

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

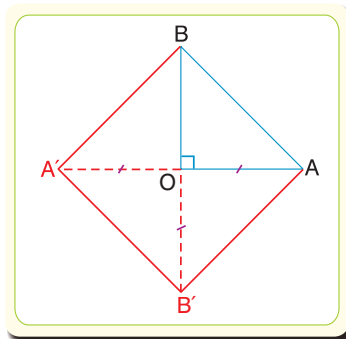
3. Δίνεται ένα ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο OAB με $\widehat{OAB} = 90^\circ$ και $OA = OB$. Βρες τα συμμετρικά σημεία A' και B' των A και B αντίστοιχα, ως προς κέντρο συμμετρίας το O και εξετάσε το είδος του τετραπλεύρου $ABA'B'$.

 **Λύση**

Προεκτείνουμε τις OA και OB προς το μέρος του O κατά ίσα τμήματα $OB' = OB$.

Τα A' , B' είναι τα συμμετρικά των A και B αντίστοιχα ως προς κέντρο συμμετρίας το O . Επειδή $OA = OB = OA' = OB'$ και

$\widehat{AOB} = 90^\circ$, το τετράπλευρο $ABA'B'$ είναι τετράγωνο γιατί οι διαγώνιες του διχοτομούνται, είναι ίσες και κάθετες.



4. Πάρε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$, μία ευθεία ε και ένα σημείο O . Βρες το συμμετρικό $A'B'\Gamma'$ του $AB\Gamma$ ως προς άξονα την ευθεία ε και το συμμετρικό $A_1B_1\Gamma_1$ του $AB\Gamma$ ως προς κέντρο το O και σύγκρινε τα τρίγωνα $A'B'\Gamma'$ και $A_1B_1\Gamma_1$. Δικαιολόγησε την απάντησή σου.

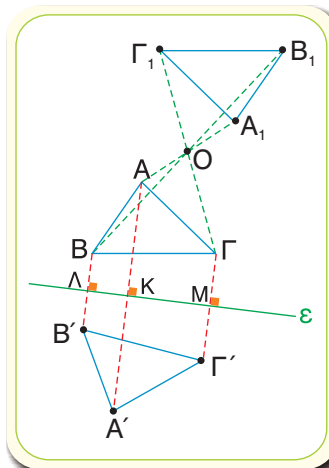
 **Λύση**

Έστω ότι το σημείο O βρίσκεται εκτός του τριγώνου $AB\Gamma$ και εκτός της ευθείας ε . Έστω ακόμη η ε είναι εξωτερική του τριγώνου $AB\Gamma$. Από τις κορυφές A , B , Γ του τριγώνου φέρνουμε κάθετες AK , BL , ΓM προς την ευθεία ε και τις προεκτείνουμε κατά ίσα τμήματα $KA' = KA$, $LB' = LB$ και $M\Gamma' = M\Gamma$.

Το τρίγωνο $A'B'\Gamma'$ είναι συμμετρικό του $AB\Gamma$ ως προς την ε , οπότε τα δύο τρίγωνα είναι μεταξύ τους ίσα. Φέρνουμε OA , OB , $O\Gamma$ και προεκτείνουμε προς το μέσο του O κατά ίσα τμήματα $OA_1 = OA$, $OB_1 = OB$ και $O\Gamma_1 = O\Gamma$.

Το τρίγωνο $A_1B_1\Gamma_1$ είναι συμμετρικό του $AB\Gamma$, ως προς κέντρο το O .

Τα δύο τρίγωνα, λόγω της συμμετρίας, είναι ίσα. Οπότε τα τρίγωνα $A'B'\Gamma'$ και $A_1B_1\Gamma_1$ είναι ίσα γιατί και τα δύο είναι ίσα με το $AB\Gamma$.



5. Αν τα σημεία A και B είναι συμμετρικά ως προς το O, τότε τι είναι το O για το ευθύγραμμο τμήμα AB;
6. Να σχεδιάσετε το συμμετρικό ενός κύκλου και ενός ορθογωνίου ως προς ένα τυχαίο σημείο του επιπέδου.
7. Να σχεδιάσετε τρίγωνο ABΓ και να κατασκευάσετε το συμμετρικό Δ του A ως προς B καθώς και το συμμετρικό E του Δ ως προς την ευθεία ΒΓ. Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα BΔE και BEA είναι ισοσκελή.
8. Να βρείτε το συμμετρικό M της κορυφής K του παραλληλογράμμου ABΓK ως προς το σημείο A. Κατόπιν να βρείτε το συμμετρικό N του M ως προς το σημείο B. Τέλος να βρείτε το συμμετρικό του N ως προς το Γ. Τι παρατηρείτε; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

