεδίασε ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και φέρε τη διχοτόμο της γωνίας \hat{A} που τέμνει την ΒΓ στο Ε. Να αποδείξεις ότι το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισοσκελές.

26. Σχεδίασε ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και σημείωσε με Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του. Βρες τα μέσα Ε και Ζ των ΟΑ και ΟΓ αντίστοιχα και απόδειξε ότι το τετράπλευρο ΒΕΔΖ είναι παραλληλόγραμμο.

Π
Α
Ρ
Α
Τ
Τ
Ρ
Λ
Λ
Ρ
Α
Π
Ε
Ζ
Ι
Α
Α
Α
Α
Μ
Μ
Α

