

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1.

Να αποδείξετε ότι για κάθε $x > 1$ ισχύει $\log_x(x+1) > \log_{x+1}(x+2)$

ΘΕΜΑ 2.

Αν $x, y, z \in \mathbb{R}_+^*$ με $x \neq y \neq z \neq x$ και ισχύει $\frac{\ln x}{y-z} = \frac{\ln y}{z-x} = \frac{\ln z}{x-y}$ να αποδείξετε ότι $x^x \cdot y^y \cdot z^z = 1$

(Γνωστή από την Ελληνική και ξένη βιβλιογραφία)

ΘΕΜΑ 3.

Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}_+^*$ ισχύει $2^{\alpha+\beta} + 2^{\beta+\gamma} + 2^{\gamma+\alpha} < 1 + 2^{\alpha+\beta+\gamma+1}$

ΘΕΜΑ 4.

Αν $\alpha, \beta, \gamma \in (1, +\infty)$ να αποδείξετε ότι $\log_\alpha(\beta\gamma) + \log_\beta(\gamma\alpha) + \log_\gamma(\alpha\beta) \geq 6$

ΘΕΜΑ 5.

Να λυθεί το σύστημα $3^x + 3^y = 18$

$$xy = 4$$

ΘΕΜΑ 6.

Αν $\alpha^2 + \beta^2 = 20 - 2\alpha + 4\beta$ και $\gamma^2 + \delta^2 = 20 - 2\gamma + 4\delta$ ($\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$)

να αποδείξετε ότι $(\alpha - \gamma)^2 + (\beta - \delta)^2 \leq 100$

ΘΕΜΑ 7.

Να λυθεί στο \mathbb{R} η εξίσωση

$$(x^2 + x - 3) \cdot (2x^2 + x - 2) + x^2 - x - 1 = 0$$