

4. Έστω M το μέσο της πλευράς $B\Gamma$ τριγώνου $AB\Gamma$ και AM διάμεσος του. Βρες τα συμμετρικά B' και Γ' των κορυφών B και Γ αντίστοιχα, ως προς άξονα την ευθεία AM και σχεδιάσε το συμμετρικό του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς την ευθεία AM . Μετά εξέτασε το είδος του τετραπλεύρου $BB'\Gamma\Gamma'$.

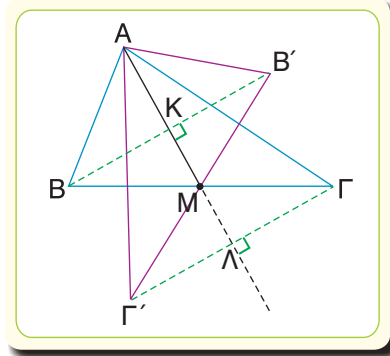
Λύση

Έστω BK , $\Gamma\Lambda$ κάθετες από τα σημεία B και Γ προς την ευθεία AM . Προεκτείνουμε τις BK , $\Gamma\Lambda$ κατά τμήματα $KB' = BK$ και $\Lambda\Gamma' = \Lambda\Gamma$. Τα B' , Γ' είναι τα συμμετρικά B , Γ ως προς την AM .

Το σημείο A ανήκει στην AM οπότε το συμμετρικό του ως προς την AM είναι το ίδιο το σημείο A .

Το συμμετρικό του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς την AM είναι το $AB'\Gamma'$.

Επειδή $BM = M\Gamma = MB' = M\Gamma'$ οι διαγώνιες του $BB'\Gamma\Gamma'$ διχοτομούνται και είναι ίσες. Άρα το $BB'\Gamma\Gamma'$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.



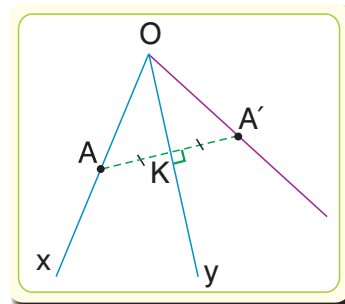
5. Πάρε ένα σημείο A στην πλευρά Ox μιας τυχαίας γωνίας \widehat{xOy} και βρες το συμμετρικό A' του A , ως προς άξονα συμμετρίας την ευθεία Oy . Δικαιολόγησε ότι η Oy είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{AOA'}$.

Λύση

Έστω AK κάθετος στην Oy . Προεκτείνουμε την AK κατά ίσο τμήμα $KA' = KA$. Το A' είναι το συμμετρικό του A ως προς την Oy .

Επειδή η OA' είναι συμμετρική της OA ως προς την Oy , οι γωνίες \widehat{AOy} και $\widehat{yOA'}$ είναι ίσες.

Άρα η Oy είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{AOA'}$.



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ



1. Βρες το συμμετρικό ενός τριγώνου ως προς την ευθεία ε και το συμμετρικό του νέου τριγώνου ως προς την άλλη ευθεία ζ . Τι σχέση έχουν το αρχικό και το τελευταίο τρίγωνο; Να επαναλάβεις το ίδιο και με μία τρίτη ευθεία.

Λύση

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και ευθεία ε .

Κατασκευάζουμε τα συμμετρικά Δ, E, Z των A, B, Γ ως προς την ε .

Το τρίγωνο ΔEZ είναι το συμμετρικό του $AB\Gamma$ ως προς την ε .

Τα δύο τρίγωνα είναι μεταξύ τους ίσα.

Έστω τυχαία ευθεία ζ .

Κατασκευάζουμε τα συμμετρικά H, Θ, I των Δ, E, Z ως προς την ζ .

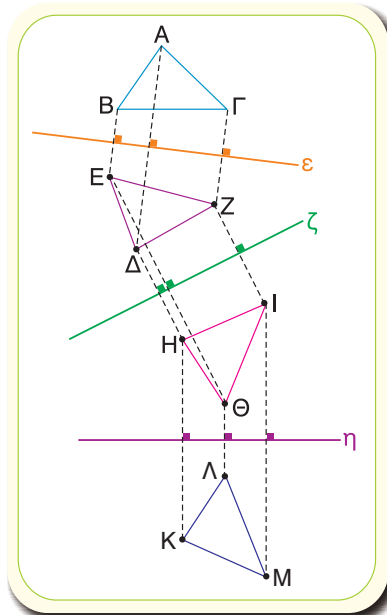
Το τρίγωνο $H\Theta I$ είναι το συμμετρικό του ΔEZ ως προς την ευθεία ζ .

Τα δύο τρίγωνα είναι μεταξύ τους ίσα.

Έστω τυχαία ευθεία η .

Κατασκευάζουμε τα συμμετρικά K, Λ, M των H, Θ, I ως προς την ευθεία η .

Το τρίγωνο $K\Lambda M$ είναι το συμμετρικό του $H\Theta I$ ως προς την ευθεία η . Τα δύο τρίγωνα είναι μεταξύ τους ίσα.

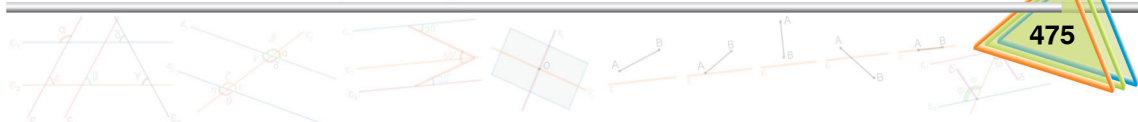
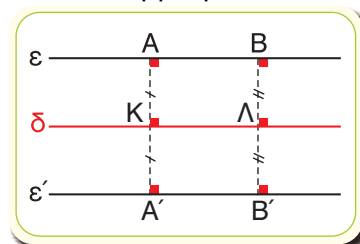


2. Προσπάθησε να δείξεις ότι το συμμετρικό σχήμα ως προς άξονα δ μιας ευθείας ε παράλληλης προς την δ , είναι ευθεία παράλληλη προς την ευθεία ε .

Λύση

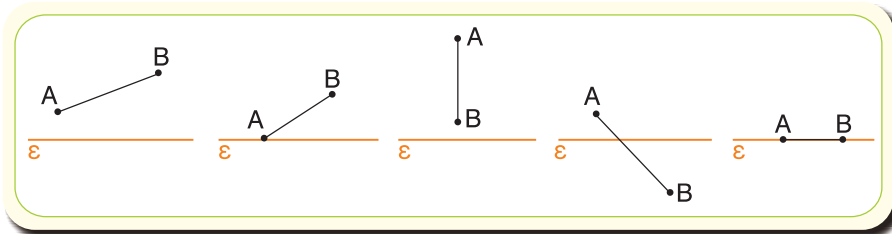
Έστω A, B δύο σημεία της ευθείας ε και A', B' τα συμμετρικά του ως προς την ευθεία δ . Η ευθεία ε' που διέρχεται από τα A', B' είναι η συμμετρική της ε ως προς την δ .

Επειδή οι ευθείες ε και δ είναι παράλληλες, το τετράπλευρο $AK\Lambda B$ είναι ορθογώνιο και $AK = B\Lambda$. Οπότε και τα AA' και BB' είναι ίσα και παράλληλα και κάθετα στην ε , οπότε το τετράπλευρο $AA'B'B$ είναι ορθογώνιο και $AB \parallel A'B'$, δηλαδή $\varepsilon \parallel \varepsilon'$.

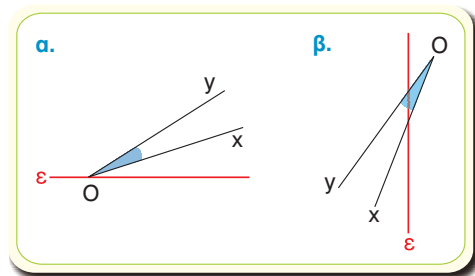


ΕΞΑΣΚΗΣΗ

6. Να βρείτε το συμμετρικό του ευθύγραμμου τμήματος AB, σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις, ως προς τη ευθεία ϵ .



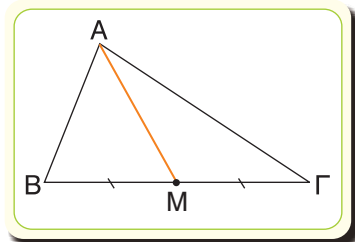
7. Να βρείτε τη συμμετρική της γωνίας $\chi\hat{O}\gamma$ ως προς την ευθεία ϵ σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις.



8. Αν τα σημεία A και B είναι συμμετρικά ως προς άξονα μία ευθεία ϵ , τότε τι είναι η ευθεία ϵ στο ευθύγραμμο τμήμα AB;

9. Σε κύκλο (0,2cm) να πάρετε τρία σημεία A, B και Γ. Να φέρετε μία ευθεία ϵ που να περνάει από το κέντρο O και να μην περιέχει τα σημεία A, B, Γ. Χρησιμοποιείτε μόνο το διαβήτη σας και σχεδιάστε το συμμετρικό τρίγωνο A'B'Γ' του ABΓ ως προς την ϵ .

10. Στο τρίγωνο ABΓ, η AM είναι διάμεσος. Να κατασκευάσετε το συμμετρικό του τριγώνου ABΓ ως προς την ευθεία AM. Είναι η AM διάμεσος του τριγώνου που κατασκευάσατε; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



11. Στο διπλανό σχήμα είναι $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$ και η δ είναι μεσοκάθετος του AB. Να βρείτε τα συμμετρικά Γ' και Β' των σημείων Γ και Β αντίστοιχα ως προς την ϵ_2 . Να συγκρίνετε τα τμήματα ΑΓ και Β'Γ'. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

