

ΘΕΜΑ 1

Α) Αν $\vec{a} = (x_1, \psi_1), \vec{\beta} = (x_2, \psi_2)$, αποδείξτε ότι $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1$ όπου λ_1 και λ_2 οι συντελεστές κατεύθυνσης των $\vec{a}, \vec{\beta}$ εφόσον δεν είναι παράλληλα στον $\psi\psi$
Μονάδες 15

Β) Χαρακτηρίστε ΣΩΣΤΗ ή ΛΑΘΟΣ κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις

1. Αν $\vec{a}, \vec{\beta}$ ομόρροπα τότε $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|$

2. Αν $\vec{a} = \vec{\beta}$ τότε $|\vec{a}| = |\vec{\beta}|$

3. Αν $\vec{a} = (x, \psi)$ τότε $|\vec{a}| = x^2 + \psi^2$

4. Για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ ισχύει

$$|\vec{a} + \vec{\beta}| = |\vec{a}| + |\vec{\beta}|$$

5. Το διάνυσμα $\lambda \vec{a}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, με $\lambda < 0$ είναι αντίρροπο του \vec{a}

Μονάδες (5x2=10)

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ με $|\vec{a}| = 2, |\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}, \angle(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{4}$

Α) Υπολογίστε

i) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$

Μονάδες 5

ii) το μέτρο του διανύσματος $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$

Μονάδες 10

iii) το $\sin(\angle(\vec{\beta}, \vec{\beta} - \vec{a}))$

Μονάδες 5

Β) Αποδείξτε ότι $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{\beta})$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3

Δίνονται τα σημεία Α(1,3), Β(-1,-2), Γ(3,-2)

Α) Δείξτε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι κορυφές τριγώνου

Μονάδες 5

Β) Βρείτε την εξίσωση της ευθείας AM όπου M το μέσο της BΓ

Μονάδες 5

Γ) Βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το B και είναι παράλληλη στην ΑΓ

Μονάδες 10

Δ) Υπολογίστε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 + 2\lambda x + 10y + \lambda^2 = 0$ (1), $\lambda \in \mathbb{R}$

**A) Δείξτε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο C για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$,
Μονάδες 5**

B) Για $\lambda = -1$

να γράψετε την εξίσωση του κύκλου C του ερωτήματος A και

i) να δείξετε ότι το σημείο A(5,-2) ανήκει στον κύκλο C Μονάδες 5

ii) να δείξετε ότι ο κύκλος C εφάπτεται του άξονα x'x

Μονάδες 5

iii) να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου C στο σημείο A (5,-2)

Μονάδες 10