

1

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

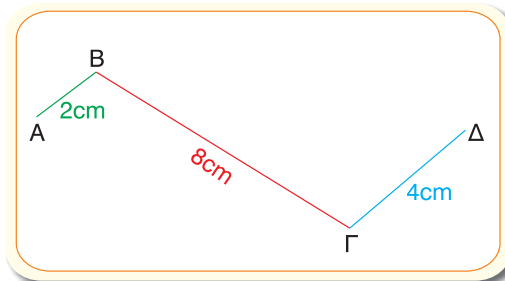
Γ
Ε
Ω
Ν
Ε
Β
Α
Μ
Ν
Σ
Ι
Κ
Ρ
Ι
Ε
Σ

12. Να σχεδιαστεί μία τεθλασμένη γραμμή ΑΒΓΔ έτσι, ώστε $B\Gamma = 4 \cdot AB$ και $\Gamma\Delta = 2 \cdot AB$. Αν είναι $B\Gamma = 8\text{cm}$ να βρεθεί το μήκος της τεθλασμένης.

 **Λύση**

Αφού $B\Gamma = 8\text{cm}$ και $B\Gamma = 4 \cdot AB$, τότε $4 \cdot AB = 8$

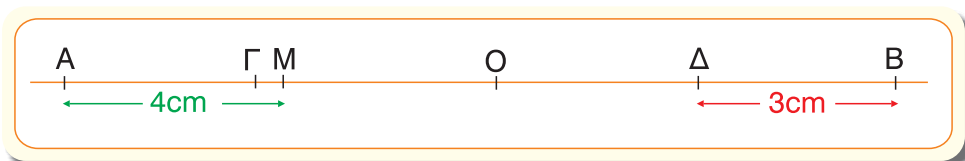
Οπότε $AB = \frac{8}{4} = 2\text{cm}$ και $\Gamma\Delta = 2 \cdot AB = 2 \cdot 2 = 4\text{cm}$



Άρα το μήκος της τεθλασμένης γραμμής ΑΒΓΔ είναι
 $AB + B\Gamma + \Gamma\Delta = 2 + 8 + 4 = 14\text{cm}$

13. Σε ευθύγραμμο τμήμα $AB = 16\text{cm}$ να πάρουμε τα σημεία Γ, Δ και Ο, τέτοια ώστε: $AB = 4 \cdot A\Gamma$, $\Gamma B = 4 \cdot \Delta B$ και Ο το μέσο του ΓΔ. Να βρεθεί:
- Το μήκος του ΟΔ
 - Το μήκος του ΑΜ, όπου Μ το μέσο του ΑΟ.

 **Λύση**



Επειδή $AB = 16\text{cm}$ και $AB = 4 \cdot A\Gamma$ τότε $4 \cdot A\Gamma = 16$

οπότε $A\Gamma = \frac{16}{4} = 4\text{cm}$ άρα $\Gamma B = 16 - 4 = 12\text{cm}$.

Τότε επειδή $\Gamma B = 4 \cdot \Delta B$ θα είναι $4 \cdot \Delta B = 12$ άρα $\Delta B = \frac{12}{4} = 3\text{cm}$



i. Συνεπώς,

$$\text{θα είναι } \Gamma\Delta = \text{ΒΓ} - \text{ΒΔ} = 12 - 3 = 9\text{cm}$$

$$\text{και αφού το Ο είναι μέσο του } \Gamma\Delta \text{ τότε } \text{ΟΔ} = \frac{9}{2} = 4,5\text{cm} \text{ και } \text{ΟΓ} = 4,5\text{cm}$$

ii. Είναι $\text{ΑΟ} = \text{ΑΓ} + \text{ΓΟ} = 4 + 4,5 = 8,5\text{cm}$

$$\text{και επειδή το Μ είναι μέσο του ΑΟ τότε } \text{ΑΜ} = \frac{8,5}{2} = 4,25\text{cm}.$$

14. Σε μία ευθεία Οχ παίρνουμε τα σημεία Κ και Λ έτσι ώστε $\text{ΟΚ} = 1,6\text{cm}$ και $\text{ΟΛ} = 3\text{cm}$. Αν Α είναι το μέσο του ΚΛ, να βρεθεί το μήκος του ΟΑ.

 **Λύση**

Είναι

$$\text{ΚΛ} = \text{ΟΛ} - \text{ΟΚ} = 3 - 1,6 = 1,4\text{cm}$$

οπότε αφού το Α είναι μέσο του ΚΛ

$$\text{τότε } \text{ΚΑ} = \frac{1,4}{2} = 0,7\text{cm}.$$

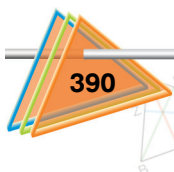
Άρα

$$\text{ΟΑ} = \text{ΟΚ} + \text{ΚΑ} = 1,6 + 0,7 = 2,3\text{cm}$$



ΕΞΑΣΚΗΣΗ

15. Μία τεθλασμένη γραμμή ΑΒΓΔΕ αποτελείται από τα ευθύγραμμα τμήματα $AB = 3,2\text{cm}$, $B\Gamma = 2,1\text{cm}$, $\Gamma\Delta = 0,2\text{dm}$ και $\Delta E = 22\text{mm}$. Να βρείτε το μήκος της.
(Απ.: $9,5\text{cm}$)
16. Δίνεται τρίγωνο ΚΛΜ με όλες τις πλευρές του ίσες με $3,2\text{cm}$. Να βρείτε στην ημιευθεία ΚΛ ένα σημείο Α τέτοιο ώστε το μήκος του ΚΑ να ισούται με την περίμετρο του τριγώνου ΚΛΜ.
17. Να πάρετε σε μία ευθεία με τη σειρά τα σημεία Α, Β, Γ και Δ, έτσι ώστε: $AB = 8\text{cm}$, $A\Gamma = 10\text{cm}$ και $A\Delta = 15\text{cm}$. Να βρείτε τα μήκη των τμημάτων ΒΓ, ΓΔ και ΒΔ.
(Απ.: $B\Gamma = 2\text{cm}$, $\Gamma\Delta = 5\text{cm}$, $B\Delta = 7\text{cm}$)
18. Στην ημιευθεία Αχ παίρνουμε στη σειρά τα σημεία Β, Γ και Δ έτσι ώστε να είναι $AB = 3,5\text{cm}$, $B\Delta = 6,2\text{cm}$ και $A\Gamma = 5\text{cm}$. Να βρείτε τα μήκη των τμημάτων:
i. ΑΔ ii. ΒΓ
iii. ΑΓ + ΓΔ iv. ΑΔ - ΒΔ
(Απ.: i. $9,7\text{cm}$ ii. $1,5\text{cm}$ iii. $9,7\text{cm}$ iv. $3,5\text{cm}$)
19. Πάνω σε μία ευθεία παίρνουμε στη σειρά τα σημεία Κ, Λ, Μ και Ν έτσι, ώστε $KN = 8\text{cm}$, $KL = \frac{KN}{4}$ και $ML = \frac{KN}{2}$. Να βρείτε το μήκος του ΜΝ.
(Απ.: 2cm)
20. Να πάρετε σε μία ευθεία με τη σειρά τα σημεία Α, Β, Γ και Δ έτσι, ώστε το ΒΓ να είναι κατά 5cm μεγαλύτερο από το ΑΒ και κατά 3cm μικρότερο του ΓΔ. Αν είναι $A\Delta = 16\text{cm}$, να βρείτε τα μήκη των ΒΓ και ΓΔ.
(Απ.: $B\Gamma = 6\text{cm}$, $\Gamma\Delta = 9\text{cm}$)
21. Πάνω σε μία ευθεία ε παίρνουμε στη σειρά τα σημεία Α, Β, Γ έτσι ώστε $AB = 3\text{cm}$ και $A\Gamma = 5\text{cm}$. Αν Μ και Ν είναι τα μέσα των τμημάτων ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να βρείτε το μήκος του ΜΝ και να τα συγκρίνετε με το μήκος του ΒΓ.
(Απ.: είναι $MN = \frac{B\Gamma}{2}$)



22. Σε ημιευθεία Ax δίνονται τα σημεία B, O, Γ ώστε το O να είναι μέσο του $B\Gamma$. Αν $AB = 8\text{cm}$ και $A\Gamma = 18\text{cm}$ να βρείτε τα μήκη των τμημάτων $B\Gamma, BO$ και AO .

(Απ.: $B\Gamma = 10\text{cm}, BO = 5\text{cm}, AO = 13\text{cm}$)

23. Αν O είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB και τα A, O, B, Γ, Δ βρίσκονται επί της ημιευθείας AB , να βρείτε τα μήκη των τμημάτων $AB, B\Gamma, O\Gamma, O\Delta$ και $\Gamma\Delta$ αν γνωρίζετε ότι $AO = 4\text{cm}, A\Gamma = 17\text{cm}$ και $B\Delta = 14\text{cm}$.

(Απ.: $AB = 8\text{cm}, B\Gamma = 9\text{cm}, O\Gamma = 13\text{cm}$
 $O\Delta = 18\text{cm}, \Gamma\Delta = 5\text{cm}$)

24. Σε μία ευθεία παίρνουμε τα διαδοχικά σημεία A, B, Γ και Δ έτσι, ώστε να είναι $AB = 6\text{cm}, B\Gamma = \frac{1}{3}AB$ και $A\Delta = \frac{3}{2} \cdot AB$. Να βρείτε τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων $B\Delta$ και $A\Gamma$.

(Απ.: $B\Delta = 3\text{cm}, A\Gamma = 8\text{cm}$)

25. Δίνεται ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 6,5\text{cm}$. Πάνω στην ευθεία AB να πάρετε ένα σημείο Γ τέτοιο ώστε $A\Gamma = 2,5\text{cm}$ και ένα άλλο σημείο Δ τέτοιο ώστε $B\Delta = 3\text{cm}$.

i. Να βρείτε το μήκος του $\Gamma\Delta$.

ii. Ποια είναι η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει το μήκος $\Gamma\Delta$;

(Απ.: ii. 12cm)

