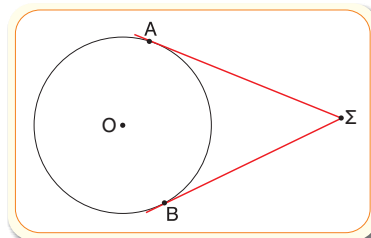


## ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

6. Να συγκριθούν τα ευθύγραμμα τμήματα, που ορίζονται από ένα εξωτερικό σημείο ενός κύκλου και τα σημεία επαφής των εφαπτόμενων ευθειών, οι οποίες άγονται προς το κύκλο αυτό από το εξωτερικό αυτό σημείο.

 **Λύση**

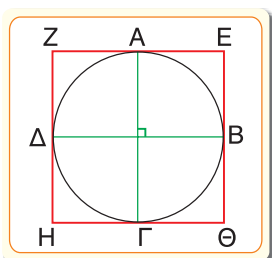
Έστω ο κύκλος  $(O, \rho)$  και το σημείο  $\Sigma$  εξωτερικό αυτού. Από το  $\Sigma$  φέρνουμε τα εφαπτόμενα τμήματα  $\Sigma A$  και  $\Sigma B$  προς τον κύκλο. Μετρώντας αυτά με το υποδεκάμετρο παρατηρούμε ότι είναι ίσα.



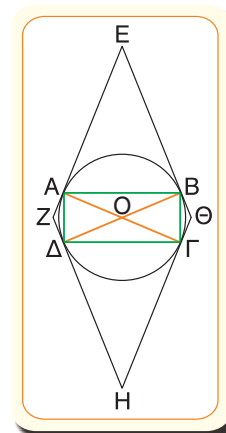
7. Σε έναν κύκλο φέρνουμε δύο τυχαίες διαμέτρους και ενώνουμε τα άκρα τους.
- Να μετρηθούν οι γωνίες του τετράπλευρου που ορίζουν τα άκρα των διαμέτρων,
  - Φέρνουμε τις εφαπτομένες στα άκρα των διαμέτρων μέχρι να τμηθούν. Να μετρηθούν οι πλευρές του εξωτερικού τετραπλεύρου. Τι παρατηρούμε;
  - Αν οι αρχικές διάμετροι ήταν κάθετες μεταξύ τους, τι θα είναι το τετράπλευρο που σχηματίζεται;

 **Λύση**

- Φέρνουμε τις διαμέτρους  $A\Gamma$  και  $B\Delta$ . Το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  που σχηματίζεται έχει τις γωνίες του ορθές.
- Φέρνουμε τις εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία  $A, B, \Gamma$  και  $\Delta$ . Το τετράπλευρο  $EZH\Theta$  που σχηματίζεται έχει όλες τις πλευρές του ίσες.



- Αν οι διάμετροι  $A\Gamma$  και  $B\Delta$  είναι κάθετες τότε το τετράπλευρο  $EZH\Theta$  που σχηματίζεται είναι τετράγωνο.



## ΕΞΑΣΚΗΣΗ

8. Να σχεδιάσετε τις εφαπτόμενες ενός κύκλου στα άκρα μιας χορδής του  $AB$ . Αν  $M$  είναι το σημείο τομής των εφαπτομένων αυτών, να συγκρίνετε τα τμήματα  $MA$  και  $MB$ .  
(Απ.:  $MA = MB$ )
9. Να χαράξετε δύο παράλληλες ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  και να σχεδιάσετε έναν κύκλο στον οποίο οι  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  να είναι εφαπτόμενες.
10. Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα  $AB = 3\text{cm}$  και στη συνέχεια να βρείτε ένα σημείο  $M$  του οποίου οι αποστάσεις από το  $A$  και  $B$  να είναι  $2\text{cm}$  και  $2,5\text{cm}$ .
11. Σε μία ευθεία  $\varepsilon$  πάρτε ένα σημείο  $A$  και στο σημείο αυτό φέρτε την ημιευθεία  $Ax$  κάθετη στην  $\varepsilon$ . Να πάρετε ένα σημείο  $O$  της  $Ax$ , ώστε  $OA = 3\text{cm}$ . Να γράψετε τον κύκλο  $(O, 2\text{cm})$  και να βρείτε τη θέση του ως προς την ευθεία  $\varepsilon$ . Μετά γράψτε το κύκλο  $(O, 3\text{cm})$  και βρείτε τη θέση του ως προς την ευθεία  $\varepsilon$ .
12. Δίνονται τρεις ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο  $O$  και φέρνουμε δύο εφαπτόμενες του μεσαίου κύκλου και μία εφαπτόμενη του εσωτερικού κύκλου. Στις εφαπτόμενες αυτές ορίζονται οι χορδές  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  και  $EZ$  του εξωτερικού κύκλου. Να συγκρίνετε τις χορδές αυτές ανά δύο.  
(Απ.: Είναι  $AB = \Gamma\Delta$  και  $AB < EZ$ )
13. Να χαράξετε τις εφαπτομένες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  ενός κύκλου  $(O, \rho)$  στα άκρα μιας διαμέτρου  $AB$ . Κατόπιν να χαράξετε μία τρίτη εφαπτόμενη του κύκλου που να τέμνει τις  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  στα σημεία  $\Gamma$  και  $\Delta$  αντίστοιχα. Να μετρήσετε τη γωνία  $\widehat{\Gamma\hat{O}\Delta}$ .  
(Απ.:  $\widehat{\Gamma\hat{O}\Delta} = 90^\circ$ )

