

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

12. Να υπολογιστούν δύο γωνίες αν είναι συμπληρωματικές και η μία από αυτές είναι τριπλάσια της άλλης.

 Λύση

Έστω ω μία γωνία τότε η άλλη θα είναι $3 \cdot \omega$. Αφού οι δύο γωνίες είναι συμπληρωματικές τότε θα έχουν άθροισμα 90° . Δηλαδή

$$\omega + 3 \cdot \omega = 90^\circ \quad \text{ή} \quad 4\omega = 90^\circ$$

$$\text{άρα} \quad \omega = \frac{90^\circ}{4} = 22,5^\circ$$

Οπότε η μία γωνία είναι $22,5^\circ$ και η άλλη $90^\circ - 22,5^\circ = 67,5^\circ$.

13. Να υπολογιστούν δύο γωνίες αν είναι παραπληρωματικές και η μία από αυτές είναι τετραπλάσια της άλλης.

 Λύση

Έστω ω μία γωνία τότε η άλλη θα είναι $4 \cdot \omega$.

Επειδή οι δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές τότε θα έχουν άθροισμα 180° . Δηλαδή

$$\omega + 4 \cdot \omega = 180^\circ \quad \text{ή} \quad 5\omega = 180^\circ \quad \text{άρα} \quad \omega = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ.$$

Άρα η άλλη γωνία θα είναι $180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$.

14. Αν μία γωνία είναι μεγαλύτερη κατά 24° από την παραπληρωματική της, πόσο θα είναι κάθε μία από αυτές;

 Λύση

Έστω ω η μικρότερη γωνία, τότε η άλλη θα είναι $\omega + 24^\circ$.

Είναι $\omega + \omega + 24^\circ = 180^\circ$ ή $2\omega = 180^\circ - 24^\circ$ ή $2\omega = 156^\circ$

$$\text{άρα} \quad \omega = \frac{156^\circ}{2} = 78^\circ.$$

Άρα η μία γωνία είναι 78° και η άλλη $78^\circ + 24^\circ = 102^\circ$.

15. Αν μία γωνία από εκείνες που σχηματίζουν δύο τεμνόμενες ευθείες είναι τριπλάσια της άλλης να υπολογιστούν και οι τέσσερις γωνίες.



✍️ Λύση

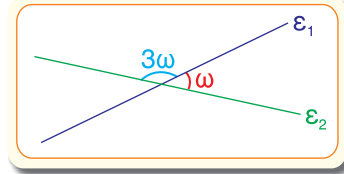
Έστω ω η μία γωνία τότε η άλλη θα είναι 3ω .

Όμως $\omega + 3\omega = 180^\circ$ ή

$$4\omega = 180^\circ \text{ άρα } \omega = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ.$$

και η άλλη είναι $3 \cdot 45^\circ = 135^\circ$.

Άρα οι οξείες γωνίες του σχήματος είναι 45° και οι αμβλείες 135° .



- 16. Να σχεδιάσεις μία γωνία 135° και την κατακορυφήν της. Φέρνουμε τις διχοτόμους αυτών των γωνιών. Τι γωνία σχηματίζουν;**

✍️ Λύση

Η κατακορυφήν γωνίες που είναι 135° είναι οι \widehat{xOy} και \widehat{zOt} .

Έστω $O\delta_1$ και $O\delta_2$ οι διχοτόμοι αυτών.

Επειδή $O\delta_1$ διχοτόμος της γωνίας \widehat{xOy} ,

$$\text{είναι } \widehat{xO\delta_1} = \frac{135^\circ}{2} = 67,5^\circ. \text{ Επειδή } O\delta_2 \text{ διχοτόμος}$$

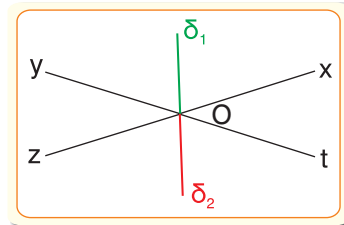
$$\text{της γωνίας } \widehat{zOt}, \text{ είναι } \widehat{\delta_2 Ot} = \frac{135^\circ}{2} = 67,5^\circ.$$

Επειδή η γωνία \widehat{xOt} είναι παραπληρωματική της \widehat{xOy} ισχύει:

$$\widehat{xOt} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ.$$

$$\text{Είναι } \widehat{\delta_1 O\delta_2} = \widehat{\delta_1 Ox} + \widehat{xOt} + \widehat{\delta_2 Ot} = 67,5^\circ + 45^\circ + 67,5^\circ = 180^\circ$$

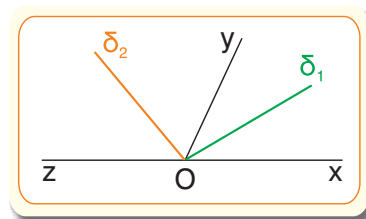
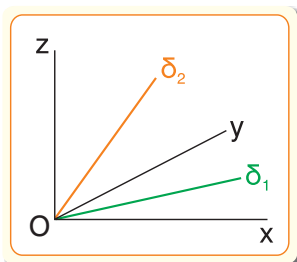
άρα οι $O\delta_1$ και $O\delta_2$ είναι αντικείμενες ευθείες.



- 17. Να σχεδιαστούν οι διχοτόμοι (α) δύο εφεξής και παραπληρωματικών και (β) δύο εφεξής και συμπληρωματικών γωνιών και να βρεθεί η γωνία που σχηματίζουν μεταξύ τους.**

✍️ Λύση

- α.** Οι διχοτόμοι δύο εφεξής παραπληρωματικών γωνιών σχηματίζουν γωνία 90° .

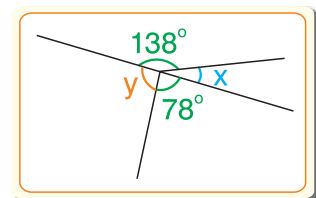


- β.** Οι διχοτόμοι δύο εφεξής συμπληρωματικών γωνιών σχηματίζουν γωνία 45° .

1

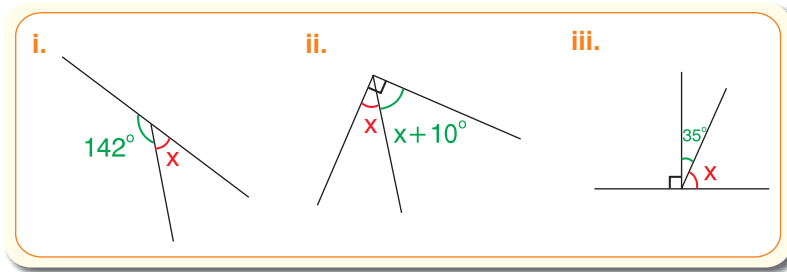
ΕΞΑΣΚΗΣΗ

18. Να βρείτε τη συμπληρωματική των παρακάτω γωνιών:
i. 33° ii. 82° iii. 7°
(Απ.: i. 57° ii. 8° iii. 83°)
19. Να βρείτε την παραπληρωματική των παρακάτω γωνιών:
i. 82° ii. 108° iii. 95°
(Απ.: i. 98° ii. 72° iii. 85°)
20. Να βρείτε τη γωνία που είναι πενταπλάσια από την παραπληρωματική της.
(Απ.: 150°)
21. Να βρείτε τη γωνία που είναι οκταπλάσια από την συμπληρωματική της.
(Απ.: 80°)
22. Ποιας γωνίας η παραπληρωματική της ισούται με 94° ;
(Απ.: 86°)
23. Μία γωνία είναι μικρότερη της παραπληρωματικής της κατά 34° .
Να βρείτε τη γωνία. (Απ.: 73°)
24. Να βρείτε δύο παραπληρωματικές γωνίες που έχουν διαφορά 60° .
(Απ.: 60° , 120°)
25. Μία γωνία είναι 20° μικρότερη της συμπληρωματικής της.
Να βρείτε τη γωνία. (Απ.: 35°)
26. Αν η γωνία $\hat{\omega} = 2x + 10^\circ$ έχει ως συμπληρωματική τη γωνία των 40° . Ποια γωνία εκφράζει το x ;
(Απ.: $x = 20^\circ$)
27. Να βρείτε τις γωνίες \hat{x} και \hat{y} του παρακάτω σχήματος.



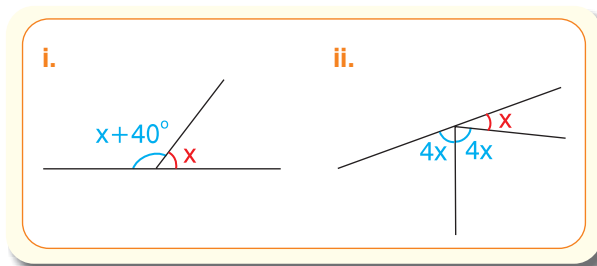
(Απ.: $\hat{x} = 42^\circ$, $\hat{y} = 102^\circ$)

28. Να υπολογίσετε (χωρίς μοιρογνωμόνιο) τη γωνία x στα παρακάτω σχήματα.



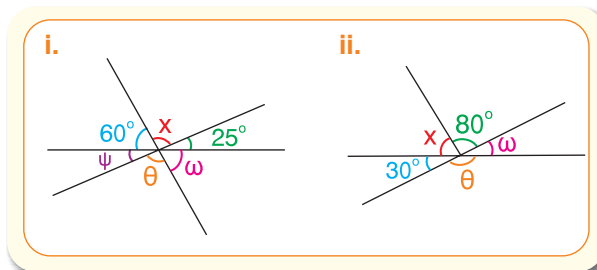
(Απ.: i. 38° , ii. 40° , iii. 55°)

29. Να υπολογίσετε το x στα παρακάτω σχήματα.



(Απ.: i. 70° , ii. 20°)

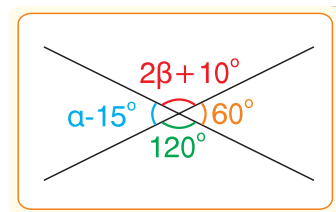
30. Να υπολογίσεις τις άγνωστες γωνίες στα παρακάτω σχήματα.



(Απ.: i. $\hat{x} = \hat{\theta} = 95^\circ$, $\hat{\psi} = 25^\circ$, $\omega = 60^\circ$,

ii. $\hat{x} = 70^\circ$, $\hat{\theta} = 150^\circ$, $\omega = 30^\circ$)

31. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τις τιμές α και β .



(Απ.: $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 55^\circ$)