

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

13. Το γινόμενο δύο πρώτων αριθμών είναι πρώτος ή σύνθετος; Δικαιολογείστε την απάντησή σας και δώστε ένα κατάλληλο παράδειγμα.

 Λύση

Έστω a, β δύο πρώτοι αριθμοί. Τότε το a διαιρείται με τους 1, a και το β με τους 1, β .

Το γινόμενό τους είναι ο αριθμός $a \cdot \beta$ που διαιρείται με τους 1, $a, \beta, a \cdot \beta$, οπότε το γινόμενό τους είναι σύνθετος αριθμός.

Για παράδειγμα, οι αριθμοί 3 και 5 είναι πρώτοι, ενώ το γινόμενό τους είναι ο αριθμός 15 που δεν είναι πρώτος γιατί διαιρείται με τους 1, 3, 5, 15.

14. Ποιο ψηφίο πρέπει να είναι το a , ώστε ο αριθμός 3859 a να διαιρείται:

α. με το 9

β. με το 2 και το 5.

 Λύση

- α. Για να διαιρείται ο αριθμός 3859 a με το 9 πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του να διαιρείται με το 9. Είναι $3 + 8 + 5 + 9 + a = 25 + a$.

Πολλαπλάσια του 9 είναι οι 0, 9, 18, 27, 36, ..., άρα για να διαιρείται το $25 + a$ με το 9 πρέπει $25 + a = 27$ ή $a = 2$ γιατί το a είναι αριθμός από το 1 έως το 9.

- β. Για να διαιρείται ο 3859 a με το 2 πρέπει το a να είναι 0 ή 2 ή 4 ή 6 ή 8.

Για να διαιρείται ο 3589 a με το 5 πρέπει το a να είναι 0 ή 5.

Άρα για να διαιρείται με το 2 και το 5 πρέπει $a = 0$.

15. Τρία λεωφορεία με αφετηρία την ίδια πλατεία εκτελούν τη συγκοινωνία σε 3 διαφορετικά σημεία της πόλης. Το πρώτο εκτελεί μία διαδρομή σε 18min, το δεύτερο σε 24min και το τρίτο σε 36min. Αν στις 12 ακριβώς ξεκινήσουν μαζί, ύστερα από πόσο χρόνο θα ξεκινήσουν και πάλι μαζί και πόσες διαδρομές θα έχει κάνει το καθένα στον ενδιάμεσο χρόνο;

 Λύση

Αρχικά θα βρούμε το ΕΚΠ των 18, 24, 36.

$$\text{Είναι } 18 = 2 \cdot 3^2, \quad 24 = 2^3 \cdot 3 \quad \text{και} \quad 36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$\text{Άρα ΕΚΠ } (18, 24, 36) = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72.$$

Θα ξεκινήσουν ξανά μαζί ύστερα από 72 λεπτά δηλαδή στις 1 και 12. Επειδή $72:18=4$, $72:24=3$ και $72:36=2$, το πρώτο λεωφορείο στον ενδιάμεσο χρόνο θα έχει κάνει 4 διαδρομές, το δεύτερο 3 και το τρίτο 2 διαδρομές.

16. Ποιο ψηφίο πρέπει να τοποθετηθεί στη θέση του α στον 32α1α, ώστε ο αριθμός που θα προκύψει να είναι διαιρετός;

α. με το 3 β. με το 9

 **Λύση**

α. Για να διαιρείται ένας αριθμός με το 3 πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του να διαιρείται με το 3.

Είναι $3 + 2 + \alpha + 1 + \alpha = 2\alpha + 6$.

Πρέπει το $2\alpha + 6 = 6$ ή 9 ή 12 ή 18 ή 24 ή 27 ή ...,

– Αν $2\alpha + 6 = 6$, τότε $2\alpha = 0$ και $\alpha = 0$

– Αν $2\alpha + 6 = 9$, τότε $2\alpha = 3$ και $\alpha = 1,5$ που είναι αδύνατο.

– Αν $2\alpha + 6 = 12$, τότε $2\alpha = 6$ και $\alpha = 3$.

– Αν $2\alpha + 6 = 15$, τότε $2\alpha = 9$ και $\alpha = 4,5$ που είναι αδύνατο.

– Αν $2\alpha + 6 = 18$, τότε $2\alpha = 12$ και $\alpha = 6$.

– Αν $2\alpha + 6 = 21$, τότε $2\alpha = 15$ και $\alpha = 7,5$ που είναι αδύνατο.

– Αν $2\alpha + 6 = 24$, τότε $2\alpha = 18$ και $\alpha = 9$.

– Αν $2\alpha + 6 = 27$, τότε $2\alpha = 21$ και $\alpha = 10,5$ που είναι αδύνατο.

Είναι φανερό ότι αν το $2\alpha + 6$ είναι μεγαλύτερο του 27 τότε το α θα είναι μεγαλύτερο του 10, το οποίο που δεν μπορεί να συμβαίνει.

Άρα το α είναι 0, 3, 6 ή 9.

β. Για να διαιρείται ο αριθμός με το 9 πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του να διαιρείται με 9 δηλαδή $2\alpha + 6 = 9$ ή 18 ή 27 .

– Αν $2\alpha + 6 = 9$, τότε $2\alpha = 3$ και $\alpha = 1,5$ που είναι αδύνατο.

– Αν $2\alpha + 6 = 18$, τότε $2\alpha = 12$ και $\alpha = 6$.

– Αν $2\alpha + 6 = 27$, τότε $2\alpha = 21$ και $\alpha = 10,5$ που είναι αδύνατο.

Άρα $\alpha = 6$.

17. Ποιο είναι το κριτήριο ώστε ένας αριθμός να είναι διαιρετός δια του 6; Σύμφωνα με το κριτήριο που θα διατυπώσετε να εξετάσετε αν οι παρακάτω αριθμοί είναι διαιρετοί με το 6.

α. 324 β. 122 γ. 222 δ. 1521 ε. 1152

Λύση

Επειδή το 6 διαιρείται με το 2 και με το 3, για να διαιρείται ένας αριθμός με το 6 πρέπει να διαιρείται με το 2 και με το 3.

- α. Το 324 έχει τελευταίο ψηφίο το 4, οπότε διαιρείται με το 2. Είναι $3+2+4=9$ που διαιρείται με το 3, άρα και το 324 διαιρείται με το 3. Οπότε το 324 διαιρείται με το 6.
- β. Το 122 έχει τελευταίο ψηφίο το 2, άρα διαιρείται με το 2. Είναι $1+2+2=5$ που δεν διαιρείται με το 3, οπότε δεν διαιρείται με το 6.
- γ. Το 222 λήγει σε 2 άρα διαιρείται με το 2. Είναι $2+2+2=6$ που διαιρείται με το 3, άρα το 222 διαιρείται με το 3, οπότε διαιρείται και με το 6.
- δ. Το 1521 λήγει σε 1 που δεν διαιρείται με το 2, άρα δεν διαιρείται και με το 6.
- ε. Το 1152 λήγει σε 2 άρα διαιρείται με το 2. Είναι $1+1+5+2=9$ που διαιρείται με το 3, άρα και το 1152 διαιρείται με το 3, οπότε και με το 6.

18. Τοποθετήστε στα κενά $5\boxed{}\boxed{}$ κατάλληλα ψηφία, ώστε οι αριθμοί που θα προκύψουν να διαιρούνται συγχρόνως δια 2, 3 και 5.

Λύση

Για να διαιρείται με το 5 πρέπει να λήγει σε 0 ή 5, για να είναι όμως διαιρετός και με το 2 πρέπει το τελευταίο ψηφίο να είναι το 0.

Έστω α το δεύτερο ψηφίο.

Τότε ο αριθμός είναι $5α0$, που έχει άθροισμα ψηφίων $5+α+0=α+5$.

Για να διαιρείται με το 3 πρέπει το $α+5$ να είναι πολλαπλάσιο του 3.

– Αν $α+5=6$ τότε $α=1$

– Αν $α+5=9$ τότε $α=4$

– Αν $α+5=12$ τότε $α=7$

– Αν $α+5=15$ τότε $α=10$ που είναι αδύνατο.

Είναι φανερό ότι $α+5 > 15$ τότε το α θα είναι μεγαλύτερο του 10 που είναι αδύνατο.

Άρα $5\boxed{1}\boxed{0}$ ή $5\boxed{4}\boxed{0}$ ή $5\boxed{7}\boxed{0}$

19. Να συμπληρώσετε τα κενά στην πρόταση που ακολουθεί με τις κατάλληλες λέξεις. Για τον αριθμό 55 έχουμε ότι $55:5=11$. Ο αριθμός 55 είναι ένα του αριθμού 5 και ο αριθμός 11 είναι του 55.
20. Να βρείτε τους κοινούς διαιρέτες και τον ΜΚΔ των αριθμών.
α. 6 και 9 β. 22 και 44
21. Να βρείτε το ΕΚΠ και το ΜΚΔ των αριθμών 36 και 70.
(Απ.: 1260, 2)
22. Να γράψετε από τους αριθμούς 1245, 108, 715, 1420, 23706, αυτούς που διαιρούνται:
α. με το 2 β. με το 5
γ. με το 3 δ. με το 9.
23. Τοποθετήστε στα κενά τα κατάλληλα ψηφία στους παρακάτω αριθμούς.
α. $21\boxed{}7$ ώστε να διαιρείται με το 3.
β. $2\boxed{}3\boxed{}$ ώστε να διαιρείται με το 5 και το 9.
γ. $1\boxed{}4\boxed{}$ ώστε να διαιρείται με το 2 και το 9.
24. Να βρείτε το ΜΚΔ των παρακάτω αριθμών:
α. 24 και 36 β. 16 και 40 γ. 9 και 32
δ. 22, 32, 50 ε. 10, 30, 60.
(Απ.: α. 12, β. 8, γ. 1, δ. 2, ε. 10)
25. Να βρείτε το ΕΚΠ των παρακάτω αριθμών:
α. 3 και 10 β. 3, 6, 10 γ. 16, 12
δ. 18, 30 ε. 54, 18, 27, στ. 2, 3, 4, 5.
(Απ.: α. 30, β. 30 γ. 48, δ. 90, ε. 54, στ. 60)
26. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς 108 και 420.

27. Η ανάλυση κάποιων αριθμών σε γινόμενο πρώτων παραγόντων έδωσε τα παρακάτω γινόμενα:
α. $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ **β.** $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ **γ.** $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$
δ. $1 \cdot 3 \cdot 11$ **ε.** $23 \cdot 13$
Ποιοι είναι οι αριθμοί αυτοί;
28. Ένας αριθμός διαιρείται με το 3. Αν αλλάξουμε τη θέση των ψηφίων του, ο αριθμός που θα προκύψει θα διαιρείται με το 3;
(Απ.: ναι)
29. Πόσες το πολύ ομοιόμορφες ανθοδέσμες μπορούμε να σχηματίσουμε από 48 τριαντάφυλλα, 80 γαρύφαλλα και 112 τουλίπες; Πόσα άνθη από κάθε είδος θα περιλαμβάνει κάθε ανθοδέσμη;
(Απ.: 16)
30. Ένας βοσκός μετρώντας τα πρόβατά του τα έβρισκε πάντα κάπου ανάμεσα στα 118 και 127. Τα μετρούσε σε οκτάδες, δεκάδες ή δωδεκάδες χωρίς να του περισσεύει κανένα κάθε φορά. Πόσα πρόβατα είχε ο βοσκός;
(Απ.: 120)
31. Δύο πλοία αναχωρούν ταυτόχρονα από ένα λιμάνι προς διαφορετικές κατευθύνσεις και όταν επιστρέφουν ξαναφεύγουν αμέσως. Το ταξίδι του ενός διαρκεί 4 ημέρες και του άλλου 6 ημέρες. Μετά από πόσες ημέρες θα συμβεί τα δύο πλοία να αναχωρούν από το ίδιο λιμάνι ταυτόχρονα;
(Απ.: 12)