

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 28 Μαΐου 2010

ΤΑΞΗ : Α΄ Ενιαίου Λυκείου

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30΄ ώρες

ΠΕΡΙΟΔΟΣ-ΩΡΑ: 7.45΄ - 10.15΄

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες

Οδηγίες: (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 (β) Να γράφεται με μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
 (γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

(1) Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 - 3x - 5 = 0$.

(2) Να βρείτε την κλίση της ευθείας η οποία διέρχεται από τα σημεία A(-1,2) και B(3,-4).

(3) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = \frac{4x}{2x-1}$.

(4) Να βρείτε το είδος των ριζών της εξίσωσης $2x^2 - 3x + 4 = 0$, χωρίς να τη λύσετε.

(5) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} x^2 - y = 6 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

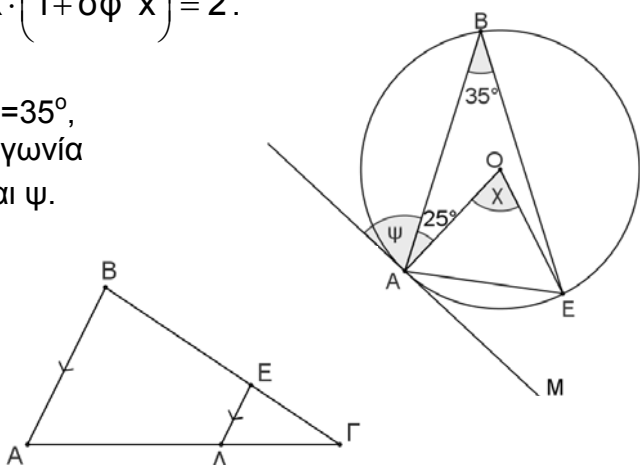
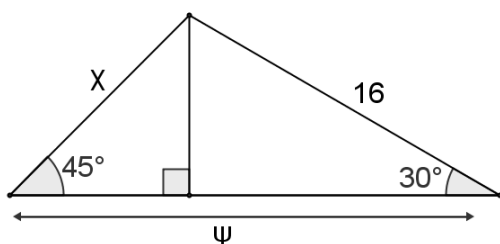
(6) Να δείξετε ότι : $\sin^2 x \cdot (1 + \epsilon \phi^2 x) + \eta \mu^2 x \cdot (1 + \sigma \phi^2 x) = 2$.

(7) Στο διπλανό σχήμα δίνονται η γωνία $\hat{A}BE = 35^\circ$, η εφαπτομένη AM του κύκλου στο A και η γωνία $\hat{B}AO = 25^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες χ και ψ . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.


(8) Στο διπλανό σχήμα δίνονται $AB=8\text{cm}$, $\Delta E=2\text{cm}$, $\Delta \Gamma=4\text{cm}$ και $B\Gamma=10\text{cm}$. Αν $AB \parallel \Delta E$, να υπολογίσετε τις $A\Gamma$ και $E\Gamma$. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

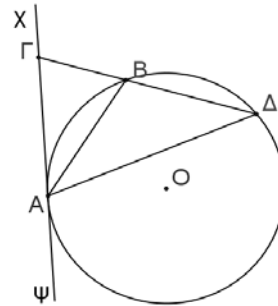
(9) Να λύσετε την εξίσωση $3x^4 - 7x^2 + 4 = 0$.

(10)



Δίνεται το διπλανό σχήμα. Να βρείτε τις τιμές του χ και του ψ .

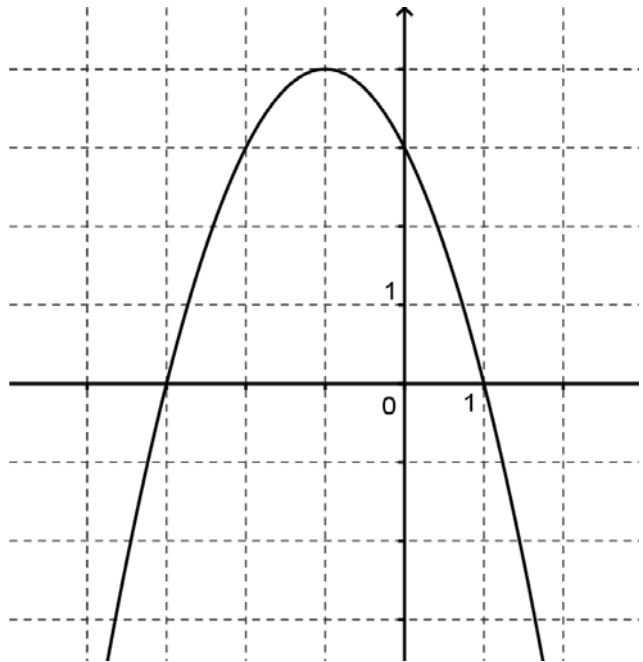
- (11) Να βρείτε τις τιμές του μ ώστε η εξίσωση $3x^2 - (\mu - 3)x - \mu = 0$, να έχει ρίζες πραγματικές.
- (12) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία περνά από το σημείο τομής των ευθειών $\varepsilon_1 : 3x - y - 5 = 0$ και $\varepsilon_2 : x - 2y = 0$ και είναι κάθετη στην ευθεία $\varepsilon_3 : 2x - y + 8 = 0$.
- (13) Αν $3\sigma\upsilon\nu\theta + 2 = 0$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να δείξετε ότι: $\eta\mu\theta \cdot \sigma\phi\theta + \frac{\eta\mu\theta}{\sigma\tau\epsilon\mu\theta} = -\frac{1}{9}$
- (14) Δίνεται $AB\Gamma$ τυχαίο τρίγωνο. Δ , E και M είναι τα μέσα των AB , $A\Gamma$ και ΔE αντίστοιχα. Από το M φέρουμε ευθεία παράλληλη προς τη AB , η οποία τέμνει τη $B\Gamma$ στο H και ευθεία παράλληλη προς τη $A\Gamma$, η οποία τέμνει τη $B\Gamma$ στο Z . Να δείξετε ότι $(MZ)(AB) = (MH)(A\Gamma)$.
- (15) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο O . Η $A\chi$ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο A και $A\Gamma = AB$. Να δείξετε ότι $\Delta\Gamma = \Delta A$.
- 



ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

- (1) Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 4x + 3 = 0$, με ρίζες x_1 και x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση,
- (i) να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:
- (α) $x_1 + x_2$,
- (β) $x_1 \cdot x_2$,
- (γ) $\frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 \cdot x_2}$
- (ii) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού η οποία έχει ρίζες ρ_1, ρ_2 , όπου $\rho_1 = \frac{2}{x_1}$ και
- $$\rho_2 = \frac{2}{x_2}.$$
- (2) (α) Να λύσετε την ανίσωση:
$$\frac{(x^2 - 5x - 14) \cdot (2x^2 + x - 6)}{(x^2 - 9) \cdot (x^2 + 1)} \geq 0.$$
- (β) Να δείξετε ότι:
$$\frac{\text{τεμ}\omega \cdot \text{στεμ}\omega - \text{εφ}\omega}{\text{σιν}\omega} = \text{στεμ}\omega$$

- (3) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, ($a \neq 0$). Με τη βοήθεια του σχήματος, να βρείτε:
- (α) το πεδίο ορισμού της,
 - (β) το πεδίο τιμών της,
 - (γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της,
 - (δ) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) = 0$,
 - (ε) τις τιμές των α , β και γ ,
 - (στ) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) > 0$,
 - (ζ) την τιμή της παράστασης $\frac{f(-2) \cdot f(0)}{f(-1)}$.

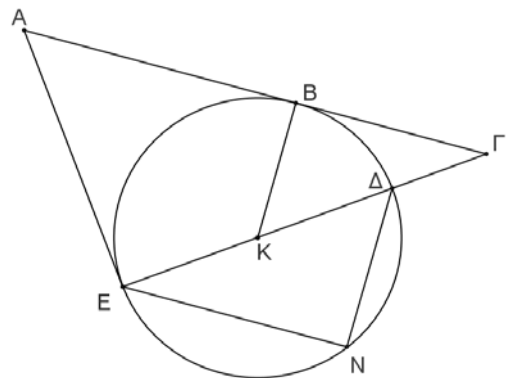


- (4) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(6,4), Β(-1,-2) και Γ(3,-1).
- (α) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΑΔ,
 - (β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του Ε, έτσι ώστε το ΑΔΒΕ να είναι ορθογώνιο,
 - (γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ_1) η οποία περνά από το Ε και είναι παράλληλη προς την ΑΒ,
 - (δ) Να βρείτε το σημείο τομής της ευθείας (ϵ_1) με τον άξονα $\psi\psi'$.

- (5) (α) Να δείξετε ότι:
$$\frac{\tan(180^\circ + \theta) \cdot \epsilon\phi(90^\circ + \theta)}{\sigma\phi(180^\circ - \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(-\theta)} + \frac{\epsilon\phi(-\theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ + \theta)}{\eta\mu(90^\circ - \theta)} = -1.$$

(β) Δίνεται η εξίσωση δευτέρου βαθμού $(2\tau\epsilon\mu\omega) \cdot x^2 - 3x + \epsilon\phi\omega + \sigma\phi\omega = 0$. Αν η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες, να υπολογίσετε την γωνία ω , όπου $0^\circ < \omega < 90^\circ$.

- (6) Στο διπλανό σχήμα οι ΑΕ και ΑΓ είναι εφαπτομένες του κύκλου (Κ,ρ), με σημεία επαφής τα Ε και Β αντίστοιχα. Αν η ΕΔ είναι διάμετρος του κύκλου και $\widehat{ΕΝ} = 2 \cdot \widehat{ΒΔ}$, να δείξετε ότι:
- (α) τα τρίγωνα ΑΕΓ και ΒΚΓ είναι όμοια,
 - (β) $(ΕΝ)(ΒΚ) = (ΒΓ)(ΝΔ)$,
 - (γ) οι ΑΓ και ΕΝ είναι παράλληλες.



Ο Διευθυντής

(Λουκάς Ορφανίδης)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

HMEPOMHNIA: 28/05/2010

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2.5 ΩΡΕΣ

ΩΡΑ: 07.30'-10.00'

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).

Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $x^2 - 11x + 10 = 0$.
2. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα κλάσματα με ρητό παρονομαστή, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:
 α) $\frac{10}{3\sqrt{2}}$ β) $\frac{7}{4 + \sqrt{2}}$.
3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης με τύπο: $y = \frac{3x - 1}{x + 5}$.
4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(2, -3)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία (ε): $4x + y - 1 = 0$.
5. Αν $\eta\mu\theta = -\frac{3}{5}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{6\sigma\tau\epsilon\mu\theta + 10\sigma\upsilon\nu\theta + 4\tau\epsilon\mu\theta}{\eta\mu\theta}$$
6. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} -x + y + \omega = 3 \\ 2x + 3y + 4\omega = 0 \\ x + y - 2\omega = -4 \end{cases}$$
7. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα: $\frac{\eta\mu\chi}{1 - \sigma\upsilon\nu\chi} - \sigma\phi\chi = \sigma\tau\epsilon\mu\chi$.

8. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου $\mu \in \mathbf{R}$, έτσι ώστε οι ευθείες:

(ϵ_1): $(\mu - 3)x - 2y + 10 = 0$

(ϵ_2): $8x + 4y - 3 = 0$

να είναι κάθετες.

9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{2x^2 - 5x - 3}$.

10. Αν x_1 και x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 2x + 9 = 0$, τότε χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

α) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

β) $3x_1^3 x_2 + 3x_1 x_2^3$.

11. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Να φέρετε το ύψος $A\Delta$ και να αποδείξετε ότι:
 $(A\Gamma)^2 = (B\Gamma)(\Gamma\Delta)$.

12. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 - xy = 12 \end{cases}$$

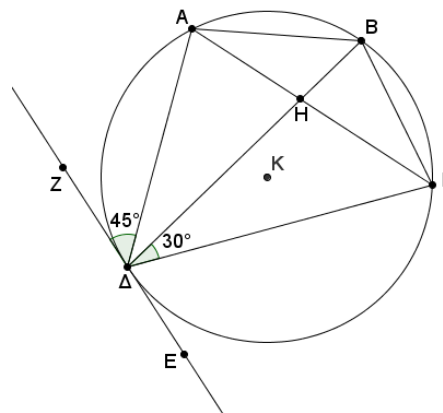
13. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος (K, R) . $Z\Delta E$ είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Δ , $\hat{A\Delta Z} = 45^\circ$, $\hat{B\Delta\Gamma} = 30^\circ$ και $AB = B\Gamma$. Να υπολογίσετε τις γωνίες:

α) $\hat{B\hat{A}\Gamma}$

β) $\hat{A\hat{\Gamma}B}$

γ) $\hat{A\hat{H}B}$

αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.



14. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα:

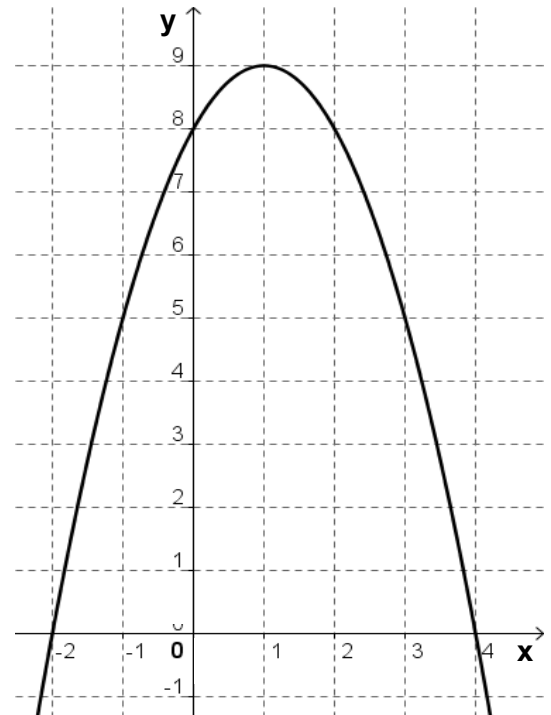
$$\frac{\sin(90^\circ + \theta) \cdot \epsilon\phi(180^\circ - \theta) \cdot \sigma\tau\epsilon\mu(90^\circ + \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(-\theta)}{\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta) \cdot \sigma\phi(90^\circ - \theta) \cdot \tau\epsilon\mu(360^\circ + \theta)} = -\eta\mu\theta.$$

15. Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbf{R}$, το τριώνυμο $x^2 - \lambda x + 2\lambda - 3$ γίνεται θετικό για κάθε $x \in \mathbf{R}$.

ΜΕΡΟΣ Β΄

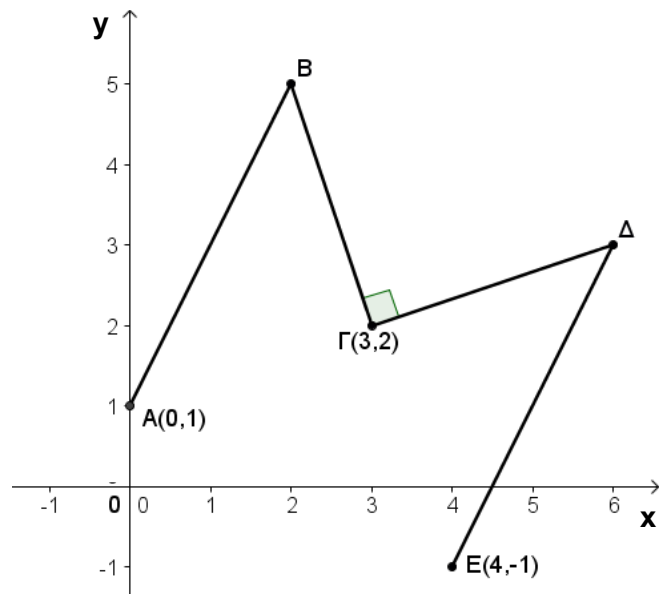
Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Σύμφωνα με αυτή, να βρείτε τα ακόλουθα (αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας):
- Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$.
 - Το πρόσημο του a , τις συντεταγμένες και το είδος του ακρότατου και τον άξονα συμμετρίας.
 - Τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$ και το πρόσημο της διακρίνουσάς της.
 - Το διάστημα για το οποίο ισχύει ότι $f(x) \leq 0$.
 - Την τιμή της παράστασης $A = \frac{\gamma}{\beta - 2\alpha}$.



2. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:
- $$\frac{1}{1 + \sigma\varphi^2 x} - \frac{1}{1 + \epsilon\varphi^2 x} = 2\eta\mu^2 x - 1.$$
- β) Χρησιμοποιώντας το ερώτημα α΄ ή με άλλο τρόπο, να αποδείξετε ότι:
- $$\frac{\epsilon\varphi^2 x - 1}{\epsilon\varphi^2 x + 1} = \frac{1}{1 + \sigma\varphi^2 x} - \frac{1}{1 + \epsilon\varphi^2 x}.$$

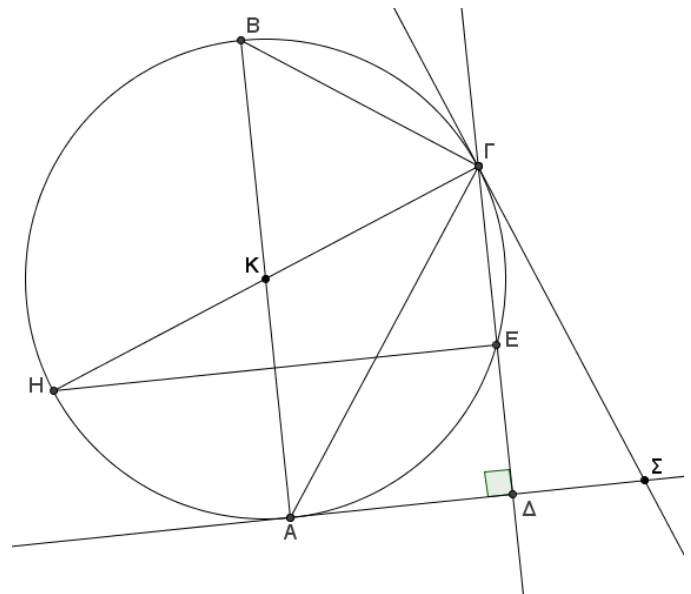
3. Στο διπλανό σχήμα, δίνονται:
Οι εξισώσεις των ευθυγράμμων τμημάτων
(AB): $2x - y + 1 = 0$, (BΓ): $3x + y - 11 = 0$,
τα σημεία A(0,1), Γ(3,2) και E(4,-1) και ότι
 $AB \parallel \Delta E$, $B\Gamma \perp \Gamma\Delta$.
Να βρείτε τα ακόλουθα:
- Την εξίσωση της ΔΕ.
 - Τις συντεταγμένες του σημείου B.
 - Την εξίσωση της ΓΔ.
 - Αν Z είναι το σημείο τομής της προέκτασης της ΓΔ με τον άξονα των x, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Z και να δείξετε ότι η ευθεία $2x - y + 6 = 0$ περνά από το σημείο Z.



4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\sigma\epsilon\mu\theta \cdot x + \sigma\phi^2\theta = 0$ με ρίζες x_1, x_2 και $180^\circ < \theta < 270^\circ$.
Χωρίς να λύσετε την εξίσωση:
- Να δείξετε ότι έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.
 - Να υπολογίσετε τη γωνιά θ αν οι ρίζες x_1, x_2 είναι αντίστροφες.
 - Να δείξετε ότι η εξίσωση με ρίζες $\rho_1 = 1 - x_1$ και $\rho_2 = 1 - x_2$ είναι:
 $x^2 - 2(1 - \sigma\epsilon\mu\theta)x + \sigma\epsilon\mu\theta(\sigma\epsilon\mu\theta - 2) = 0$.

5. α) Δίνεται η εξίσωση $(\mu + 1)x^2 - 2(\mu - 2)x + 3\mu = 0$ με $\mu \in \mathbb{R} - \{-1\}$.
Να βρείτε τις τιμές του μ για τις οποίες:
- Η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες.
 - Η τιμή 3 είναι ρίζα της εξίσωσης.
 - Ισχύει η σχέση $2x_1 + 3x_1x_2 + 2x_2 \leq 0$.
- β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:
 $f(x) = \sqrt{x(x^2 - 16)(-x^2 - 3x + 4)}$.

6. Στο διπλανό σχήμα, δίνονται:
ΣΑ και ΣΓ είναι εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου (Κ, R), οι ΑΒ και ΓΗ είναι διάμετροι και $\hat{A}\hat{D}\hat{E} = 90^\circ$.
Να δείξετε ότι:
- $(ΑΓ)^2 = (ΑΒ)(ΓΔ)$
 - Τα τρίγωνα ΓΔΣ και ΗΕΓ είναι όμοια και στη συνέχεια ότι $(ΑΣ)(ΕΗ) = (ΓΔ)(ΓΗ)$.



Ο Διευθυντής

Χαράλαμπος Σοφοκλή

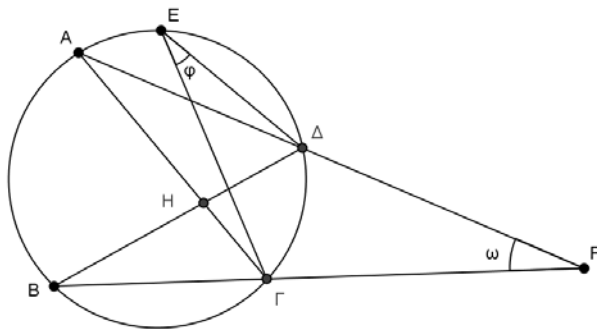
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2010**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26 / 05 / 2010****ΩΡΑ: 07:30 – 10:00 (Διάρκεια: 2:30 ώρες)****ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- α) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα (τα σχήματα με μολύβι).
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.
γ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
δ) Το γραπτό αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄**Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να απαντήσετε δώδεκα (12).****Κάθε ορθό θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.**

- 1) Να λύσετε την εξίσωση: $6x^2 - 7x + 1 = 0$
- 2) Χωρίς να λύσετε την εξίσωση $3x^2 - 5x - 6 = 0$, να βρείτε:
(α) το είδος των ριζών της
(β) το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της
- 3) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης με τύπο $\psi = \frac{3}{x+1}$
- 4) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(3, -4)$ και $B(1, 0)$.
- 5) Αν $\varepsilon\phi\theta = \frac{5}{12}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
$$A = \frac{26\eta\mu\theta + 12\tau\epsilon\mu\theta}{15\sigma\phi\theta}$$
- 6) Να υπολογίσετε τις τιμές του κ ώστε η εξίσωση $(\kappa - 2)x^2 + 3x + \kappa + 2 = 0$, να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

- 7) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $\widehat{AB} = 120^\circ$ και $\widehat{\Gamma\Delta} = 60^\circ$
 Να δείξετε ότι: (α) $A\Gamma \perp B\Delta$
 (β) $\hat{\omega} = \hat{\varphi}$



8) Να δείξετε ότι ισχύει: $(2 + \sqrt{3})^2 + (1 - 2\sqrt{3})(1 + 2\sqrt{3}) - \sqrt{48} = -4$

9) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\psi x - x^2 = 5 \\ x - \psi = 1 \end{cases}$$

- 10) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που σχηματίζει με τον θετικό ημιάξονα OX γωνία 60° και περνά από το σημείο τομής των ευθειών $x - 2\psi = 8$ και $2x + 3\psi = -5$.

11) Να λύσετε την ανίσωση: $-3(x - 1)(x - 2)^2(x^2 + 9) \leq 0$

12) Να δείξετε ότι: $\frac{\varepsilon\varphi\theta - \sigma\varphi\theta}{\varepsilon\varphi\theta + \sigma\varphi\theta} = 2\eta\mu^2\theta - 1$

- 13) Από εξωτερικό σημείο A του κύκλου (O, R) φέρουμε τις εφαπτόμενες AB, AΓ (B και Γ σημεία επαφής) και τη διάμετρο ΓΟΔ. Να δείξετε ότι οι ευθείες AO και BΔ είναι παράλληλες.

14) Να δείξετε ότι:
$$\frac{\sigma\upsilon\nu(360^\circ - \omega) \cdot \varepsilon\varphi(180^\circ + \omega) + \sigma\varphi(-\omega) \cdot \eta\mu(270^\circ - \omega)}{\varepsilon\varphi(90^\circ + \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)} = \tau\epsilon\mu^2\omega$$

- 15) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε το ύψος AΔ. Η διχοτόμος BE τέμνει το ύψος AΔ στο Z. Να δείξετε ότι: (α) τα τρίγωνα ABE και BZΔ είναι όμοια
 (β) $(BZ) \cdot (E\Gamma) = (BE) \cdot (AZ)$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα έξι (6) θέματα να απαντήσετε τέσσερα (4)

Κάθε ορθό θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες

- 1) Δίνεται η εξίσωση: $(2\lambda - 1)x^2 - (\lambda + 2)x + \lambda^2 - 9 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$, με ρίζες x_1 και x_2 .

Να υπολογίσετε τις τιμές του λ ώστε η πιο πάνω εξίσωση:

α) να έχει μία ρίζα το 1

β) να έχει ρίζες αντίστροφες

γ) να ισχύει $P = 4S + 1$ όπου P, S το γινόμενο και το άθροισμα των ριζών αντίστοιχα

- 2) Σε ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Delta\Gamma$ και $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$) δίνονται οι κορυφές $B(1, 1)$, $\Gamma(3, 1)$ και $\Delta(0, -2)$. Να βρείτε: (α) τις εξισώσεις των ευθειών AB , $\Gamma\Delta$, ΔA .
(β) τις συντεταγμένες της κορυφής A .

- 3) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{x+7}{x-1} \geq \frac{9}{x} - \frac{8}{x-1}$

- 4) α) Να αποδείξετε ότι $\frac{\epsilon\phi\theta}{1-\tau\epsilon\mu\theta} + \frac{\epsilon\phi\theta}{1+\tau\epsilon\mu\theta} = -2\sigma\phi\theta$

β) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \frac{\epsilon\phi\theta}{1-\tau\epsilon\mu\theta}$ και $\rho_2 = \frac{\epsilon\phi\theta}{1+\tau\epsilon\mu\theta}$

γ) Αν S είναι το άθροισμα των ριζών της πιο πάνω εξίσωσης και ισχύει η σχέση

$$S \cdot \frac{\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \theta) \cdot \eta\mu(180^\circ + \theta) \cdot \tau\epsilon\mu(270^\circ - \theta)}{\sigma\upsilon\nu^2(-\theta) + \eta\mu^2\theta} = -\sqrt{3}, \text{ με } 0^\circ < \theta < 90^\circ$$

να υπολογίσετε τη γωνία θ .

- 5) Ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. M είναι το μέσο του τόξου AG και H το σημείο τομής της AG με την BM . Η προέκταση της χορδής AM συναντά την προέκταση της $B\Gamma$ στο σημείο Δ . Να δείξετε ότι:

α) BM διχοτόμος της $\hat{AB\Gamma}$

β) τα τρίγωνα ABM και $H\beta\Gamma$ είναι όμοια ($\hat{ABM} \approx \hat{H\beta\Gamma}$)

γ) $\Gamma A = \Gamma \Delta$

6) Δίνεται η εξίσωση της παραβολής

$$\psi = (\kappa^2 - 3\kappa - 4)x^2 + (2\kappa + 3)x + \kappa^2 - 9, \quad \kappa \in \mathbb{R} - \{-1, 4\}.$$

Να βρείτε τις τιμές του κ ώστε η παραβολή:

α) να έχει μέγιστο (max)

β) να τέμνει τον άξονα των $O\psi$ στο σημείο με τεταγμένη $\psi = 16$

γ) να έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 0$.

Ο Διευθυντής

Ιωάννου Παντελής

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ Ενιαίου Λυκείου

Ημερομηνία : 19.05.10

Ονοματεπώνυμο Μαθητή : _____ Βαθμός : _____

Τμήμα : _____ Αριθμός : _____ Ολογράφως : _____

Διάρκεια : 2.30΄ Υπογραφή Καθηγητή : _____

ΟΔΗΓΙΕΣ

- α) Γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

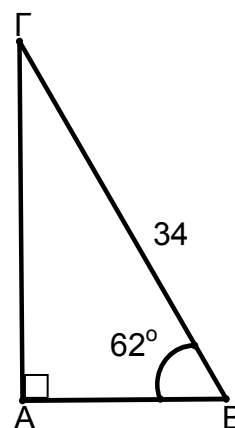
Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 12 από τα 15 θέματα.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση : $10x^2 + 7x - 3 = 0$

2. Να σχηματίσετε εξίσωση β΄ βαθμού που να έχει ρίζες $x_1 = -3$ και $x_2 = 8$.

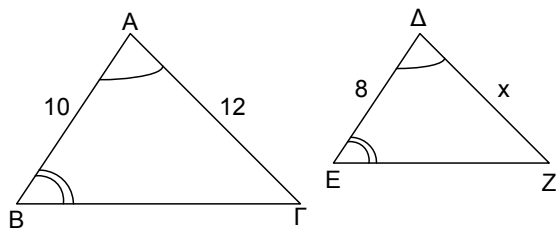
3. Να βρείτε την κλίση της ευθείας που περνά από τα σημεία A(-3, 2) και B(1, 14).

4. Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών AB και ΑΓ. (Δίνονται $\eta\mu 62^\circ = \frac{15}{17}$, $\sigma\upsilon\nu 62^\circ = \frac{8}{17}$, $\epsilon\varphi 62^\circ = \frac{15}{8}$).



5. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{x+3}{x-5} < 0$.

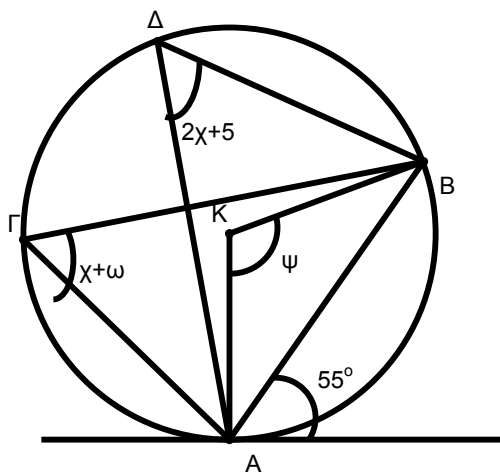
6. Αν $\hat{A} = \hat{\Delta}$ και $\hat{B} = \hat{E}$, να υπολογίσετε το χ .



7. Να λύσετε την εξίσωση $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$

8. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $\psi = \frac{3-x}{2x-4}$

9. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K, τα σημεία του A, B, Γ, Δ και η εφαπτομένη του στο A. Να υπολογίσετε τις τιμές των χ , ψ , ω καθώς και το μέτρο του τόξου AB.



10. Δίνεται η εξίσωση: $4x^2 + 3x - 8 = 0$. Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις: (α) $x_1 + x_2$ (β) $x_1 \cdot x_2$ (γ) $\frac{8}{x_1} + \frac{8}{x_2}$

-
11. Δίνεται η παραβολή $\psi = 2x^2 - 8x + 1$. Να βρείτε:
- (i) το είδος του ακρότατου της (μέγιστο ή ελάχιστο),
 - (ii) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της,
 - (iii) τις συντεταγμένες της κορυφής της.

-
12. Χωρίς τη χρήση της υπολογιστικής μηχανής να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
 $A = \eta\mu 178^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 88^\circ - \sigma\upsilon\nu 182^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 358^\circ$

13. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x^2 + 5x - 3}$

14. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\varepsilon\varphi\omega - 1}{\varepsilon\varphi\omega + 1} + \frac{\varepsilon\varphi\omega + 1}{\varepsilon\varphi\omega - 1} = \frac{2}{\eta\mu^2\omega - \sigma\upsilon\nu^2\omega}$

15. Να δείξετε ότι η εξίσωση $\sigma\upsilon\nu^2\theta \cdot \chi^2 - 2\sigma\varphi\theta \cdot \chi + \tau\epsilon\mu^2\theta \cdot \sigma\tau\epsilon\mu^2\theta = 0$, $\theta \neq 90^\circ\kappa$, $\kappa \in \mathbb{Z}$, δεν έχει ρίζες πραγματικές.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

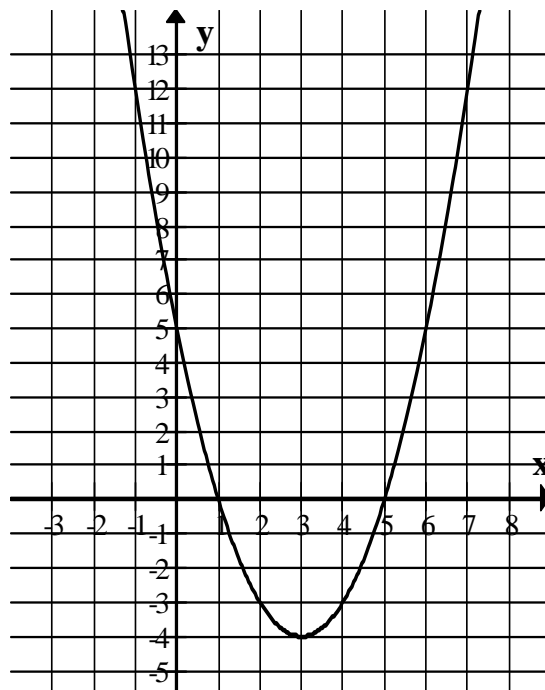
Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 4 από τα 6 θέματα.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

-
1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 3)x + 4\lambda - 3 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε για ποιες τιμές του λ έχει:
- (α) ρίζες πραγματικές και ίσες,
 - (β) ρίζες αντίθετες,
 - (γ) ρίζες αντίστροφες,
 - (δ) ρίζα το 2,
 - (ε) ισχύει η ανίσωση $(1 + 2x_1)(1 + 2x_2) \leq 4$.

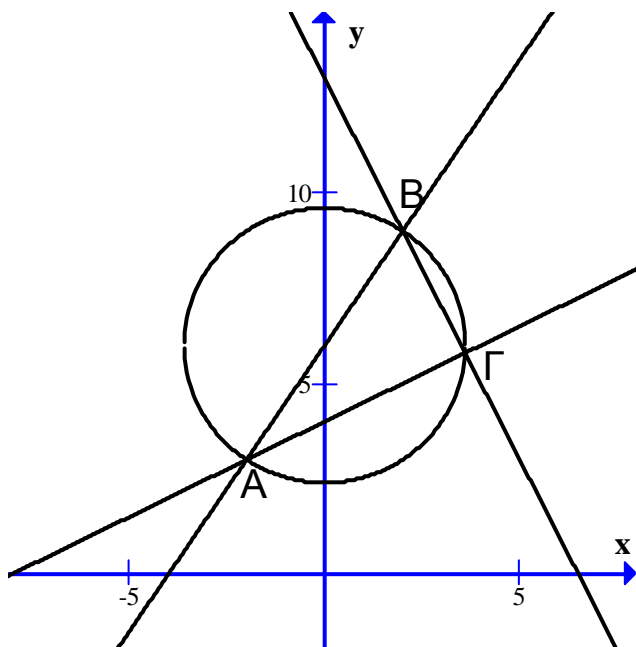
2. Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (i) τις συντεταγμένες της κορυφής και να χαρακτηρίσετε το είδος του ακρότατου (μέγιστο ή ελάχιστο),
- (ii) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,
- (iii) το πεδίο ορισμού της $f(x)$,
- (iv) το πεδίο τιμών της $f(x)$,
- (v) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$,
- (vi) τις τιμές των a, b, γ ,
- (vii) τα πρόσημα των $f(2), f(2010)$.



3. Αν η ευθεία $\psi = (\kappa + \mu)\chi + 5$ είναι παράλληλη με την ευθεία $3\chi - \psi + 8 = 0$ και η εξίσωση $\chi^2 - (\kappa^2 - \mu)\chi - 1 = 0$ έχει άθροισμα ριζών ίσο με το γινόμενο τους, να βρείτε τις τιμές των κ και μ .

4. Δίνεται κύκλος που έχει διάμετρο AB με $A(-2, 3)$ και $B(2, 9)$. Αν Γ είναι σημείο του κύκλου τέτοιο ώστε η χορδή $A\Gamma$ να τέμνει τον $\psi\psi'$ στο 4 να βρείτε:
- (i) την εξίσωση της $A\Gamma$,
 - (ii) την εξίσωση της $B\Gamma$,
 - (iii) τις συντεταγμένες του Γ ,
 - (iv) το σημείο τομής της $B\Gamma$ με τον $\chi\chi'$,
 - (v) την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η $B\Gamma$ με τον $\chi\chi'$.



5. Αν $\frac{\sin(90^\circ + \theta) \cdot \sin(180^\circ + \theta) \cdot \sin(90^\circ - \theta)}{\sin(180^\circ - \theta) \cdot \sin(360^\circ - \theta) \cdot \sin(-\theta)} = -2$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$,

(α) να δείξετε ότι:

(i) $\theta = 60^\circ$,

(ii) το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $\epsilon\phi\theta \cdot \chi^2 - 2\mu\chi + \sigma\phi\theta = 0$ είναι ίσο με $\frac{1}{3}$.

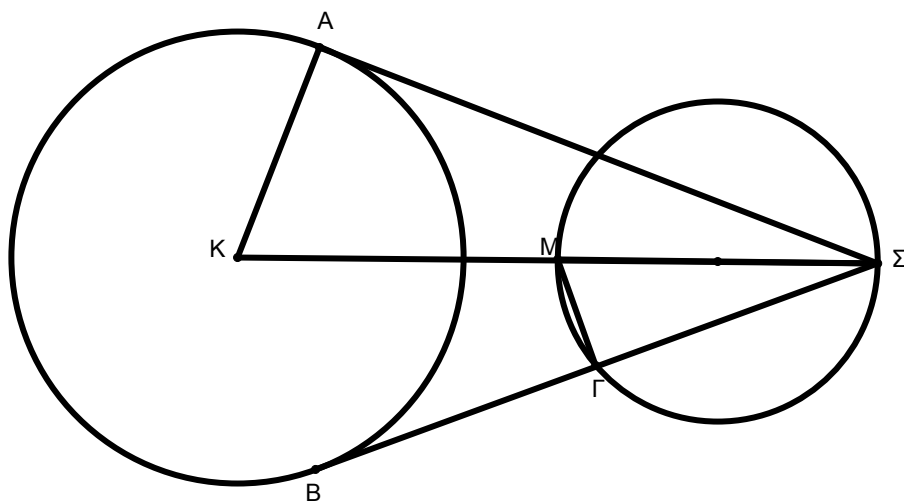
(β) Να βρείτε τις τιμές του μ για τις οποίες η εξίσωση $4\sigma\upsilon\nu^2\theta \cdot \chi^2 - 2\mu\chi + 3\eta\mu^2\theta = 0$ έχει ρίζες πραγματικές.

6. (α) Δίνεται κύκλος (K, R) . Από εξωτερικό του σημείο Σ φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΣA και ΣB , όπου A και B είναι τα σημεία επαφής. Θεωρούμε M το μέσο του ΣK και με διάμετρο τη ΣM γράφουμε κύκλο που τέμνει τη ΣB στο Γ . Να δείξετε ότι:

(i) $(AK)(M\Sigma) = (M\Gamma)(K\Sigma)$,

(ii) $M\Gamma = \frac{R}{2}$.

- (β) Αν επιπλέον γνωρίζουμε ότι $\hat{B}\hat{\Sigma}K = 30^\circ$, να δείξετε ότι $M\Sigma = R$.



Οι Εισηγητές:

Ζ. Ταύρου Σ.Β.Δ.
Κ. Χαραλαμπίδης
Λ. Σεβέρη
Ι. Κλώνης
Ε. Μελαχροινού

Η Διευθύντρια:

Δέσποινα Λυσάνδρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 21/05/2010

ΤΑΞΗ: Α ΛΥΚΕΙΟΥ

Διάρκεια: 2.30' (10:30 – 13:00)

ΟΔΗΓΙΕΣ : Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού .
Να γράφετε με μελάνι μπλε (με μολύβι μόνο τα σχήματα)
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 /100.

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\psi = \frac{2x-1}{x+3}$.
2. Να βρείτε το άθροισμα (S) και το γινόμενο (P) της εξίσωσης $3x^2 + 2x - 9 = 0$ χωρίς να τη λύσετε.
3. Να λύσετε την εξίσωση : $3x^2 + 5x - 2 = 0$
4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία περνά από το σημείο A(-1, 5) και είναι κάθετη προς την ευθεία $\psi = 2x - 7$.
5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με πλευρές BΓ= 20cm και AB=16cm.
Να βρείτε :
α) το μήκος της προβολής της AB πάνω στην υποτείνουσα BΓ.
β) το μήκος του ύψους ΑΔ που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.
6. Να λύσετε το σύστημα : $y - 3x = 5$
 $y^2 - 4xy = 12$
7. Για ποια τιμή του κ η εξίσωση $x^2 + (2\kappa - 1)x + \kappa^2 - 3 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.
8. Αν $\eta\mu\omega = -\frac{4}{5}$ και $270^\circ < \omega < 360^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
$$A = \frac{3\epsilon\phi\omega - 10\sigma\upsilon\nu\omega}{1 - 4\sigma\tau\epsilon\mu\omega}$$

9. Να υπολογίσετε χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής την αριθμητική τιμή της παράστασης :

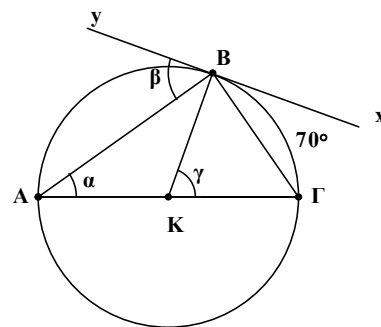
$$A = \frac{\eta\mu 210^\circ \sigma\upsilon\nu 315^\circ}{\epsilon\phi 225^\circ \sigma\upsilon\nu 120^\circ \eta\mu 135^\circ}$$

10. Δίνεται τυχόν τρίγωνο $AB\Gamma$ και E σημείο στην προέκταση της διαμέσου AD τέτοιο ώστε $\Delta E = AD$. Προεκτείνουμε την $B\Gamma$ και προς τα δύο μέρη και παίρνουμε τμήματα $ZB = B\Gamma = \Gamma H$. Να δείξετε ότι : α) το $AZEH$ είναι παραλληλόγραμμο.

β) η διάμεσος $B\Theta$ του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίση με $\frac{AZ}{2}$.

11. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - x - 6 = 0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να κατασκευάσετε εξίσωση $2^{\text{ου}}$ βαθμού που να έχει ρίζες $\rho_1 = \frac{4}{x_1}$ και $\rho_2 = \frac{4}{x_2}$

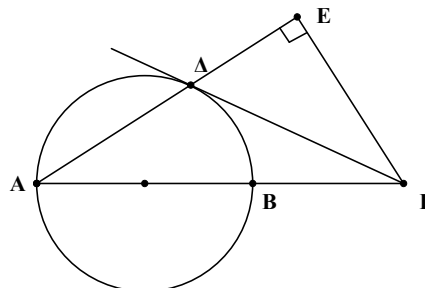
12. Στο διπλανό σχήμα δίνονται : AG διάμετρος, $\widehat{B\Gamma} = 70^\circ$ και xy εφαπτομένη στο B .
Να βρείτε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



13. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{(\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)^2 - 1}{\sigma\phi x - \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x} = 2\epsilon\phi^2 x$

14. Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{(x-1)(2x^2-5x-3)}{(2-x)} < 0$

15. Στο διπλανό σχήμα δίνονται :
 AB διάμετρος και $\widehat{A\epsilon\Gamma} = 90^\circ$.
Να αποδείξετε ότι: $(AB)(AE) = (AD)(A\Gamma)$.



ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 .

1. Για ποιες τιμές της παραμέτρου μ η εξίσωση $x^2 - (\mu - 1)x + \mu^2 - 2 = 0$ έχει:
α) ρίζες αντίθετες
β) μία ρίζα τον αριθμό -1
γ) ισχύει $2x_1 \cdot x_2 \geq 7\mu$
2. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει κορυφές $A(-1,1)$, $B(3,2)$. Αν οι εξισώσεις των πλευρών $B\Gamma$ και $A\Gamma$ είναι $2x + y = 8$ και $5x - 2y = -7$ αντίστοιχα :
α) να αποδείξετε ότι η κορυφή Γ είναι το σημείο $\Gamma(1,6)$
β) να βρείτε την εξίσωση του ύψους $\Gamma\Delta$
γ) να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(-1,1)$ και είναι παράλληλη με την με την πλευρά $B\Gamma$.

3. Αν
$$\frac{\sin(\pi - \theta) \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) \eta\mu(-\theta)}{\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \eta\mu(2\pi - \theta)} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{και} \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2}, \quad \text{να αποδείξετε ότι:}$$

α) $\theta = \frac{\pi}{4}$

β) Η εξίσωση $2x^2 - 2\epsilon\mu\theta x + \frac{2}{\epsilon\phi\theta} = 0$ έχει ρίζες αντίστροφες.

4. Σε κύκλο (O,R) να φέρετε τη διάμετρο AB ,τη χορδή $B\Gamma$ και την εφαπτομένη xAy .Από το O να φέρετε κάθετη στη $B\Gamma$ που την τέμνει στο M .
Η προέκταση της MO τέμνει την εφαπτομένη xAy στο σημείο Δ . Να δείξετε ότι :
α) $(A\Delta)(BA) = (\Delta O)(B\Gamma)$
β) $(\Delta B)^2 - (\Delta O)^2 = 3R^2$.

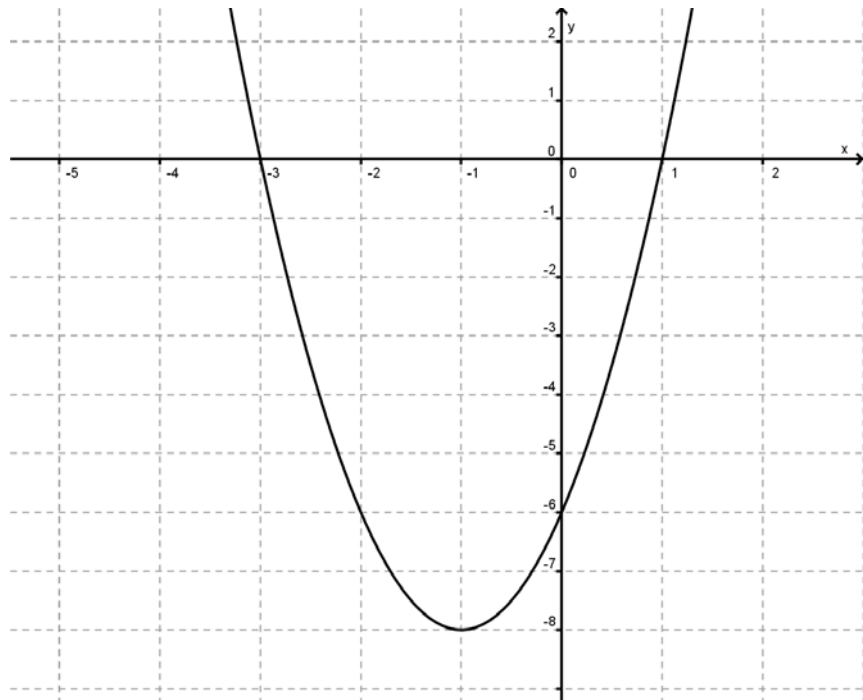
5. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της $\alpha x^2 + \beta x + \alpha + \beta = 0$, $\alpha \neq 0$ να δείξετε ότι :

$$(1 - x_1^2)(1 - x_2^2) = \frac{4(\alpha + \beta)}{\alpha}$$

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Να βρείτε :

- i. Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(x)$.
- ii. Το πρόσημο του a και της διακρίνουσας της $f(x)$
- iii. Της ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$
- iv. Την τιμή του γ
- v. Τον άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της καμπύλης
- vi. Να δείξετε ότι το $a = 2$ και το $\beta = 4$
- vii. Το πρόσημο του $f(4)$
- viii. Για ποιες τιμές του x ισχύει: $f(x) < 0$
- ix. Να λύσετε την ανίσωση $f(x - 1) > 0$



Οι Εισηγητές

.....
Α. Ζαντή

.....
Φ.Παστού

.....
Α. Ευστρατίου

.....
Α. Χρυσάνθου

.....
Μ. Ηλιάδου

Ο Συντονιστής

.....
Ε. Λάζος

Ο Διευθυντής

.....
Δ. Δημητριάδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ/ΙΟΥΝΙΟΥ 2010Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α' ΤΑΞΗΣ**Ημερομηνία: **26 /05/ 2010**Χρόνος: **2 ώρες και 30 λεπτά**Διδάσκοντες: Γ. Σελιά, Χ. Καττιμέρης, Γ.Ανδρονίκου, Ν. Σκορδής

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- Να γράφετε με **μπλε** μελάνι. Τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι.
 - Επιτρέπεται η χρήση σφραγισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 - **Δεν** επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

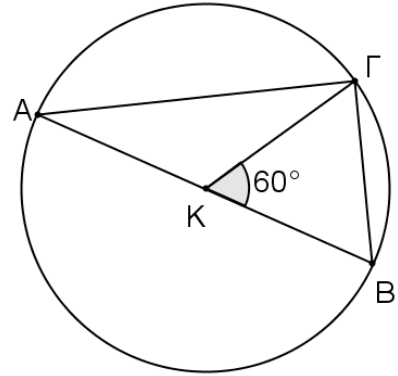
Μέρος Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12.**
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 5x - 3 = 0$
2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 7x + 2 = 0$ με ρίζες x_1 και x_2 . Να υπολογίσετε (χωρίς να λύσετε την εξίσωση) τις τιμές των παραστάσεων α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$
3. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες: $\chi_1 = 3$, $\chi_2 = -5$
4. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς συνθ και εφθ.
5. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 4x \geq 0$
6. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο Α (-2, 2) και είναι παράλληλη με την ευθεία $y = 3x + 5$.
7. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $y = \frac{4x-1}{x+2}$

8. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) η $B\Gamma = 10$ cm και η $AB = 8$ cm . Να υπολογίσετε:
 (α) το μήκος της $A\Gamma$ (β) τις ορθές προβολές των καθέτων πλευρών πάνω στην υποτείνουσα.

9. Στο διπλανό σχήμα, AB είναι διάμετρος του κύκλου (K, R) .

Αν η γωνία $\hat{BKG} = 60^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$. (δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας)



10. Από ένα σημείο Σ εκτός κύκλου φέρνουμε την τέμνουσα $\Sigma B\Gamma$ και την εφαπτομένη ΣA .

- (α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\Sigma A\Gamma$ και ΣAB είναι όμοια.
 (β) Αν $\Sigma B = 4$ cm και $\Sigma \Gamma = 9$ cm, να υπολογίσετε το τμήμα ΣA .

11. Να αποδείξετε την σχέση:
$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \chi) \cdot \epsilon\phi(90^\circ - \chi) \cdot \eta\mu(-\chi)}{\epsilon\phi(180^\circ + \chi) \cdot \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \chi)} = -\sigma\upsilon\nu\chi$$

12. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi - 2\psi = 1 \\ 2\chi - \psi^2 = 5 \end{cases}$$

13. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ , η εξίσωση: $\chi^2 + (\lambda + 1)\chi + \lambda + 4 = 0$ έχει μια διπλή ρίζα.

Στη συνέχεια να βρείτε την διπλή ρίζα.

14. Να αποδείξετε την σχέση:
$$\frac{\epsilon\phi\chi - \eta\mu\chi}{\eta\mu^3\chi} = \frac{\tau\epsilon\mu\chi}{1 + \sigma\upsilon\nu\chi}$$

15. Αν χ_1, χ_2 είναι οι πραγματικές ρίζες της εξίσωσης: $\chi^2 - (5\lambda - 1)\chi + \lambda - 9 = 0$, να βρείτε για

ποιες τιμές του λ ισχύει η ανίσωση: $\frac{2}{\chi_1} + \frac{2}{\chi_2} < -1$.

Μέρος Β΄ : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

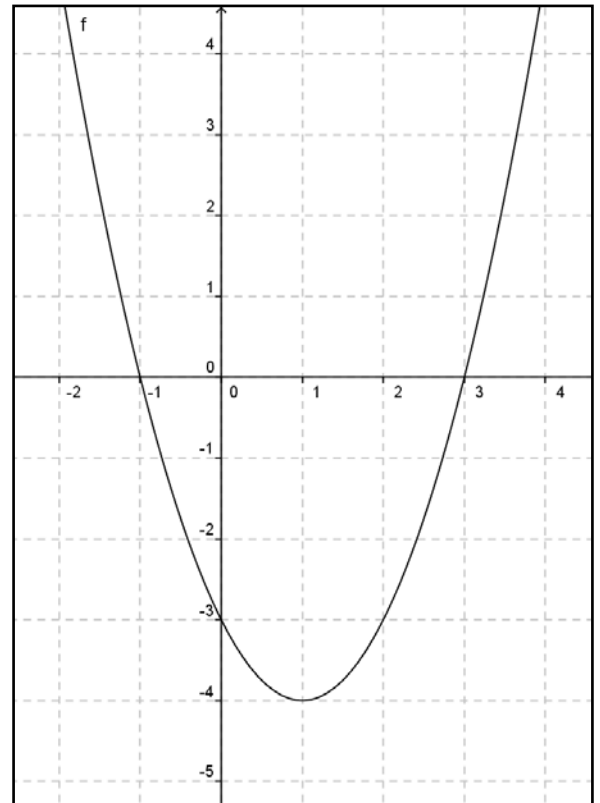
1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$\psi = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma.$$

Με την βοήθεια του

σχήματος, να βρείτε:

- (α) το πρόσημο του α .
- (β) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.
- (γ) το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
- (δ) τον άξονα συμμετρίας.
- (ε) τις συντεταγμένες του ελαχίστου σημείου.
- (στ) τις ρίζες της εξίσωσης: $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$
- (ζ) τις τιμές των α , β και γ .
- (η) τις τιμές του χ για τις οποίες: $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma < 0$.



2. Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 - (2\lambda - 1)\chi + \lambda^2 - 3 = 0$, $\lambda \in R$, με ρίζες χ_1 και χ_2 .

Να υπολογίσετε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει :

- (α) Ρίζες πραγματικές
- (β) Ρίζες αντίθετες
- (γ) Ρίζες αντίστροφες
- (δ) Άθροισμα ριζών ίσο με το τριπλάσιο του γινομένου των ριζών της.

3. Δίνεται το τρίγωνο ABΓ με A(3, -3), B(-1, 3) και Γ(1, 7)

Να βρείτε :

- α) Τις κλίσεις των πλευρών AB και BΓ
- β) Την εξίσωση της πλευράς BΓ
- γ) Την εξίσωση του ύψους ΑΔ
- δ) Τις συντεταγμένες του σημείου Δ

4. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(\chi^2 - 4)(-\chi - 3)(2\chi^2 - \chi - 6)}{3\chi - 5} \geq 0$

5. (α) Να αποδείξετε την σχέση: $\frac{\varepsilon\varphi\chi - \sigma\varphi\chi}{\varepsilon\varphi\chi + \sigma\varphi\chi} = 2\eta\mu^2\chi - 1$

(β) Αν ισχύει ότι: $\frac{\varepsilon\varphi(180^\circ - \theta) \cdot \eta\mu(90^\circ - \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(-\theta)}{\sigma\upsilon\nu(360^\circ - \theta) \cdot \sigma\varphi(270^\circ - \theta)} = -\frac{1}{2}$, να υπολογίσετε την γωνία θ

όπου $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

6. Δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο ΒΓ. Παίρνουμε τυχαίο σημείο Α του ημικυκλίου και Δ τυχαίο σημείο της ΒΓ. Η κάθετη στη ΒΓ στο σημείο Δ τέμνει την ΒΑ στο Ζ, την ΑΓ στο Ε και το ημικύκλιο στο Η. Να δείξετε ότι:

(α) $(\Delta\Gamma) \cdot (\Delta B) = (\Delta Z) \cdot (\Delta E)$ και (β) $(\Delta H)^2 = (\Delta Z) \cdot (\Delta E)$

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

.....

Σάββας Κόκκινος

.....

Γιώτα Σελιά Χαραλάμπους

.....

Γιώργος Ανδρονίκου

.....

Νικόλας Σκορδής

ΛΥΚΕΙΟ ΑΚΡΟΠΟΛΕΩΣ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ: 2009-2010

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 26/05/010

ΤΑΞΗ: Α΄

Χρόνος: 2.30΄

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες

- Οδηγίες:
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράψετε μόνο με μελάνι (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2\chi^2 - \chi - 3 = 0$

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $\psi = \frac{2\chi - 1}{\chi - 2}$

3. Να βρείτε την κλίση της ευθείας που περνά από τα σημεία (-2,3) και (1,6)

4. Να λύσετε το σύστημα:

$$\left. \begin{array}{l} \chi + 2\psi = 5 \\ \chi + \psi^2 = 5 \end{array} \right\}$$

5. Δίνεται η εξίσωση $3\chi^2 + 6\chi + 1 = 0$ με ρίζες χ_1, χ_2 . Χωρίς να λυθεί, να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $\chi_1 + \chi_2$ β) $\chi_1 \cdot \chi_2$ γ) $\frac{\chi_1}{\chi_2} + \frac{\chi_2}{\chi_1}$

6. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{7}{\sqrt{2}}$ β) $\frac{3}{\sqrt{8} + \sqrt{5}}$

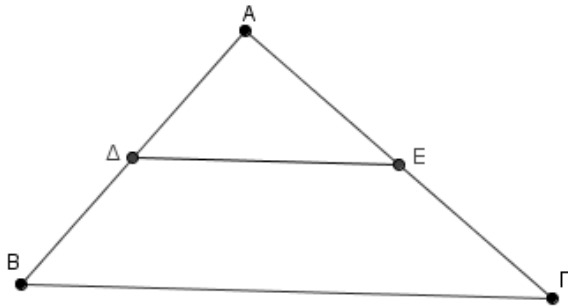
7. Αν $\eta\mu\omega = -\frac{6}{10}$ και $180^\circ < \omega < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$A = 12 \epsilon\phi\omega + 8\tau\epsilon\mu\omega$

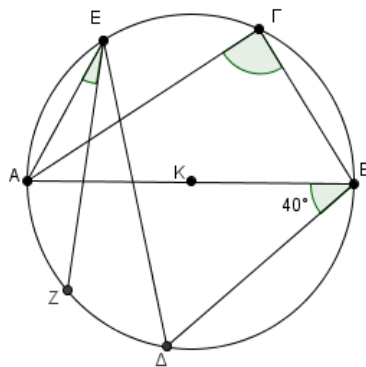
8. Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{34} - 3} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{34} + 3}$

9. Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = \frac{\eta\mu(180^\circ + \omega)\epsilon\phi(270^\circ - \omega)\eta\mu(90^\circ - \omega)}{\sigma\upsilon\nu(90^\circ + \omega)\sigma\phi(360^\circ - \omega)}$

10. Στο τρίγωνο ΑΒΓ που δίνεται πιο κάτω η $B\Gamma = x^2 + 4x$, $x > 0$. Αν Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα και $DE = x + 4$, να βρεθεί η τιμή του x .



11. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο (Κ, R). Αν η γωνία $\hat{A}B\Delta = 40^\circ$ και η ΕΖ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}E\Delta$, να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}E\hat{Z}$ και $\hat{A}\Gamma\hat{B}$ (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



12. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην ευθεία $\epsilon_1 : \psi = \frac{\chi}{2} + 2$ και

περνά από το σημείο τομής των ευθειών:

$$\epsilon_2 : \chi + \psi - 5 = 0$$

$$\epsilon_3 : 2\chi - \psi = 4$$

13. Να βρεθούν οι τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ για τις οποίες το τριώνυμο $-5\chi^2 - 3\chi + \mu$ είναι αρνητικό για κάθε πραγματικό αριθμό χ .

14. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{\chi^2 - 8\chi + 12}$

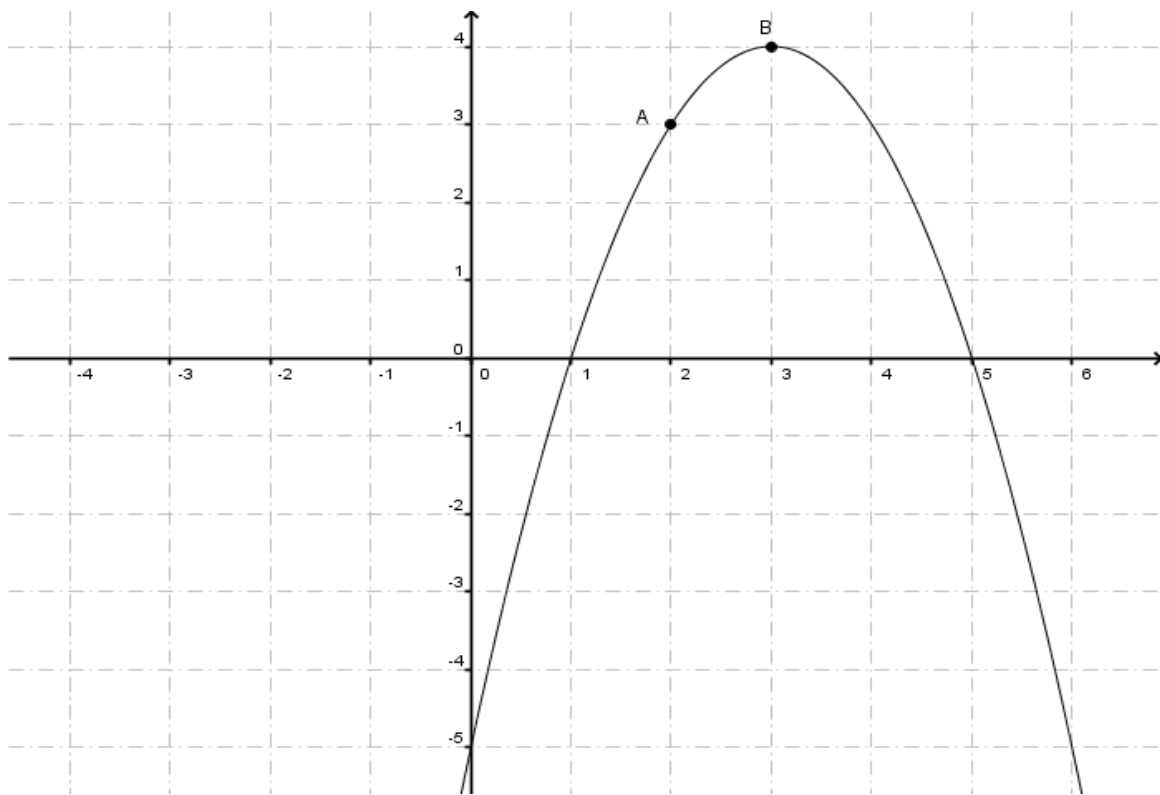
15. Από κορυφή Α ενός παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ φέρνουμε μια ευθεία που τέμνει τη διαγώνιο ΒΔ στο Λ, και την προέκταση της ΒΓ στο Μ.
Να δείξετε ότι: $(\Delta\Lambda) \cdot (BM) = (A\Delta) \cdot (B\Lambda)$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $\chi^2 + (2\lambda + 1)\chi + \lambda^2 - 8 = 0$
- έχει ρίζες πραγματικές και ίσες;
 - έχει ρίζες αντίστροφες;
 - έχει ρίζες αντίθετες;
 - έχει ρίζα τον αριθμό -1;
 - έχει ρίζες χ_1 και χ_2 που ικανοποιούν την σχέση $\chi_1\chi_2^2 + \chi_1^2\chi_2 < 0$

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



Με την βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

- το πεδίο ορισμού της $f(x)$
- το πεδίο τιμών της $f(x)$
- το πρόσημο του a
- την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- τις τιμές των a, b, γ
- την τιμή της παράστασης $K = f(-3) + f(0)$
- την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B.

3. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές τα σημεία: A(2,4) , B(-1,3) , Γ(1,7) .

- α) Να βρείτε τις κλίσεις των πλευρών του τριγώνου ABΓ
- β) Να δείξετε ότι η γωνία A είναι ορθή
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της υποτείνουσας
- δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής της υποτείνουσας με τον άξονα Oχ
- ε) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

4. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{\eta\mu\chi - \sigma\upsilon\nu\chi}{\epsilon\phi\chi \cdot \sigma\tau\epsilon\mu\chi - \tau\epsilon\mu\chi \cdot \sigma\phi\chi} = \eta\mu\chi\sigma\upsilon\nu\chi$

β) Αν $\frac{\eta\mu(180^\circ - \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(270^\circ + \theta)}{\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \theta) \cdot \sigma\phi(90^\circ + \theta)} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ και $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

να βρείτε την γωνία θ .

5. α) Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{\chi(-\chi+3)(\chi^2+3\chi)}{(1-\chi)} \leq 0$

β) Δίνεται η εξίσωση : $\chi^2 - 2(\mu+3)\chi + \mu^2 + 6\mu - 5 = 0$ με ρίζες ρ_1, ρ_2 .

Να δείξετε ότι η παράσταση $A = (\rho_1 - \rho_2)^2$ είναι ανεξάρτητη του μ .

6. Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο(O,R) με BΓ διάμετρο και $\hat{AB\Gamma} = 30^\circ$.

Φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου στο Γ, η οποία τέμνει την προέκταση της AB στο σημείο P.

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle AB\Gamma$ και $\triangle PA\Gamma$ είναι όμοια.

β) Να δείξετε ότι $(AB) \cdot (AP) = (A\Gamma)^2$

γ) Να δείξετε ότι $(AP) = \frac{(BP)}{4}$

δ) Αν $PG = \sqrt{3}$ cm να βρείτε το μήκος της ακτίνας R του κύκλου.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ –ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25/05/2010

ΤΑΞΗ: Α' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ 30'

*** Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 6 σελίδες ***

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- Να γράψετε μόνο με **μπλε ή μαύρο** μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής που **φέρει τη σφραγίδα του σχολείου**.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

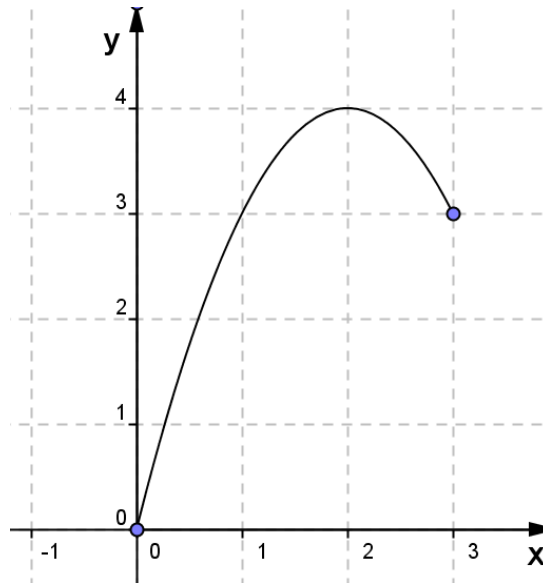
Μέρος Α'**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με (5) μονάδες**

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 7x + 3 = 0$.
2. Να βρείτε την κλίση της ευθείας που περνά από τα σημεία A(1,3) και B(2,7).
3. Να εκφράσετε το κλάσμα $\frac{4}{4-\sqrt{2}}$ σε ισοδύναμο του με ρητό παρονομαστή.
4. Αν $90^\circ < \chi < 180^\circ$ και $\eta\mu\chi = \frac{8}{17}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
 $A = 15 \cdot \varepsilon\phi\chi + 34 \cdot \sigma\upsilon\nu\chi$.
5. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = \frac{x-2}{x-3}$.

6. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\varepsilon\phi\chi}{1+\varepsilon\phi^2\chi} = \eta\mu\chi \cdot \sigma\upsilon\nu\chi$

7. Η εξίσωση: $x^2 - 6x + 3 = 0$ έχει ρίζες τις x_1, x_2 Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 2x_1 + 2x_2 - 5x_1 \cdot x_2$

8. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = f(x)$ στο πιο κάτω σχήμα.



9. Δίνεται η εξίσωση: $k \cdot x^2 - 6x + k = 0, k \neq 0$ Να βρείτε τις τιμές του k ώστε η εξίσωση να έχει:

α) ρίζες ίσες

β) ρίζες αντίστροφες.

10. Να λύσετε το σύστημα:
$$\left. \begin{array}{l} x + y = 2 \\ x^2 + 2y = 12 \end{array} \right\}$$

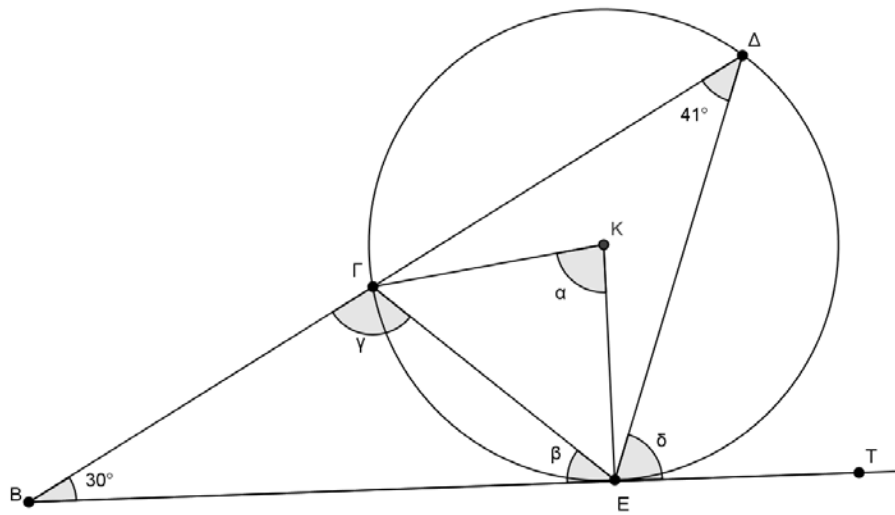
11. Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1 : y = 2x - 3$ και $\varepsilon_2 : x + 4y = 0$.

α) Να βρείτε τα σημεία τομής της ε_1 με τους άξονες των x και y .

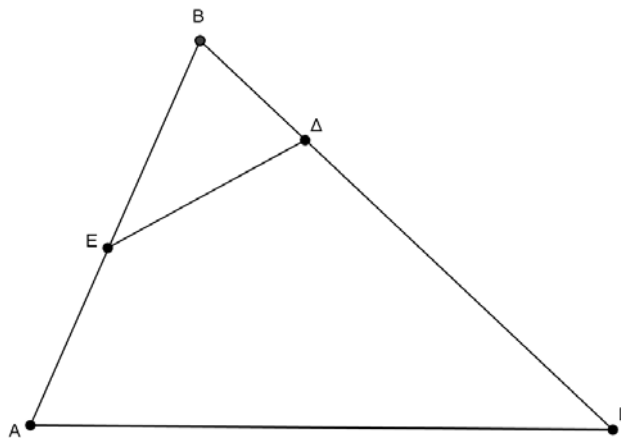
β) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της ε_1 .

γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών ε_1 και ε_2

12. Δίνεται κύκλος (K, R) . Η ευθεία BT εφάπτεται του κύκλου στο σημείο E . Να βρείτε τις γωνίες α , β , γ και δ .



13. Στο πιο κάτω σχήμα το E είναι μέσο της AB . Αν $AB=6\text{cm}$, $BD=2\text{cm}$ και $D\Gamma=7\text{cm}$,
 α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα BED και $AB\Gamma$ είναι όμοια
 β) Αν $DE=4\text{cm}$ να υπολογίσετε το μήκος του $A\Gamma$.



14. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $f(x) = \sqrt{(4 - x^2) \cdot (x^2 - 2x)}$.

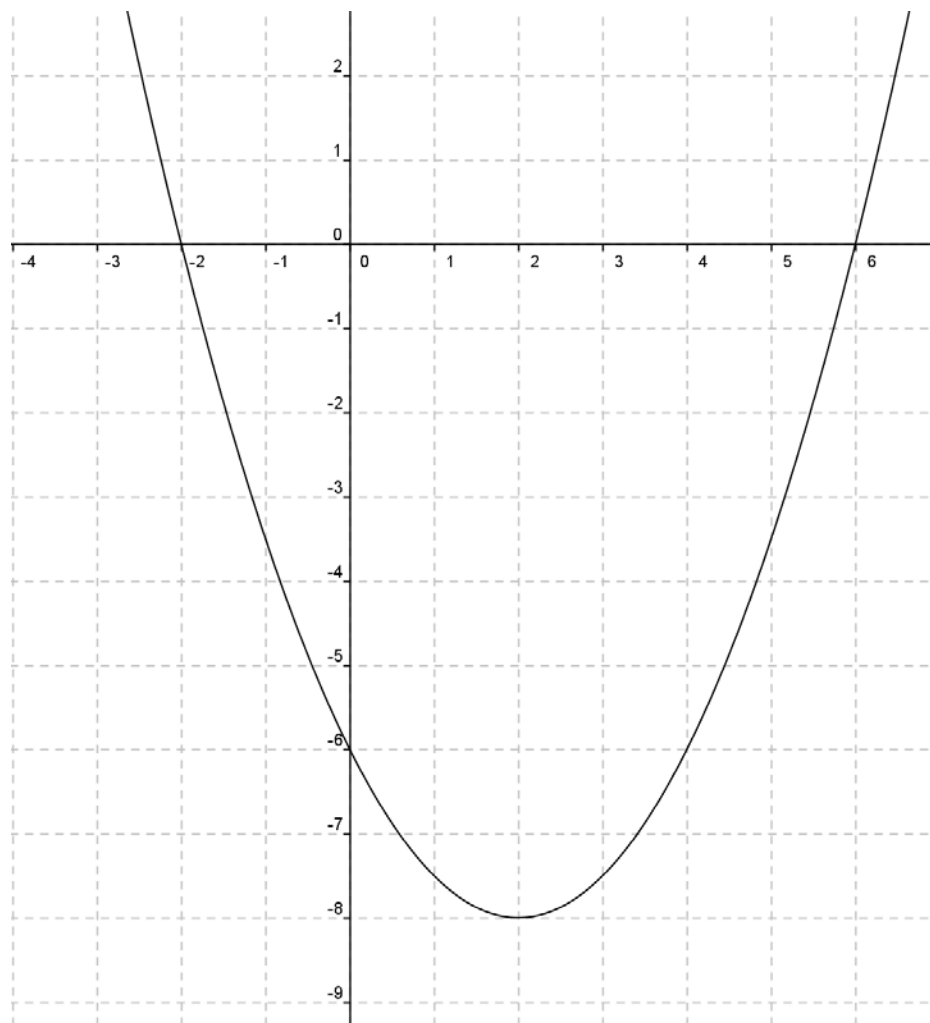
15. Αν $A(-3,2)$, $B(-6,0)$ και $\Gamma(1,4)$ είναι κορυφές τριγώνου $AB\Gamma$ εγγεγραμμένου σε κύκλο με κέντρο το σημείο K .

- α) Να δείξετε ότι το ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου.
β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο του Β.
-

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma, a \neq 0$.
- Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:
- α) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της .
 - β) Τις συντεταγμένες της κορυφής της και να τη χαρακτηρίσετε.
 - γ) Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$.
 - δ) Το πρόσημο της διακρίνουσας του τριωνύμου $f(x)$ και να το δικαιολογήσετε.
 - ε) Τις τιμές των α , β και γ .
 - στ) Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = -9$.
 - ζ) Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει: $f(x) < 0$.
 - η) Την τιμή της παράστασης : $A = f(2) - f(0)$.



2. Δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(2,2), Β(4,4) και Δ(3,1). Αν η εξίσωση της είναι $y = x - 2$ και η εξίσωση της ΒΓ είναι η $y = 4$, να δείξετε ότι:
- α) η ΑΒ είναι παράλληλη με τη ΓΒ,
 - β) η ΑΔ είναι κάθετη στη ΓΔ.
 - γ) να βρείτε την εξίσωση της ΑΔ, και
 - δ) τις συντεταγμένες του σημείου Γ.
3. (i) Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - (2\mu - 1)x + 5\mu - 4 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε τις πραγματικές τιμές του μ , έτσι ώστε:
- α) να ισχύει $x_1 = \frac{4}{x_2}$
 - β) να έχει ρίζες αντίθετες,

γ) να ισχύει $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \leq 1$

(ii) Να λύσετε την εξίσωση: $4x^4 - 7x^2 - 2 = 0$

4. Δίνεται η εξίσωση $\frac{\eta\mu(180-\theta) \cdot \epsilon\phi(90-\theta) \cdot \eta\mu(-\theta)}{\epsilon\phi(360-\theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(180+\theta)} = -\frac{1}{2}$ με $0^\circ < \theta < 90^\circ$

α) Να βρείτε τη γωνία θ .

β) Να δείξετε ότι το τριώνυμο $(\sigma\upsilon\nu^2\alpha) \cdot x^2 - (k+1) \cdot x + (k^2+2) \cdot \tau\epsilon\mu^2\alpha$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ είναι θετικό για όλες τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$

5. Αν $k = \sigma\tau\epsilon\mu\theta - \sigma\phi\theta$,

(α) Να δείξετε ότι: $(1+k) \cdot (1-k) = \frac{2 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{1+\sigma\upsilon\nu\theta}$, $\sigma\upsilon\nu\theta \neq -1$.

(β) Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες $x_1 = \frac{1}{1-k}$, $x_2 = \frac{1}{1+k}$

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται δύο κύκλοι (K, R) και $(\Lambda, \frac{R}{2})$ που εφάπτονται εξωτερικά

στο σημείο Β. Αν η ΑΔ είναι εφαπτομένη του κύκλου $(\Lambda, \frac{R}{2})$ στο σημείο Δ,

α) να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΛΔ είναι όμοια,

β) να δείξετε ότι $(B\Gamma) = \frac{2R}{5}$.

γ) Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$ συναρτήσει του R .

δ) Να υπολογίσετε τη γωνία Α του τριγώνου ΑΒΓ με προσέγγιση δεκάτου.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΤΑΞΗ : Α'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 7 Ιουνίου 2010

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ώρες και 30 λεπτά

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- 2) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- 3) Να γράφετε μόνο με μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται και μολύβι).
- 4) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12 .
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση : $2x^2 + 5x - 3 = 0$
2. Να βρείτε την εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τις $x_1 = 5 + \sqrt{3}$ και $x_2 = 5 - \sqrt{3}$
3. Να απλοποιήσετε το κλάσμα : $\frac{2x^2 + 7x - 4}{x^2 - 16}$
4. Να βρείτε : α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\psi = \sqrt{2x - 1}$
β) το πεδίο τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{3x - 1}{x + 2}$
5. Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1) : \psi = 6x - 1$ και $(\varepsilon_2) : \psi = (\mu + 2)x + 37$
Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου μ ώστε οι ευθείες να είναι: α) παράλληλες
β) κάθετες.
6. Αν $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:
$$A = \frac{13\eta\mu\theta - 5\sigma\phi\theta}{24\varepsilon\phi\theta + 26\sigma\upsilon\nu\theta}$$
7. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα : $\tau\epsilon\mu\omega - \eta\mu\omega \cdot \varepsilon\phi\omega = \sigma\upsilon\nu\omega$

8. Αν η εξίσωση $\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ έχει διακρίνουσα $\Delta = 16$ και άθροισμα ριζών $S = 6$, να υπολογίσετε τις τιμές των β και γ .

9. Δίνεται η συνάρτηση : $\psi = -\chi^2 + 2\chi + 3$.

- α) Να βρείτε : (i) τα σημεία τομής της με τους άξονες συντεταγμένων $\chi'Ο\chi$ και $\psi'Ο\psi$
(ii) τον άξονα συμμετρίας της
(iii) τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της.
β) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.

10. Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{(\chi^2 - 9) \cdot (2\chi^2 + 5\chi - 3)}{(2 - \chi) \cdot (\chi^2 + 3\chi + 5)} \geq 0$

11. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(-2, 3)$, $B(4, 5)$ και $\Gamma(-1, 2)$.

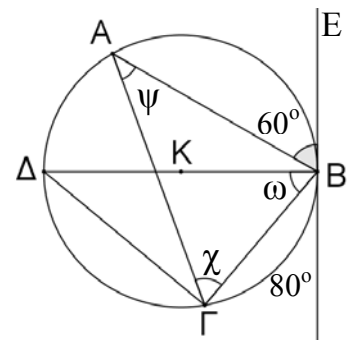
- Να βρείτε: α) την κλίση της πλευράς AB του τριγώνου
β) την εξίσωση της ευθείας (ϵ) που περνά από το σημείο Γ και είναι παράλληλη της AB
γ) την εξίσωση του ύψους $\Gamma\Delta$ του τριγώνου.

12. Στο σχήμα η $B\Delta$ είναι διάμετρος του κύκλου (K, R)

και η BE εφαπτομένη του κύκλου.

Αν $\widehat{ABE} = 60^\circ$ και $\widehat{B\Gamma} = 80^\circ$ να υπολογίσετε

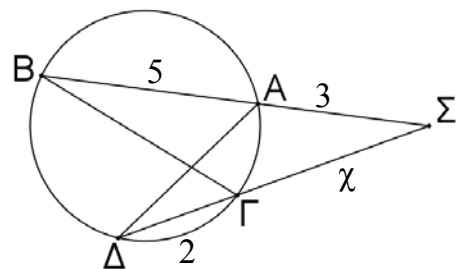
τις γωνίες χ , ψ και ω .



13. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα : $\frac{\epsilon\phi\theta}{\tau\epsilon\mu\theta - 1} - \frac{\eta\mu\theta}{1 + \sigma\upsilon\nu\theta} = 2\sigma\phi\theta$

14. Στο σχήμα τα A, B, Γ και Δ είναι σημεία του κύκλου, $AB = 5$ cm, $\Gamma\Delta = 2$ cm και $A\Sigma = 3$ cm.

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\Sigma B\Gamma$ και $\Sigma A\Delta$ είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.
β) Να υπολογίσετε το μήκος χ του $\Sigma\Gamma$.



15. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) να φέρετε το ύψος $A\Delta$. Η διχοτόμος της γωνιάς B τέμνει το ύψος $A\Delta$ στο σημείο Z και την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο E .
Να αποδείξετε ότι ισχύει η ισότητα : $(BZ) \cdot (E\Gamma) = (BE) \cdot (AZ)$

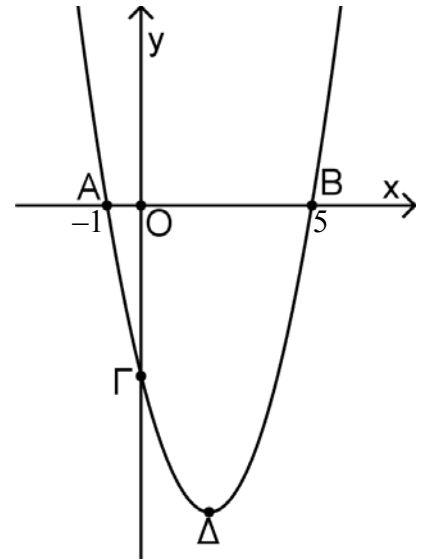
ΜΕΡΟΣ Β : *Απο τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4 .
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.*

1. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = x^2 + \beta x + \gamma .$$

Η καμπύλη τέμνει τους άξονες συντεταγμένων στα σημεία Α , Β , Γ και έχει ελάχιστη τιμή στο σημείο Δ.

Οι τετμημένες των σημείων Α και Β είναι -1 και 5 αντίστοιχα.



α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = x^2 - 4x - 5$.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Γ και Δ .

γ) Να βρείτε το πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = f(x)$.

δ) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου : $x^2 - 4x - 5$ για τις διάφορες πραγματικές τιμές του x .

2. Δίνεται η εξίσωση $\mu x^2 - (\mu + 2)x + \mu + 6 = 0$, με $\mu \neq 0$.

Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της, να βρείτε τις τιμές του μ ώστε :

α) η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες

β) η εξίσωση να έχει ρίζες ετερόσημες

γ) να ισχύει η σχέση : $2x_1 - x_1 \cdot x_2 + 2x_2 = 4\mu + 7$

3. Αν $2\sigma\upsilon\nu^2\omega - 7\sigma\upsilon\nu\omega + 3 = 0$ και $0^\circ < \omega < 90^\circ$ να υπολογίσετε το $\sigma\upsilon\nu\omega$ και την

$$\text{αριθμητική τιμή της παράστασης : } B = \frac{2\sigma\upsilon\nu\omega - 2\eta\mu\omega \epsilon\phi\omega}{\epsilon\phi^2\omega - \sigma\upsilon\nu^2\omega}$$

4. Η ευθεία (ε) περνά από το σημείο Α(-3 , 2) , τέμνει τον αρνητικό ημιάξονα Οχ' στο σημείο Β και τον άξονα ψ'Οψ στο σημείο Γ.

Αν $\widehat{OBA} = 45^\circ$ να βρείτε :

α) την εξίσωση της ευθείας (ε)

β) τις συντεταγμένες των σημείων Β και Γ

γ) το εμβαδόν του τριγώνου ΒΟΓ

δ) την τιμή του κ ώστε η ευθεία που περνά από τα σημεία Δ(-2 , 1) και Ζ(0 , κ) να είναι κάθετη στην ευθεία (ε).

5. α) Να λύσετε την εξίσωση : $\chi^4 - 3\chi^2 - 4 = 0$

β) Αν ισχύει η σχέση :
$$\frac{2 \cdot \eta\mu(360^\circ - \theta) \cdot \epsilon\phi(90^\circ - \theta)}{\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta) \cdot \tau\epsilon\mu(270^\circ + \theta) \cdot \epsilon\phi(180^\circ + \theta)} = \sqrt{3}$$

και $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία θ .

6. Τραπεζίο ΑΒΓΔ με βάσεις ΑΒ και ΓΔ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Στο σημείο Β να φέρετε την εφαπτομένη του κύκλου που τέμνει την προέκταση της ΓΔ στο σημείο Ε.

Να αποδείξετε ότι: α) τα μικρά τόξα ΒΓ και ΑΔ είναι ίσα

β) $(ΒΔ)^2 = (ΒΑ) \cdot (ΔΕ)$

Η Διευθύντρια

Γεωργία Κούμα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

Μάθημα : Μαθηματικά

Διάρκεια εξέτασης : 2.30΄

Τάξη : Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία : 28/05/2010

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής .
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
γ) Να γράφετε μόνο με μελάνι. (Για τα σχήματα επιτρέπεται και το μολύβι)
δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας .

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 5x - 2 = 0$
2. Να βρεθεί η κλίση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(-1, 2)$ και $B(1, 6)$.
3. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = \frac{x-1}{x+5}$
4. Να μετατρέψετε σε κλάσματα ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή

α) $\frac{10}{\sqrt{5}}$

β) $\frac{1}{\sqrt{7}-2}$

5. Αν $\sin \omega = -\frac{3}{5}$ και $90^\circ < \hat{\omega} < 180^\circ$, να βρεθούν οι άλλοι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας ω .
6. Δίνεται η εξίσωση $4x^2 - 3x - 5 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$\alpha) x_1 + x_2 \text{ και } x_1 \cdot x_2 \quad \beta) 4x_1^2 x_2 + 4x_1 x_2^2$$

7. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{2x-1}{3-x} \leq 0$.
8. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\sin \theta + \cos \theta = \sin \theta (1 + \eta \mu \theta)$.

9. Δίνεται η εξίσωση: $(\lambda - 1)\chi^2 + 4\chi + 1 = 0$. Να βρείτε το λ ώστε η εξίσωση να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

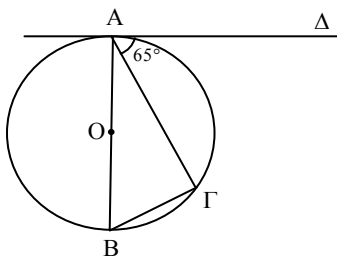
10. Δίνεται η εξίσωση: $2\chi^2 - 3\kappa\chi - (\kappa + 1) = 0$. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου κ , έτσι ώστε η εξίσωση να έχει: α) ρίζες αντίθετες.
β) ρίζες αντίστροφες.

11. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $\psi = \sqrt{-\chi^2 + 2\chi + 3}$.

12. Να δείξετε ότι:

$$\frac{\sin(360^\circ + \theta) \cdot \eta\mu(-\theta) \cdot \epsilon\phi(180^\circ + \theta)}{\sin(90^\circ - \theta) \cdot \eta\mu(180^\circ + \theta)} = 1$$

13. Δίνεται κύκλος (O, R). Αν η AΔ είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο A, AB είναι η διάμετρος του κύκλου και η γωνία $\hat{\Delta\hat{A}\Gamma} = 65^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



14. Δίνεται η εξίσωση: $\chi^2 - 3\chi + 5 = 0$, με ρίζες χ_1, χ_2 . Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες: $\rho_1 = \frac{2}{\chi_1}, \rho_2 = \frac{2}{\chi_2}$.

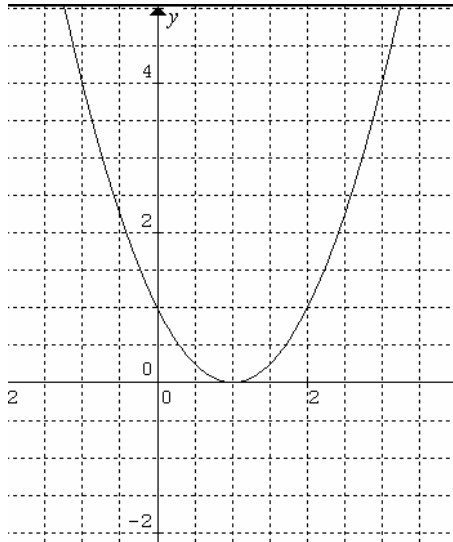
15. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned} 3\chi + \psi &= 6 \\ \chi\psi &= 3 \end{aligned}$$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης: $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$.

Από τα στοιχεία του σχήματος να βρείτε:



- α) Το πρόσημο του a
- β) Τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$
- γ) Την τιμή του γ
- δ) Το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της συνάρτησης
- ε) Τον άξονα συμμετρίας
- στ) Τις συντεταγμένες της κορυφής της καμπύλης
- ζ) Το πρόσημο του $f(1001)$
- η) Τη λύση της ανίσωσης $f(x) < 0$

2. Να λύσετε την ανίσωση:

$$\frac{(4x^2 + 1)(x^2 + 2x - 8)(3x^2 - 4x + 1)}{(9 - x^2)} \geq 0$$

3. Δίνεται η εξίσωση $(\tan^2 \omega - 1)x^2 - (2\tan \omega)x + 1 = 0$ με ρίζες x_1 και x_2 .

Να δείξετε ότι:

- α) Η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για όλες τις τιμές του ω .
- β) $x_1 + x_2 = 2 \cot \omega$
- γ) $x_1 \cdot x_2 = \tan^2 \omega$
- δ) $\frac{1}{2x_1} + \frac{1}{2x_2} = \tan \omega$.

4. α) Να υπολογίσετε την τιμή της γωνίας χ , αν $0^\circ < \chi < 180^\circ$ και ισχύει σχέση:

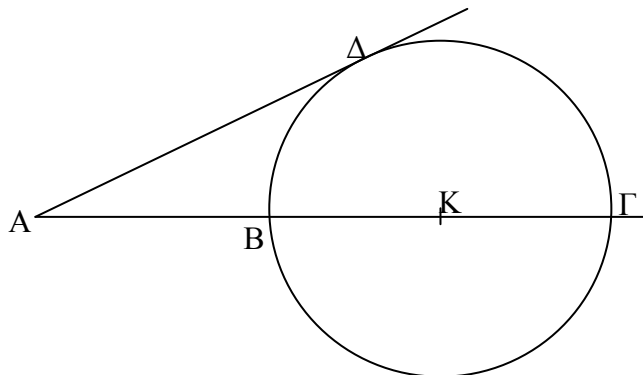
$$\frac{\eta\mu(360^\circ - \chi) \cdot \eta\mu(90^\circ - \chi) \cdot \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \chi) \cdot \epsilon\phi(-\chi)}{\epsilon\phi(180^\circ + \chi) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \chi) \cdot \eta\mu(180^\circ + \chi)} = \frac{1}{2}$$

- β) Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Να φέρετε το ύψος $A\Delta$ και

την ΔE κάθετη στην $A\Gamma$ ($\Delta E \perp A\Gamma$). Να δείξετε ότι:

$$(AB) \cdot (\Delta E) = (A\Delta) \cdot (B\Delta)$$

5. α) Στο σχήμα δίνονται: ΒΓ διάμετρος του κύκλου, ΑΔ εφαπτομένη του κύκλου και ΒΔ τόξο 60° . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισοσκελές. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{\sigma\upsilon\nu\theta - 1}{\tau\epsilon\mu\theta + \epsilon\varphi\theta} + \frac{\sigma\upsilon\nu\theta + 1}{\tau\epsilon\mu\theta - \epsilon\varphi\theta} = 2 \cdot (1 + \epsilon\varphi\theta)$$

6. Δίνονται τα σημεία: $A(5,7)$, $B(7,4)$ και $\Gamma(2,5)$.

- α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$
- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΒΓ.
- γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΑΔ
- δ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με τη ΒΓ και περνά από το Α.

Εισηγητές

Η Συντονίστρια Β.Δ

Ο Διευθυντής

.....
Κ. Χατζηδημητρίου

.....
Α. Δημητρίου

.....
Α. Φιλιππίδης

.....
Α. Παπαντωνίου

ΛΥΚΕΙΟ ΚΟΚΚΙΝΟΧΩΡΙΩΝ ΦΩΤΗ ΠΙΤΤΑ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2009/2010

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ / ΙΟΥΝΙΟΥ 2010	
ΤΑΞΗ: Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 04/06/2010
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	ΧΡΟΝΟΣ: 2, 5 ΩΡΕΣ

Οδηγίες :

- 1) Να γράφετε μόνο με μελάνι (μαύρο ή μπλε).
- 2) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 3) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 4) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις **να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 9x + 5 = 0$. Χωρίς να λύσετε την εξίσωση να βρείτε το είδος των ριζών, το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών .

2. Να βρεθεί η εξίσωση ευθείας που περνά από το σημείο $A(2, -3)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = -\frac{1}{2}$.

3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων :

(α) $f(x) = 4 - \frac{3x}{2}$

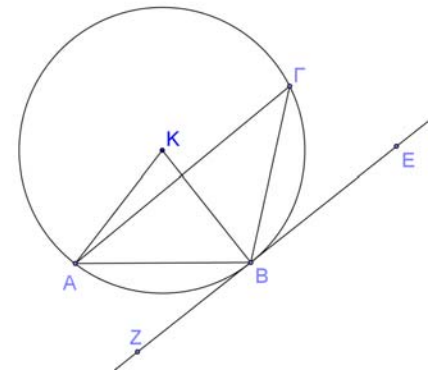
(β) $f(x) = \frac{3+x}{x^2-3x}$

4. Να βρείτε τις τιμές των κ και λ έτσι ώστε η εξίσωση $\kappa x - 5\lambda = 2\lambda x + 25$ να είναι αόριστη .

5. Αν $a > 0$ να βρείτε την τιμή της παράστασης : $A = \frac{\sqrt[3]{a^4} : a^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{a^5} \cdot \sqrt[6]{a}} + (\sqrt[7]{2})^7$

6. Δίνεται κύκλος με κέντρο το Κ . Η ευθεία EZ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο Β. Αν το τόξο $\widehat{AB} = 80^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες : $\hat{A}KB$, $\hat{A}GB$, $\hat{K}AB$, $\hat{K}BE$, \hat{ABZ}

(να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3x^2 - 6x + 7$ η οποία παριστάνει παραβολή .Να βρείτε :

α) Τον άξονα συμμετρίας

β) Τις συντεταγμένες της κορυφής .

γ) Τις συντεταγμένες του σημείου τομής της παραβολής με τον άξονα ΨΨ'.

8. Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{cases} 2x + \psi = 5 \\ x\psi + x^2 = 6 \end{cases}$$

9. Δίνεται $\text{syn}\theta = -\frac{8}{17}$ και $\eta\mu\theta > 0$. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{34\eta\mu\theta + 17\text{syn}\theta}{8\epsilon\phi\theta - 15\sigma\tau\epsilon\mu\theta}$$

10. Να λύσετε την ανίσωση : $x(3x^2 + 11x - 4) > 0$

11 . Δίνεται η εξίσωση $(\mu - 1)x^2 - 4\mu x + 5\mu + 6 = 0$, $\mu \neq 1$. Να βρείτε για ποια τιμή του μ :

α) η εξίσωση έχει μια ρίζα το -3

β) η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες

12. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{\eta\mu^2 x}{\sigma\phi x} + \frac{\text{syn} x}{\eta\mu x \cdot \sigma\tau\epsilon\mu^2 x} = \epsilon\phi x$

13. Σε ένα ρόμβο ABΓΔ δίνονται $AB = (x + 3)cm$, $B\Gamma = (2x - 1)cm$, $\hat{A} = 65^\circ + \psi$ και

$\hat{B} = 10^\circ + 2\psi$ Να υπολογίσετε :

α) Τις τιμές των χ και ψ

β) Τη γωνία $\hat{A}GB$

γ) Τη περίμετρο του ρόμβου

14. Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$), τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και AG αντίστοιχα. Προεκτείνουμε τη DE κατά τμήμα $DE=EZ$. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta\Gamma Z$ είναι τετράγωνο.

15. Αν ισχύει η σχέση: $\epsilon\phi(180^\circ + \omega) + 2\sigma\phi(90^\circ + \omega) = 5\sigma\phi(270^\circ - \omega) - 6$ και η εξίσωση $x^2 + (\sigma\upsilon\nu\theta + 1)x + 5 = 0$ έχει ρίζες αντίθετες να δείξετε ότι οι ευθείες $(\epsilon_1): y = x\epsilon\phi\omega - 2$ και $(\epsilon_2): x\sigma\upsilon\nu\theta - \psi = 0$ είναι κάθετες μεταξύ τους.

ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ τις 4**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{B} = 90^\circ$) έχει κορυφές $B(3,2)$, $\Gamma(-1,-2)$ και η κορυφή A βρίσκεται πάνω στην ευθεία $3x - \psi - 11 = 0$. Να βρείτε:

α) Την κλίση της $B\Gamma$

β) Την εξίσωση της ευθείας AB

γ) Τις συντεταγμένες του σημείου A

δ) Τις συντεταγμένες του σημείου Δ ώστε το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ να είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Να βρείτε:

(να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις)

α) το πρόσημο των a , β και γ

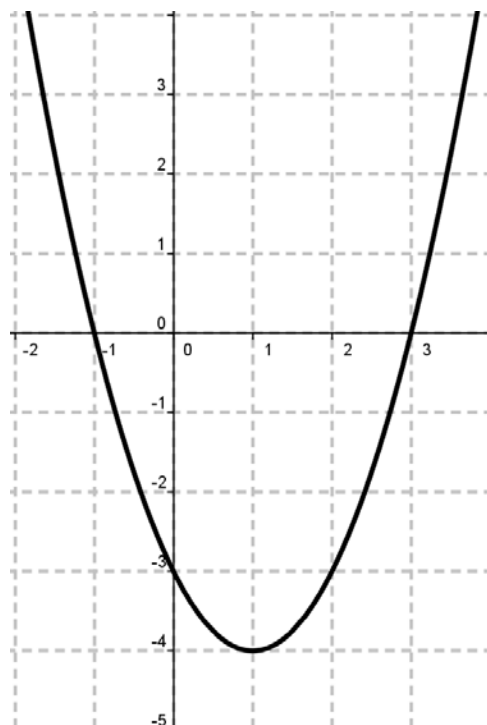
β) το πεδίο τιμών

γ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

δ) την τιμή της παράστασης $A = \frac{2\gamma - 6\beta}{a}$

ε) για ποιες τιμές του x ισχύει $ax^2 + bx + \gamma \leq 0$

στ) τη τιμή της παράστασης $B = \frac{f(2) \cdot f(1)}{f(0)}$



3. α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{\frac{(x^2 - 2x + 3)(2x + 1)}{(3 - x)^2}}$

β) Αν $A = \frac{\sin(270^\circ + \alpha) \cdot \eta\mu(360^\circ + \alpha) \cdot \epsilon\phi(90^\circ + \alpha)}{\sin(90^\circ - \alpha) \cdot \sin(180^\circ - \alpha)}$ και

$B = (\eta\mu^2\alpha - \sin^2\alpha)^2 + 4\eta\mu^2\alpha\sin^2\alpha + \eta\mu(90^\circ + \alpha)\sin(180^\circ + \alpha)$ να δείξετε ότι $\frac{A}{B} = \sigma\tau\epsilon\mu^2\alpha$

4. Από σημείο A εκτός κύκλου φέρουμε εφαπτόμενες AB και AG όπου B και Γ σημεία του κύκλου. Από το A φέρουμε τη τέμνουσα ΑΔΕ (που δεν περνά από το κέντρο του κύκλου) όπου Δ και Ε σημεία του κύκλου. Να δείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΕΒ είναι όμοια

β) ισχύει η σχέση $(AG)^2 = (AE) \cdot (AD)$

γ) ισχύει η σχέση $(BD) \cdot (EG) = (BE) \cdot (GD)$

5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3x + \lambda = 0$ με ρίζες x_1, x_2 ,

α) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \frac{x_1}{x_2}$, $\rho_2 = \frac{x_2}{x_1}$

β) Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\lambda x^2 - (9 - 2\lambda)x + \lambda = 0$, να βρείτε τις τιμές του λ

ώστε να ισχύει η σχέση $\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \leq 1$

6. Δίνεται η εξίσωση $\tau\epsilon\mu\theta x^2 + 2(1 + \epsilon\phi\theta)x + 2\eta\mu\theta + \tau\epsilon\mu\theta = 0$

α) Να δείξετε ότι έχει ρίζες ίσες

β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης να δείξετε ότι ισχύει η σχέση

$(x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2 - 12\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\theta = 6$

Εισηγητές :

Γιώργος Παντζιαράς (Συντονιστής Β.Δ)

Αδάμος Αδάμου

Φωτιάδου Καλλισθένη

Τσαγκάρης Ανδρέας

Γεωργίου Ειρήνη

Αγγελή Στέλλα

Σολωμού Μαρία (Πετρίδου Πετρούλα)

Ο Διευθυντής:

Παπαζαχαρίου Μιχάλης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΤΑΞΗ : Α΄

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 08/06/2010 - Α΄ ΣΕΙΡΑ

ΧΡΟΝΟΣ : 2:30 ώρες

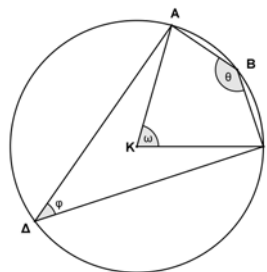
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να γράφετε **μόνο με μελάνι μπλε**.
- Τα σχήματα επιτρέπεται να είναι με μολύβι.
- **Απαγορεύεται** η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α΄ Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λυθεί η εξίσωση : $x^2 + 7x + 6 = 0$.
2. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού (Π.Ο.) και το πεδίο τιμών (Π.Τ.) της συνάρτησης $y = \frac{x-2}{x-1}$.
3. Να βρεθεί η εξίσωση ευθείας που περνά από τα σημεία A(3,4) και B(1,2).
4. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς 2 και 5.
5. Να απλοποιηθεί το κλάσμα : $\frac{3x^2 - 10x + 3}{x^2 - 9}$.
6. Δίνεται ο κύκλος (Κ, R) και τόξο $\widehat{AB\Gamma} = 74^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\omega}$, $\hat{\phi}$ και $\hat{\theta}$.

7. Αν $\eta\mu x = \frac{3}{5}$, $0^\circ < x < 90^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \frac{5\sigma\upsilon\nu x - 4\varepsilon\varphi x}{6\sigma\varphi x}$.
8. Να λυθεί η ανίσωση : $2x^2 + 7x + 3 \leq 0$.

9. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{\varepsilon\varphi x + \sigma\varphi x}{\tau\epsilon\mu x \cdot \sigma\tau\epsilon\mu x} = 1$.

10. Να λυθεί η εξίσωση : $x^4 - 15x^2 - 16 = 0$.

11. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 5x + 3 = 0$ να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις, χωρίς να τη

λύσετε : α) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ β) $5x_1x_2^2 + 5x_1^2x_2$

12. Να λυθεί το σύστημα : $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$.

13. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Αν η ευθεία (ε_1) : $y=2x-2$ πέρνα από τις κορυφές του

παραλληλογράμμου Α και Δ να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από τις κορυφές Β και Γ(5,0) του

παραλληλόγραμμου.

14. Να αποδείξετε τη σχέση: $\frac{\eta\mu(90^\circ - \omega) \cdot \sigma\varphi(360^\circ + \omega)}{\tau\epsilon\mu(180^\circ - \omega) \cdot \sigma\varphi(360^\circ - \omega)} = \sigma\upsilon\nu^2\omega$

15. Σε οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ φέρουμε τα ύψη ΑΜ και ΒΔ. Αν Ε είναι το σημείο τομής των υψών του, να αποδείξετε ότι :

α) $(ΕΑ)(ΕΜ)=(ΕΒ)(ΕΔ)$

β) $(ΑΓ)(ΓΔ)=(ΒΓ)(ΓΜ)$

ΜΕΡΟΣ Β΄ Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ 4** . Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση

της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Να βρείτε :

α) Πεδίο Ορισμού

β) Πεδίο Τιμών

γ) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

ε) το πρόσημο της διακρίνουσας

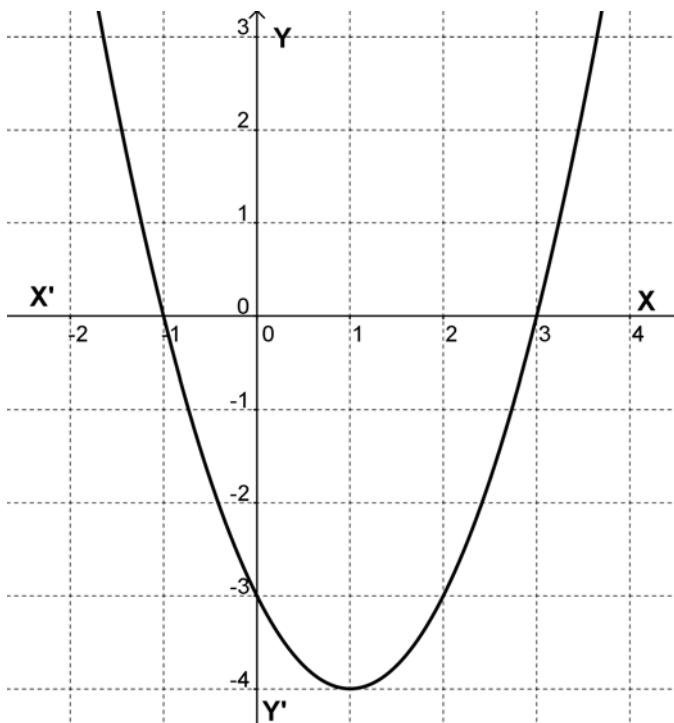
στ) το πρόσημο του a

ζ) την τιμή του γ

η) τις συντεταγμένες του ακρότατου σημείου

θ) την τιμή του $f(2)$

ι) το πρόσημο του γινομένου $f(\alpha) \cdot f(\beta)$ όταν $\alpha \in (-1, 3), \beta \in (3, +\infty)$.



2. α) Να βρεθεί η γωνία θ , $0^\circ < \theta < 90^\circ$ αν ισχύει:
$$\frac{2\eta\mu(90-\theta)\sigma\upsilon\nu(180-\theta)\epsilon\varphi(270-\theta)}{\sigma\varphi(-\theta)\sigma\upsilon\nu(360-\theta)} = \sqrt{3}$$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:
$$\frac{\eta\mu\omega \cdot \sigma\varphi\omega - \sigma\upsilon\nu^3\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega \cdot \epsilon\varphi\omega - \eta\mu^3\omega} = \epsilon\varphi\omega$$

3. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 1)x^2 + (\lambda + 2)x + 2(\lambda + 1) = 0$, $\lambda \neq 1$.

Να βρείτε το λ ώστε :

α) Οι ρίζες να είναι αντίθετες

β) Οι ρίζες να είναι αντίστροφες

γ) Το άθροισμα των ριζών να είναι ίσο με το γινόμενό τους

δ) Το άθροισμα των ριζών να είναι μεγαλύτερο ή ίσο με 1.

4. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(5,1) και Β(13,5) . Έστω Κ το σημείο τομής των διαγωνίων του με συντεταγμένες (7,-1).

α) Να δείξετε ότι το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι ρόμβος.

β) Να βρείτε τις εξισώσεις των διαγωνίων του.

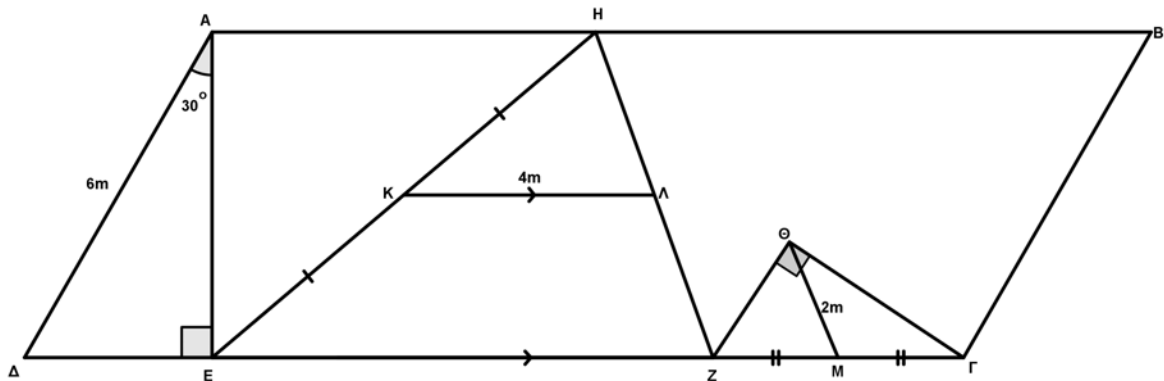
γ) Αν επιπλέον οι συντεταγμένες του σημείου Γ είναι (9,-3) να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ.

5. α) Δίνεται η εξίσωση : $x^2 + (2\lambda - 1)x + \lambda^2 - 4 = 0$. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της, να βρεθούν οι τιμές

του λ , ώστε : $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \leq -2$.

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού (Π.Ο.) της συνάρτησης f με τύπο : $f(x) = \sqrt{\frac{-5x^2 - 8x + 4}{x^2 + 2x}}$

6. α) Δίνεται κύκλος (Κ,Ρ). Από τυχαίο σημείο Α του κύκλου, φέρουμε κάθετο ευθύγραμμο τμήμα ΑΔ πάνω σε διάμετρο ΒΓ του κύκλου. Να αποδείξετε ότι : $(AB)(AG)=(BG)(AD)$
- β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του πιο κάτω παραλληλογράμμου.



Ο Διευθυντής:

Χάρης Χαραλάμπους

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: Παρασκευή, 21/05/2010

Ώρα: 7.45 π.μ.

Διάρκεια: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα (τα σχήματα με μολύβι).
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Το γραπτό αποτελείται από 5 σελίδες.
Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τα 15 θέματα να απαντήσετε **ΜΟΝΟ** στα 12. Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 - 9x + 10 = 0$
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{x+2}{x-3}$
3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $(2, -1)$ και έχει κλίση 3
4. Να κατασκευάσετε εξίσωση β΄ βαθμού με ρίζες $\chi_1 = -3$ και $\chi_2 = 10$
5. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
$$A = \frac{3\eta\mu 30^\circ - 4\sigma\upsilon\nu 60^\circ + \sqrt{3}\epsilon\phi 60^\circ}{2\epsilon\phi 45^\circ}$$
6. Να λύσετε την ανίσωση: $3\chi^2 + 5\chi - 2 \geq 0$

7. Να βρείτε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων:

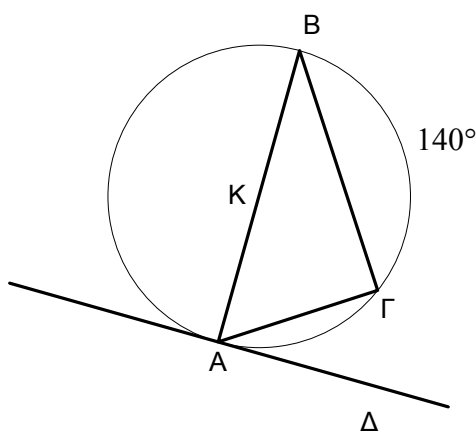
$$A = 3\sqrt{16} + 7\sqrt[3]{1} - \sqrt[3]{1000}, \quad B = (\sqrt{7} + 2) \cdot (\sqrt{7} - 2)$$

8. Η εξίσωση $2x^2 - 8x - 6 = 0$ έχει ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε:

α) το είδος των ριζών της

β) τις τιμές των παραστάσεων: $A = x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2$, $B = 3x_1^2 + 3x_2^2$

9. Στον κύκλο (K, ρ) δίνεται το τόξο $B\Gamma = 140^\circ$ και η AB διάμετρος. Να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου ABΓ και η γωνία $\Gamma\hat{A}\Delta$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



10. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : \psi = (2\kappa + 1)x + 5$ και $\varepsilon_2 : -3x + \psi = 1$. Να βρείτε την τιμή του κ , εάν οι δυο ευθείες είναι παράλληλες.

11. Αν $\eta\mu\omega = -\frac{5}{13}$ και $270^\circ < \hat{\omega} < 360^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = 13\sigma\upsilon\nu\omega - 24\varepsilon\varphi\omega - 12\tau\epsilon\mu\omega$$

12. Να λύσετε την ανίσωση: $(4x^2 + 1) \cdot (x^2 - 9) \cdot (x^2 - x - 12) < 0$

13. Να δείξετε ότι η εξίσωση $(\eta\mu^2\alpha)x^2 - 2(\sigma\upsilon\nu\alpha)x + \sigma\varphi^2\alpha = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

14. Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{aligned} 2\chi + \psi &= 4 \\ \chi^2 + \psi^2 &= 5 \end{aligned}$$

15. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Αν Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα και $\hat{\Delta}\hat{E}\hat{\Gamma} = 90^\circ$, να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΕΖΔ είναι ρόμβος.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ στα 4. Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της $f(\chi) = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$. Από τη γραφική της παράσταση να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της

β) το πεδίο τιμών της

γ) τις συντεταγμένες της κορυφής της

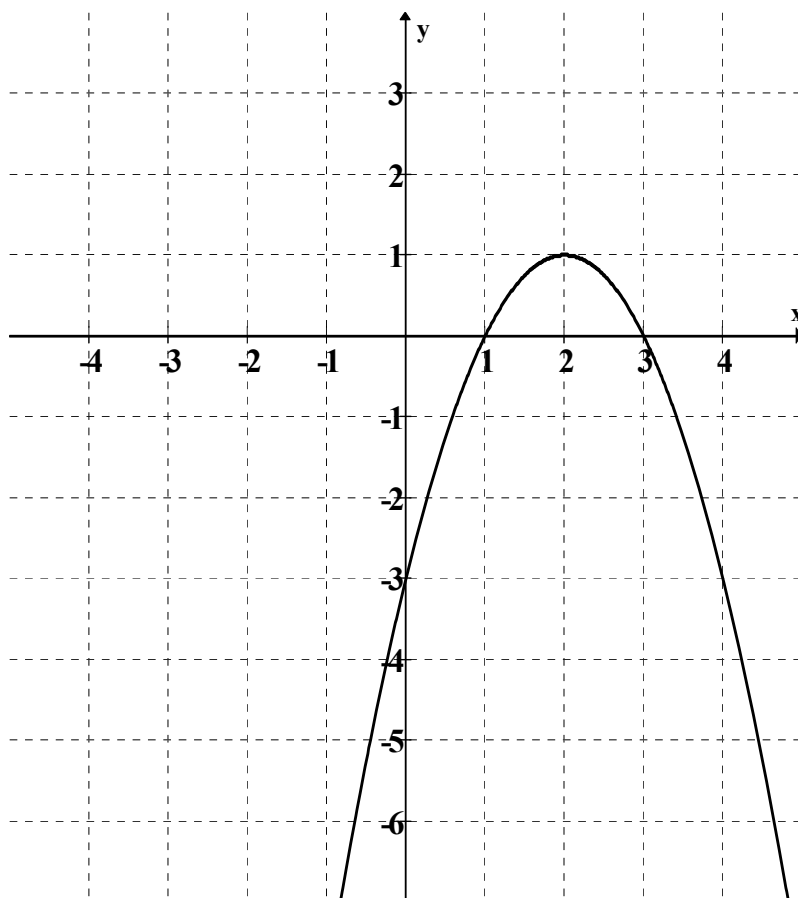
δ) τις λύσεις της $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$

ε) την τιμή του γ

στ) την τιμή του β και α

ζ) την τιμή των $f(1)$ και $f(4)$

η) τις λύσεις της ανίσωσης $f(\chi) \geq 0$



2. Να λύσετε:

α) την εξίσωση $\chi^4 - 3\chi^2 - 4 = 0$ και

β) την ανίσωση $\frac{\chi^2 \cdot (\chi^4 - 3\chi^2 - 4)}{(\chi - 1) \cdot (\chi^2 - 2\chi + 4)} \geq 0$

3. Δίνεται η εξίσωση $-\chi^2 + (\kappa - 1)\chi - \kappa + 1 = 0$ με $\kappa \in \mathbb{R}$.

Να βρείτε τις τιμές του κ για τις οποίες η εξίσωση έχει:

α) μια ρίζα ίση με -1

β) ρίζες αντίθετες

γ) γινόμενο ριζών ίσο με 6

δ) ρίζες πραγματικές και ίσες

4. α) Αν $0^\circ < \hat{\chi} < 90^\circ$ και ισχύει η ισότητα

$$\frac{\varepsilon\varphi(180^\circ - \chi) \cdot \sigma\varphi(270^\circ + \chi) + \tau\epsilon\mu(90^\circ + \chi) \cdot \eta\mu(360^\circ - \chi)}{\varepsilon\varphi\chi \cdot \sigma\tau\epsilon\mu\chi} = 2,$$

να βρείτε σε μοίρες τη γωνία χ .

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{1 - \varepsilon\varphi^2\chi}{1 + \varepsilon\varphi^2\chi} = 1 - 2\eta\mu^2\chi$$

5. Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ, με εξίσωση πλευράς ΑΒ τη $\psi = 3\chi - 4$ και κορυφές Α(3,5) και Γ(7, α).

α) Αν η κλίση της διαγωνίου ΑΓ είναι -2, να βρείτε την τιμή του α

β) Να βρεθεί η εξίσωση της πλευράς ΑΔ

γ) Να βρεθεί η εξίσωση της πλευράς ΓΔ, αν είναι γνωστό ότι το $\alpha = -3$

δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ

6. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ προεκτείνουμε τη ΔA κατά τμήμα AH ίσο με $A\Delta$. Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας Δ που τέμνει την AB στο Z . Αν η προέκταση της HZ τέμνει τη $\Delta\Gamma$ στο M , να δείξετε ότι:
- α) Το τρίγωνο $ZH\Delta$ είναι ορθογώνιο,
 - β) Το τρίγωνο ΔHM είναι ισοσκελές.

Οι Εισηγητές:

Παπαστυλιανού Χρυστάλλα Β.Δ

Μενελάου Χριστιάνα

Η Διευθύντρια

Ευφροσύνη Τοφαρίδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Α΄

Ημερομηνία: 21/ 5/ 2010
Διάρκεια: 2.30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ : Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού .
Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο .
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 3x + 1 = 0$

2. Να μετατρέψετε τα κλάσματα που ακολουθούν σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

(α) $\frac{5}{\sqrt{5}}$

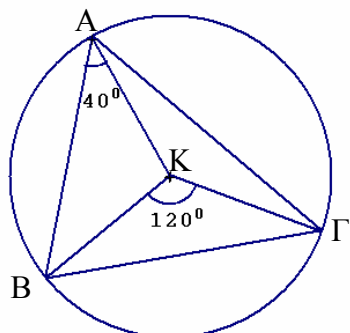
(β) $\frac{2}{\sqrt{6}-1}$

3. Να σχηματίσετε την εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες: $x_1 = 3 + \sqrt{3}$ και $x_2 = 3 - \sqrt{3}$

4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε_1) που διέρχεται από το σημείο A(4,2) και είναι παράλληλη με την ευθεία (ε_2): $4y - 2x - 1 = 0$

5. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $\psi = \frac{1-2x}{x+2}$

6. Στο πιο κάτω σχήμα, να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{A} , \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου ABΓ.



7. Αν $\frac{\eta\mu(180^\circ - \omega) \cdot \epsilon\phi(90^\circ - \omega) \cdot \eta\mu(180^\circ + \omega)}{\epsilon\phi(180^\circ - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)} = -\frac{1}{2}$, με $0^\circ < \omega < 90^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία ω .

8. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu\alpha \cdot \sigma\phi\alpha - \sigma\upsilon\nu^3\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \epsilon\phi\alpha - \eta\mu^3\alpha} = \epsilon\phi\alpha$

9. Αν $\epsilon\phi\omega = \frac{3}{4}$ και $180^\circ < \omega < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$B = \frac{10\eta\mu\omega - 8\tau\epsilon\mu\omega}{3\sigma\phi\omega}$$

10. Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3\chi^2 - 7\chi + 2 = 0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε: (α) το είδος των ριζών

(β) την τιμή της παράστασης $A = (\chi_1 - \chi_2)^2$

11. Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} \chi + 3\psi = 4 \\ \chi + \psi^2 = 2 \end{cases}$

12. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και διάμεσο AM . Φέρουμε την MZ παράλληλη της AB (Z σημείο της $A\Gamma$).

(α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο AMB είναι ισόπλευρο

(β) Αν E είναι το μέσο της AB , να δείξετε ότι $ZE = AM$.

13. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{\chi^2 - 4}{\chi^2 - 3\chi + 4} \geq 0$

14. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από τυχαίο σημείο Δ της $A\Gamma$ φέρουμε τη ΔE κάθετη πάνω στη $B\Gamma$ (E σημείο της $B\Gamma$). Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: $(A\Gamma) \cdot (\Gamma\Delta) = (B\Gamma) \cdot (\Gamma E)$

15. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$, από το A φέρουμε την AZ κάθετη στη $\Gamma\Delta$ (Z σημείο της $\Gamma\Delta$) και από το Γ τη ΓE κάθετη στην AB (E σημείο της AB). Να δείξετε ότι το $A\epsilon\Gamma Z$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

(α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)$

(β) το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(x)$

(γ) το πρόσημο του a

(δ) το πρόσημο της διακρίνουσας του τριωνύμου

$$ax^2 + bx + c$$

(ε) τις λύσεις (ρίζες) της εξίσωσης $f(x) = 0$

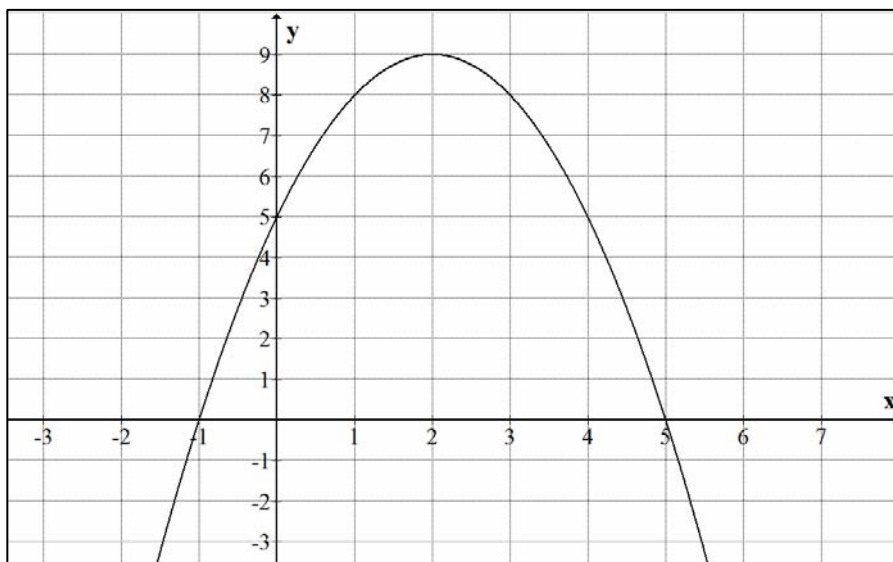
(στ) τις τιμές των a, b, c

(ζ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

(η) τις συντεταγμένες του μέγιστου σημείου

(θ) το $f(7)$

(ι) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) < 0$



2. (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu\chi - \sigma\upsilon\nu\chi}{\tau\epsilon\mu\chi - \sigma\tau\epsilon\mu\chi} \cdot \frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1 - \eta\mu\chi} = \eta\mu\chi(1 + \eta\mu\chi)$

(β) Να αποδείξετε ότι κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της επίκεντρης γωνίας που βαίνει στο ίδιο τόξο.

3. Δίνεται κύκλος (K, R). Να φέρετε τη διάμετρο AB, να την προεκτείνετε προς το μέρος του B και να πάρετε σημείο Γ. Από το Γ να φέρετε την εφαπτομένη ΓΔ, όπου (Δ σημείο επαφής) του κύκλου, και από το Γ την ΓΕ κάθετη στην προέκταση της ΑΔ. Να δείξετε ότι:

(α) $(A\Delta)(A\Gamma) = (AB)(AE)$

(β) $(\Gamma\Delta)^2 = (A\Gamma)(\Gamma B)$

4. (α) Να δείξετε ότι η εξίσωση $\chi^2 + (\lambda + 5)\chi + \lambda = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες $\forall \chi \in \mathbb{R}$.

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{1}{\sigma\tau\epsilon\mu\omega - 1} - \frac{\epsilon\phi\omega}{\tau\epsilon\mu\omega + \epsilon\phi\omega} = 2\epsilon\phi^2\omega$

5. Δίνεται η εξίσωση $(\tau\epsilon\mu^2\omega - 1)\chi^2 - (2\tau\epsilon\mu\omega)\chi + 1 = 0$ με ρίζες χ_1 και χ_2 .

Να δείξετε ότι:

(α) η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για όλες τις τιμές του ω .

(β) $\chi_1 + \chi_2 = 2\sigma\phi\omega.\sigma\tau\epsilon\mu\omega$

(γ) $\chi_1 \cdot \chi_2 = \sigma\phi^2\omega$

(δ) $\frac{1}{2\chi_1} + \frac{1}{2\chi_2} = \tau\epsilon\mu\omega$

6. Δίνεται τρίγωνο με κορυφές A(5,12), B(2,5), Γ(1,7). Να βρείτε :

(α) Την κλίση της πλευράς BΓ

(β) Την εξίσωση της πλευράς BΓ

(γ) Την εξίσωση του ύψους του τριγώνου AΔ

(δ) Τις συντεταγμένες του σημείου Δ

Οι διδάσκοντες:

Ο συντονιστής:

Ο Διευθυντής:

Αγαθοκλέους Ρολάνδος
Αλιούρη Παναγιώτα
Δωρίτου Μαρία
Κυριακίδης Κωσταντίνος
Νοταρίδης Αβραάμ

Αγαμέμνονος Αλέξανδρος Β.Δ.

Γρηγορίου Σταύρος

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής που φέρει σφραγίδα δημόσιου σχολείου .
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού
- Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
- **Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες**

ΜΕΡΟΣ Α

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12 .

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα .

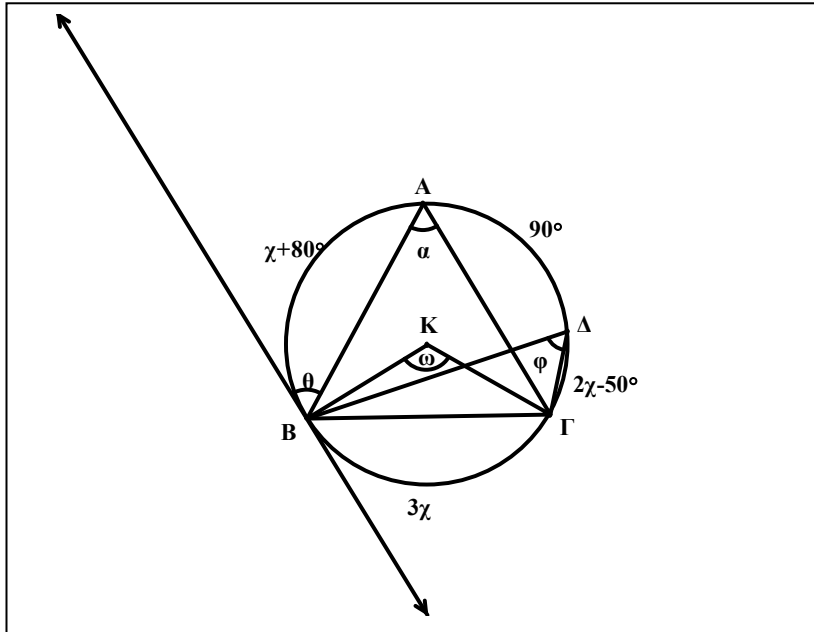
1. Να λύσετε την εξίσωση : $5x^2 + 3x - 2 = 0$
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης με τύπο : $y = \frac{x}{x-2}$
3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση -2 και περνά από το σημείο $(-1, 2)$
4. α) Αν $x > 0$, να απλοποιηθεί η παράσταση : $A = \sqrt{64x^2} - \sqrt[3]{3x^6} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{x^3}}$
 β) Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{3}{2\sqrt{6}}$, σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή
5. Να λύσετε την ανίσωση : $-2x^2 + 5x - 2 > 0$
6. Έστω x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 3x - 6 = 0$. Χωρίς να λυθεί η εξίσωση, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων :
 α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ γ) $\frac{2-x_1}{x_1} + \frac{2-x_2}{x_2}$
7. Αν το $\sin\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, όπου $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{4\eta\mu\theta - 3\tau\epsilon\mu\theta}{\epsilon\phi\theta \cdot \sigma\tau\epsilon\mu\theta}$$
8. α) Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ov} βαθμού με ρίζες $x_1 = 2$ και $x_2 = 1 - \lambda$.
 β) Για ποια τιμή του $\lambda \in R$ η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό 0.

9. Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{x-4}{x-x^2} \geq 1$

10. Αν $0^\circ < \alpha < 180^\circ$, να δείξετε ότι : $\varepsilon\phi\alpha \cdot \sqrt{\frac{1}{1-\sigma\upsilon\nu\alpha} + \frac{1}{1+\sigma\upsilon\nu\alpha}} = \sqrt{2} \cdot \tau\epsilon\mu\alpha$

11. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται τα τόξα $\widehat{A\Delta} = 90^\circ$, $\widehat{AB} = \chi + 80^\circ$, $\widehat{B\Gamma} = 3\chi$ και $\widehat{\Gamma\Delta} = 2\chi - 50^\circ$.



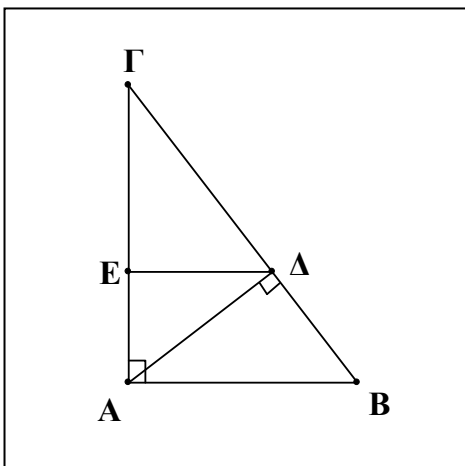
Να υπολογίσετε :

α) Το άγνωστο χ και το μέτρο του τόξου $\widehat{B\Gamma}$

β) Το μέτρο των γωνιών α , ω , ϕ και θ , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

12. Να λύσετε το σύστημα : $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$

13. Το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο ($\widehat{A} = 90^\circ$), με πλευρές $AB = 5 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 13 \text{ cm}$. Φέρνουμε



το ύψος AΔ στην υποτείνουσα και την ΔΕ παράλληλη στην AB.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και AΔΕ είναι όμοια και στη συνέχεια να υπολογίσετε το μήκος του ύψους AΔ.

β) Να δείξετε ότι : $(A\Delta)^2 = (E\Delta) \cdot (AB)$

14. Ευθεία περνά από τα σημεία $A(3\alpha + 1, 2)$ και $B(2, 1)$ και είναι παράλληλη στην ευθεία

$(\varepsilon): \alpha x - 2y = 3$, όπου $\alpha \in \mathbb{R}$. Να βρείτε :

α) Τις τιμές του α

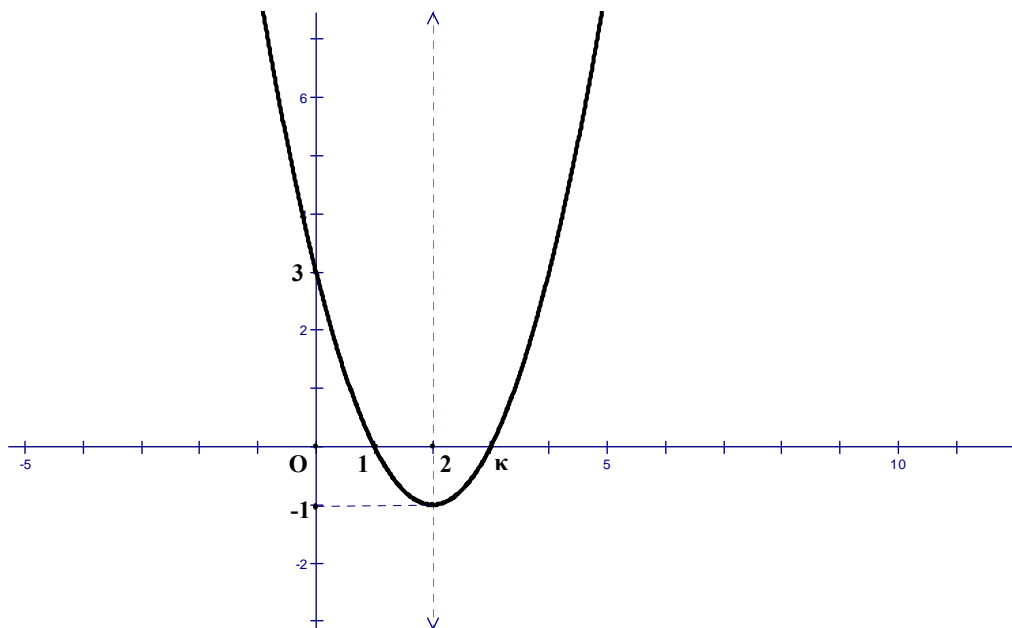
β) Για τις πιο πάνω τιμές του α , να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB. (2 περιπτώσεις)

15. Να βρεθούν οι τιμές του $\mu \in R$, για τις οποίες το τριώνυμο $\Phi(x) = (\mu - 2)x^2 - 2\mu x + 3\mu$ γίνεται αρνητικό $\forall x \in R$.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c$. Από τη γραφική παράσταση να απαντήσετε στα πιο κάτω ερωτήματα. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας όπου είναι απαραίτητο.



- | | |
|--|--------------------------------------|
| α) Το πρόσημο του α | ε) Την τιμή του κ |
| β) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της f | στ) Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ |
| γ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας | ζ) Τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$ |
| δ) Τις συντεταγμένες της κορυφής | η) Τον τύπο της συνάρτησης $f(x)$ |

2. α) Να λύσετε την ανίσωση : $(x^3 - 2x^2) \cdot (x^2 - 2x - 3) \leq 0$.

β) Να βρείτε τις τιμές του $k \in R$ για τις οποίες η εξίσωση $x^2 - (4k^4 - 5k^2 - 9)x - 2k + 3 = 0$, έχει ρίζες αντίθετες.

3. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές A(-2,1) και B(1,4). Αν το ύψος του ΑΔ έχει εξίσωση $2x + y + 5 = 0$, να βρείτε :

- α) Την εξίσωση της πλευράς AB
β) Την εξίσωση της πλευράς ΒΓ
γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής Γ του τριγώνου ABΓ, αν η εξίσωση της πλευράς ΑΓ είναι $2x - 5y + 9 = 0$.

4. Δίνεται η εξίσωση : $\lambda x^2 + 2x + 3\lambda - 2 = 0$, όπου $\lambda \neq 0$.

α) Για ποιες τιμές του λ η πιο πάνω εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και ίσες;

β) Αν λ_1 η μεγαλύτερη τιμή του λ που προκύπτει από το ερώτημα (α), να αποδείξετε ότι οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = \lambda_1 x + 2$ και $(\varepsilon_2): y = (\lambda_1 - 2)x - k + 1$ είναι κάθετες.

γ) Να βρείτε την τιμή του k , ώστε οι πιο πάνω ευθείες να τέμνονται σε σημείο που ανήκει στον άξονα $y'y$.

5. α) Αν $x_1 = \frac{\eta\mu(360^\circ - \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \theta)}{\eta\mu(180^\circ + \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ + \theta) \cdot \varepsilon\phi(270^\circ + \theta)}$ και $x_2 = \frac{\eta\mu\theta \cdot \sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\eta\mu(\pi - \theta)}$ είναι ρίζες

εξίσωσης $2^{\text{ου}}$ βαθμού, να δείξετε ότι αυτή είναι η : $x^2 - 2\varepsilon\phi\theta \cdot x + \varepsilon\phi^2\theta = 0$.

β) Αν $\theta \in (0^\circ, 90^\circ)$, να υπολογίσετε τη γωνία θ , ώστε η εξίσωση να έχει ρίζες αντίστροφες.

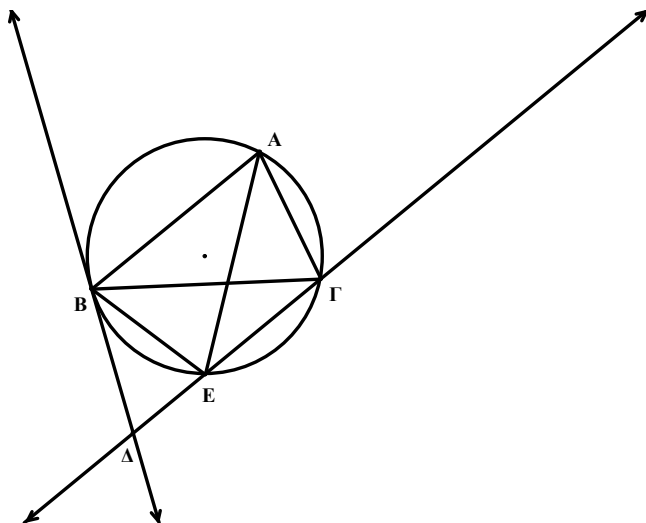
γ) Αν $\theta = \frac{\pi}{4}$, να δείξετε ότι : $\varepsilon\phi(6\theta + x) + \sigma\phi(2\theta + x) = -\frac{1}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}$.

6. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο. Φέρουμε τη $B\Delta$ εφαπτομένη του κύκλου στο B και την $\Gamma\Delta$ παράλληλη στην AB που τέμνει τον κύκλο στο E . Να δείξετε ότι :

α) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta B\Gamma$ είναι όμοια και ισχύει $(B\Gamma)^2 = (AB) \cdot (\Delta\Gamma)$

β) Τα τόξα \widehat{BE} και $\widehat{A\Gamma}$ είναι ίσα.

γ) Ισχύει $(B\Delta) \cdot (A\Gamma) = (B\Gamma) \cdot (\Delta E)$



ΤΕΛΟΣ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ΑΝΔΡΟΝΙΚΟΥ ΚΥΡΙΑΚΗ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2010

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά

Διάρκεια : 2,5 ώρες

ΤΑΞΗ : Α΄ Ενιαίου

Ημερομηνία : 14/6/2010

Οδηγίες : 1. Να γράφετε μόνο με μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι)

2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

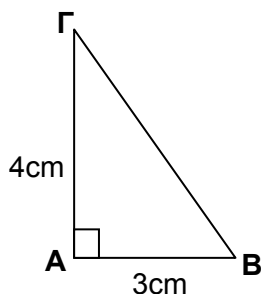
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

4. Τα σχήματα του φυλλαδίου να μεταφέρονται στη θέση που λύεται η άσκηση.

5. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **4** σελίδες**ΜΕΡΟΣ Α΄** Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

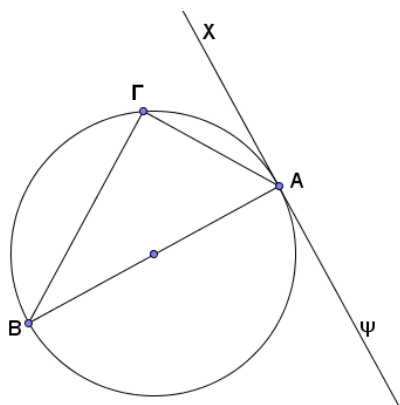
1. Να λύσετε την εξίσωση : $3x^2 + 5x + 2 = 0$
2. Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες $x_1 = -1$ και $x_2 = 5$.
3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων :
α) $\psi = 3x + 5$ και β) $\psi = \sqrt{x-1}$
4. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 3x + 2 > 0$
5. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:
α) $\frac{10}{\sqrt{5}}$ β) $\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$
6. Να βρείτε την κλίση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(-1, 3)$ και $B(2, -3)$
- 7.



Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι

 $AG = 4 \text{ cm}$ και $AB = 3 \text{ cm}$.Να υπολογίσετε τους
τριγωνομετρικούς αριθμούς : $\epsilon\phi\Gamma$, $\eta\mu B$, $\sigma\upsilon\nu B$, $\tau\epsilon\mu\Gamma$.

8.



Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι

$\hat{\Gamma A X} = 38^\circ$, AB διάμετρος και ΧΨ
εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Α.

Να υπολογίσετε τις γωνίες του

τριγώνου $\triangle AB\Gamma$

9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{4x^2 + x - 5}{x^2 + 5x - 6} =$$

10. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\eta\mu\chi + \sigma\upsilon\nu\chi)^2 - \frac{2}{\tau\epsilon\mu\chi \cdot \sigma\tau\epsilon\mu\chi} = 1$

11. Να βρείτε την τιμή του α ώστε οι ευθείες $\epsilon_1: \psi = (3\alpha+1)\chi + 5$ και $\epsilon_2: 6\alpha\chi - 3\psi = 2$ να είναι παράλληλες.

12. Χωρίς να λύσετε την εξίσωση $3\chi^2 - 2\chi + 5 = 0$, να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:
α) $\chi_1 + \chi_2 =$ β) $\chi_1\chi_2 =$ γ) $2\chi_1\chi_2 + 3\chi_1 + 2 + 3\chi_2 =$

13. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $\psi = \frac{3\chi - 6}{\chi + 2}$

14. Δίνεται η παραβολή με εξίσωση $\psi = \chi^2 - 7$.

α) Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.

β) Να ελέγξετε αν η παραβολή έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή και να βρείτε την τιμή αυτή.

15. Να δείξετε ότι τα τόξα που περιέχονται μεταξύ δυο παραλλήλων χορδών ενός κύκλου είναι ίσα.

ΜΕΡΟΣ Β Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση: $\lambda\chi^2 + (\lambda + 1)\chi + 1 = 0$, $\lambda \neq 0$

Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει :

(i) ρίζες αντίστροφες.

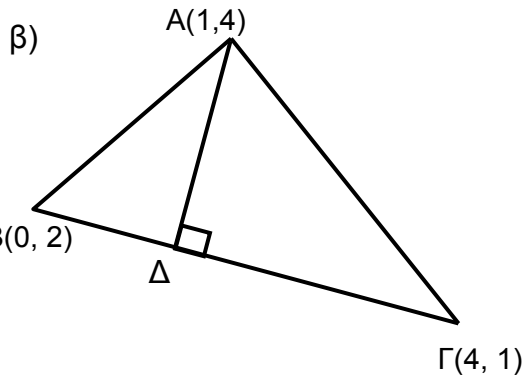
(ii) ρίζες πραγματικές και ίσες.

(iii) άθροισμα των αντιστρόφων των ριζών ίσο με 7.

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $\psi = \sqrt{\frac{(\chi+3)^2(\chi^2-3\chi-4)}{(\chi^2+3\chi+5)(-\chi+5)}}$

3. α) Αν $\eta\mu\theta = -\frac{3}{5}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{25\sigma\upsilon\nu\theta + 15\eta\mu\theta}{9\sigma\tau\epsilon\mu\theta - 4\epsilon\phi\theta}$$

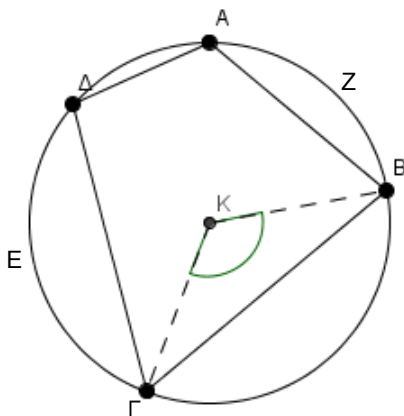


Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με κορυφές $A(1, 4)$, $B(0, 2)$ και $\Gamma(4, 1)$. Να βρείτε την εξίσωση του ύψους AD .

4. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα :

$$\frac{\sigma\upsilon\nu(-\omega) \cdot \sigma\phi(180^\circ + \omega) + \eta\mu(180^\circ - \omega)}{\eta\mu(180^\circ - \omega) \cdot \eta\mu(180^\circ + \omega) - \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \omega) \cdot \eta\mu(90^\circ - \omega)} = -\sigma\tau\epsilon\mu\omega$$

β)



Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K και το εγγεγραμμένο σε αυτόν τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$

Αν η γωνία $BK\Gamma = 130^\circ$ και τα τόξα $AZB = 80^\circ$, $\Gamma E\Delta = 110^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$

5. α) Να λύσετε το σύστημα:

$$\chi + \psi + \omega = -2$$

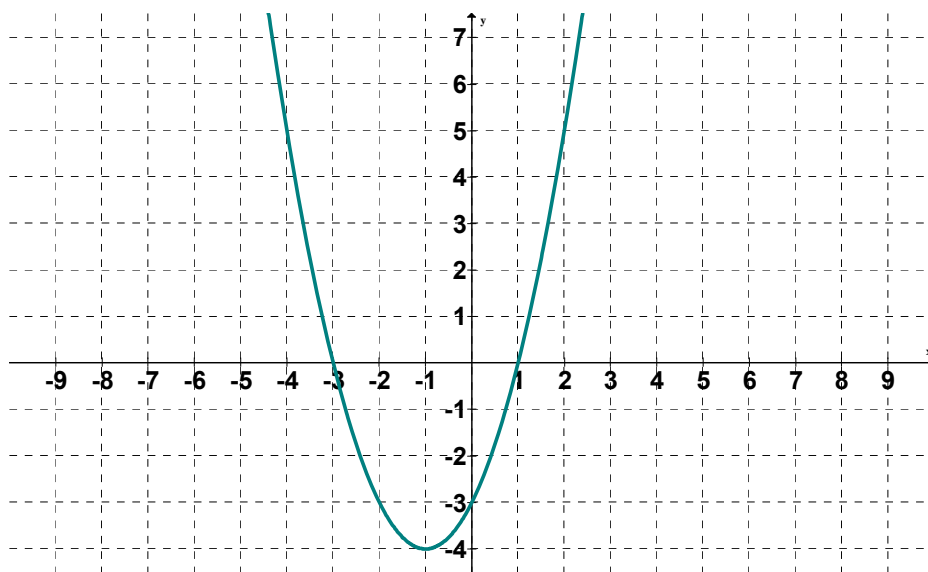
$$\chi - \omega = -2$$

$$2\chi - 3\psi + \omega = -13$$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1}{\eta\mu^2\chi} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\chi} = \tau\epsilon\mu^2\chi \cdot \sigma\tau\epsilon\mu^2\chi$

6. Το πιο κάτω σχήμα παριστάνει τη γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma \text{ με } a \neq 0$$



Να

βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης
- β) το πεδίο τιμών της συνάρτησης
- γ) τον άξονα συμμετρίας της
- δ) την τιμή του γ
- ε) το πρόσημο της παράστασης $\beta^2 - 4a\gamma$
- στ) τα $f(2)$, $f(-2)$
- ζ) τις συντεταγμένες της κορυφής της καμπύλης
- η) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- θ) τις τιμές των a και β
- ι) τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + bx + \gamma < 0$

-ΤΕΛΟΣ-

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ :

Μυρούλα Κεπερτή – Παλλαρή, ΒΔ

Αθηνά Λάντου

Χρίστος Βαλανίδης

Μυρούλα Κύζα

Εύα Τρίαρου

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ΠΑΝΤΕΛΙΤΣΑ ΜΙΧΑΗ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη : Α'

Ημερομηνία : 25/05/10

Ώρα : 10:30 -13:00

(Διάρκεια 2.30')

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 3x - 2 = 0$.
2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 5x + k - 6 = 0$. Να βρείτε την τιμή του k ώστε το $x = 1$ να είναι ρίζα της εξίσωσης.
3. Δίνεται η ευθεία ε_1 με εξίσωση $2x - 3y = 6$. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που είναι παράλληλη με την ε_1 και περνά από το σημείο $(0, -1)$.
4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $y = \frac{x-1}{x^2-4}$.
5. Να λύσετε την εξίσωση: $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$.
6. Δίνεται η εξίσωση $9x^2 - 63x + 36 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων: $A = 10x_1 + 10x_2$ και $B = (x_1 - x_2)^2$.
7. Αν $\varepsilon\phi\omega = \frac{3}{4}$ και $180^\circ < \omega < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\Gamma = \frac{10\eta\mu\omega - 8\tau\epsilon\mu\omega}{3\sigma\phi\omega}.$$

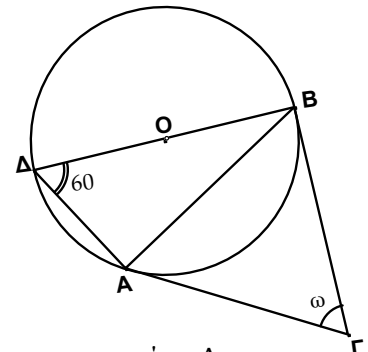
8. Εξίσωση δεύτερου βαθμού έχει ρίζες τους αριθμούς $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ και $x_2 = 2 - \sqrt{3}$.

α) Να δείξετε ότι: $\frac{x_1 x_2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. β) Να σχηματίσετε την εξίσωση με ρίζες x_1, x_2 .

9. Σε τρίγωνο ABΓ που είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R) φέρουμε το ύψος ΑΔ και τη διάμετρο ΒΕ του κύκλου. Να αποδείξετε ότι $AD \parallel GE$.

10. Το άθροισμα των εμβαδών δύο τετράγωνων σχημάτων είναι 208 cm^2 . Να βρείτε τις πλευρές των τετραγώνων αν είναι γνωστό ότι διαφέρουν κατά 4 cm.

11. Να βρείτε την γωνία ω του διπλανού σχήματος όπου $\widehat{AAB} = 60^\circ$ και ΑΓ, ΒΓ είναι εφαπτομένες του κύκλου στα σημεία Α και Β αντίστοιχα και ΒΔ διάμετρος του κύκλου.



12. Σε παραλληλόγραμμο ABΓΔ είναι $\widehat{A} = 60^\circ$ και ΔΚ διχοτόμος της γωνίας Δ που τέμνει την ΑΒ στο Κ. Αν Μ είναι μέσο της ΔΚ να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΜΔ είναι ορθογώνιο.

13. Δίνεται κύκλος (O,R) με διάμετρο ΑΒ=10 cm. Φέρουμε ακτίνα ΟΓ έτσι ώστε η γωνία $\widehat{GOB} = 60^\circ$. Στο σημείο Γ φέρουμε εφαπτομένη του κύκλου. Να υπολογίσετε:

- i) την οξεία γωνιά που σχηματίζει η ΒΓ με την εφαπτομένη του κύκλου και
- ii) το μήκος της χορδής ΑΓ.

14. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ ($AB = AG$). Από το μέσο Δ της ΒΓ φέρουμε παράλληλες προς τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ που τις τέμνουν αντίστοιχα στα σημεία Ζ και Ε. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΕΔΖ είναι ρόμβος.

15. Αν οι ρίζες της εξίσωσης: $(\beta^2 - 2\alpha\gamma)\chi^2 - 2(\alpha - \gamma)\chi + 1 = 0$ είναι ίσες, να δείξετε ότι η πιο πάνω εξίσωση μπορεί να πάρει την μορφή $(\alpha - \gamma)^2 \cdot \chi^2 - 2(\alpha - \gamma)\chi + 1 = 0$.

ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + (\mu + 2)x + \mu - 1 = 0$

(α) να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$.

(β) να βρείτε για ποιες τιμές του μ η εξίσωση έχει:

(i) ρίζες αντίθετες.

(ιι) άθροισμα ριζών τριπλάσιο από το γινόμενο τους.

2. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(x-1)(x^2+2x+3)(x^2-1)}{2x-1} \leq 0$

3. Δίδονται οι κορυφές τριγώνου ABΓ με συντεταγμένες A(2, 5), B(5, 7) και Γ(7, 4).

- α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΑΓ.
- β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ΑΒ και ΒΓ είναι κάθετες.
- γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΒΔ.
- δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ.

4. α) Να δείξετε ότι: $\frac{\epsilon\phi(180^\circ - \theta) \sigma\upsilon\nu(90^\circ + \theta) \tau\epsilon\mu(180^\circ - \theta)}{\eta\mu(180^\circ - \theta) \tau\epsilon\mu\theta} = -\epsilon\phi\theta$.

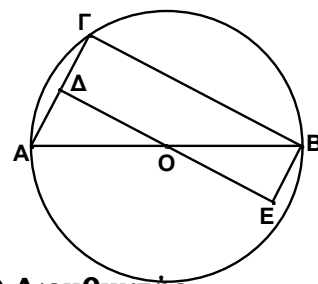
β) Να αποδείξετε ότι: $\frac{1}{\sigma\tau\epsilon\mu x - 1} - \frac{\epsilon\phi x}{\tau\epsilon\mu x + \epsilon\phi x} = 2\epsilon\phi^2 x$.

5. α) Δίνεται η παραβολή με τύπο: $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Να βρείτε:

- ι) τα σημεία τομής της με τους άξονες.
- ιι) τον άξονα συμμετρίας της.
- ιιι) το ελάχιστο σημείο της.
- β) Να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση της παραβολής.
- γ) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει: $x^2 - 4x + 3 \leq 0$.

6. Σε κύκλο (Ο, R) να πάρετε τρία σημεία Α, Β, Γ ώστε ΑΒ να είναι διάμετρος. Από το μέσο Δ της ΑΓ να φέρετε την ΔΟ και να την προεκτείνετε ώστε ΔΟ = ΟΕ. Να δείξετε ότι:

- α) το ΔΓΒΕ είναι ορθογώνιο.
- β) ΔΒ = ΑΕ.



Οι Εισηγητές

Ιωάννου Γιάννης

.....

Λοΐζου Μαρία

.....

Δημητριάδης Κωνσταντίνος

.....

Μαλάη Καλλιόπη

.....

Αβερκίου Αναστασία

.....

Χριστοδούλου Κυριακή

.....

Ο Συντονιστής

Δημήτρης Παπαμιλιτιάδης

Ο Διευθυντής

Γεώργιος Ζερβίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 2 Ιουνίου 2010
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : 5

ΤΑΞΗ: Α΄ Ενιαίου
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες
ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ: 275

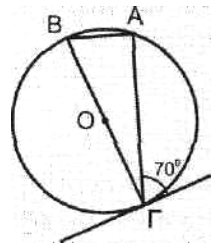
Οδηγίες: (α) Να γράφετε με μπλε μελάνι.
(β) Επιτρέπεται η χρήση εγκεκριμένης υπολογιστικής μηχανής.
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
(δ) Τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α΄ :

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Να λύσετε την εξίσωση $x^2 + 5x + 6 = 0$.
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{3x - 5}{x + 1}$.
3. Να υπολογίσετε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$,
αν η εξίσωση $(\alpha - 1)x = \beta - 5$, έχει άπειρες λύσεις.
4. Να βρείτε το κ , αν η ευθεία με εξίσωση $(\kappa - 1)x + 2y = 9$ περνά από το σημείο $A(3,0)$.
5. Να βρείτε την εξίσωση δευτέρου βαθμού που έχει ρίζες, $x_1 = +3$ και $x_2 = -2$.
6. Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔZE είναι όμοια,
με $AB = 5 \text{ cm}$, $B\Gamma = 7 \text{ cm}$, $A\Gamma = 9 \text{ cm}$ και $\Delta E = 2 \text{ cm}$.
Η ΔE είναι ανάλογη με την AB και η EZ ανάλογη της $B\Gamma$.
Να υπολογίσετε τις πλευρές EZ , ΔZ .
7. Να αποδείξετε την ταυτότητα $\varepsilon\varphi\omega + \sigma\varphi\omega = \frac{1}{\eta\mu\omega\sigma\eta\omega}$.
8. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 + x + 1 = 0$, χωρίς να λυθεί να βρείτε:
α) το γινόμενο των ριζών της.
β) την τιμή του μ αν $\mu - x_1 = x_2$.

9. Να υπολογίσετε τις γωνίες του εγγεγραμμένου τριγώνου $AB\Gamma$ στον κύκλο (O,R) , όπως φαίνεται στο σχήμα, αν η εφαπτομένη του κύκλου στο Γ , σχηματίζει γωνία 70° με τη χορδή $A\Gamma$.
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



10. Αν για $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$ (ακέραιοι αριθμοί), ισχύουν οι σχέσεις,

$$\alpha + 3\beta = 2 \text{ και } 5\alpha^2 + \beta^2 = 6, \text{ να δείξετε ότι } \alpha^{2010} + \beta^{2010} = 2.$$

11. Να βρείτε για ποιες τιμές του x , ($x \in \mathbb{R}$) ισχύει η σχέση $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9} \leq 0$.

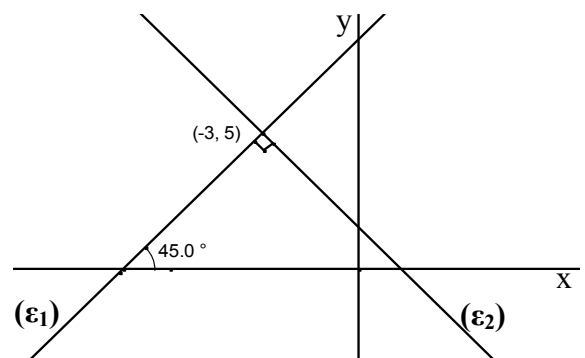
12. Δίδεται η εξίσωση $x^2 + \Delta x + \Delta - 1 = 0$, όπου Δ η διακρίνουσα της.
Να υπολογίσετε τις τιμές του Δ .

13. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$).

Προεκτείνουμε την BA κατά τμήμα $AD=AB$ και την ΓA κατά τμήμα $AE=AG$.

Να δείξετε ότι το $B\Gamma\Delta E$ είναι ορθογώνιο.

14. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών ϵ_1 και ϵ_2 που φαίνονται στο σχήμα.



15. Να δείξετε ότι : $\frac{\eta\mu(180^\circ + \alpha)\sigma\upsilon\nu(270^\circ - \alpha)\epsilon\phi(90^\circ + \alpha)}{\eta\mu(360^\circ - \alpha)} = \sigma\upsilon\nu\alpha$

ΜΕΡΟΣ Β΄ :

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - (\lambda - 2)x + \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$ με ρίζες x_1 και x_2 .

Να βρείτε την τιμή του λ αν :

α) το άθροισμα των ριζών της ισούται με 5

β) έχει ρίζες αντίθετες

γ) έχει ρίζες αντίστροφες

δ) ισχύει η σχέση $\frac{x_1 + 1}{x_2} + \frac{x_2 + 1}{x_1} = -2$

2. Δίδεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB=2B\Gamma$.

Από την κορυφή A φέρουμε την AE κάθετη στη $B\Gamma$.

Φέρουμε τη ZE , όπου Z το μέσο του $\Gamma\Delta$ και έστω H το μέσο του AB .

Να αποδειχθεί ότι :

i) Το τετράπλευρο $HB\Gamma Z$ είναι ρόμβος.

ii) $HZ=HE=HB$

iii) Η EZ διχοτομεί τη γωνιά $H\hat{E}\Gamma$.

3. Δίδεται η εξίσωση $36x^4 + 5x^2 - 1 = 0$ (1)

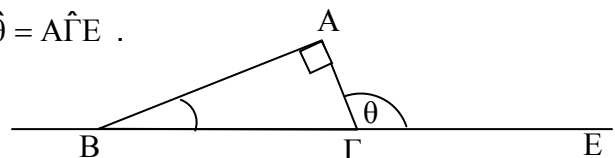
α) Να δείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης (1) είναι $x_1 = \frac{1}{3}$ και $x_2 = -\frac{1}{3}$.

β) Αν συν α με $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, είναι ρίζα της (1)

να υπολογίσετε τις τιμές του $\eta\mu\alpha$ και της $\epsilon\phi\alpha$.

γ) Δίδεται το σχήμα 1, αν $\sin(\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}) = \sin \alpha$, όπου $\sin \alpha$ ρίζα της εξίσωσης (1),

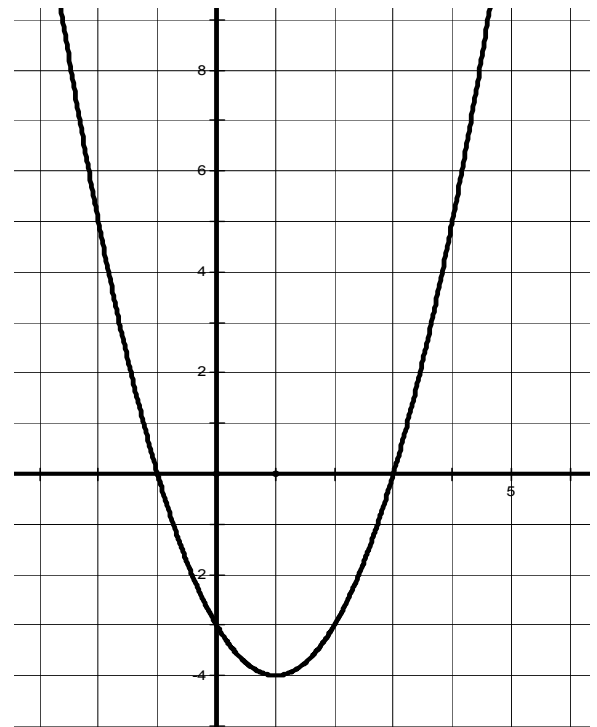
να υπολογίσετε την $\sigma\tau\epsilon\mu\theta$, όπου $\hat{\theta} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E}$.



4. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού της $f(x)$
- (β) το πεδίο τιμών της $f(x)$
- (γ) το πρόσημο του a
- (δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (ε) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (στ) το πρόσημο της διακρίνουσας του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$ (δικαιολογήστε την απάντησή σας)
- (ζ) τις τιμές των a, b, γ
- (η) τις συντεταγμένες του ακρότατου και να το χαρακτηρίσετε (μέγιστο ή ελάχιστο)
- (θ) το πρόσημο των : $f(-2010)$ και $f(2010)$
- (ι) τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + bx + \gamma \leq 0$.



5. Από ένα σημείο M εκτός κύκλου (O, ρ) φέρνουμε την ευθεία $MAO\Gamma$, A, Γ σημεία του κύκλου και τη MB εφαπτομένη του κύκλου στο B .

Αν $\widehat{AB} = 60^\circ$

- α) Να υπολογίσετε την γωνία AMB
- β) Αν η εφαπτομένη στο Γ τέμνει την MB στο Λ ,
να δείξετε ότι το τρίγωνο $B\Lambda\Gamma$ είναι ισόπλευρο.
- γ) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $M\Gamma\Lambda$ είναι όμοια.
- δ) Αν η ακτίνα του κύκλου είναι 5cm ,
να υπολογίσετε τις πλευρές των τριγώνων $AB\Gamma$ και $M\Gamma\Lambda$.

6. Δίδονται οι ευθείες $(\varepsilon_1) \quad y = \lambda^2 x - \lambda$ και $(\varepsilon_2) \quad y = (\lambda - 1)x + 1$.

i) Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι παράλληλες.

ii) Να δείξετε ότι το κοινό τους σημείο $(x_0, y_0) = \left(\frac{\lambda + 1}{\lambda^2 - \lambda + 1}, \frac{2\lambda^2 - \lambda}{\lambda^2 - \lambda + 1} \right)$.

iii) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε $x_0 + y_0 \geq 1$.

ΛΥΚΕΙΟ ΕΘΝΟΜΑΡΤΥΡΑ ΚΥΠΡΙΑΝΟΥ
ΣΤΡΟΒΟΛΟΥ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2009-2010

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Α΄

Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

Ημερομηνία: 25-05-2010

Ονοματεπώνυμο: _____ Τμήμα: ____ Αριθμός: ____

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **13 σελίδες**.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε **μόνο με πέννα μαύρη ή μπλε** (τα σχήματα με μολύβι).
γ) **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **5 μονάδες**.

1. Να λύσετε το σύστημα:
- $$\begin{aligned} -x + \psi + \omega &= 1 \\ x - \psi + \omega &= 5 \\ x + \psi - \omega &= 3 \end{aligned}$$

2. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + x - 10 = 0$.

3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{x}{3-x}$.

4. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 8x + 12 < 0$.

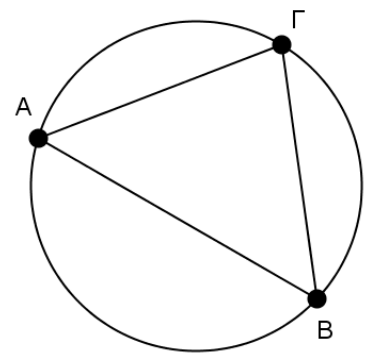
5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(2, 2)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $2y - 8x + 1 = 0$.

6. Αν $\varepsilon\phi\omega = -\frac{12}{5}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνιάς ω .

7. Να σχηματίσετε εξίσωση $2^{\text{ου}}$ βαθμού με ρίζες τους αριθμούς $2, -9$.

8. Να λύσετε την εξίσωση $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

9. Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα τόξα $\widehat{B\Gamma} = 100^\circ$,
 $\widehat{AB} = 3x$ και $\widehat{A\Gamma} = 2x$.
Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.



10. Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{aligned} 2x + \psi &= 4 \\ x^2 + \psi^2 &= 5 \end{aligned}$$

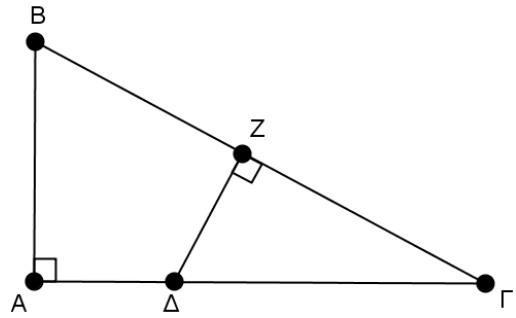
11. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : 4x + (\kappa - 3)\psi = 5$ και $\varepsilon_2 : \psi = (\kappa + 1)x + 4$. Να βρείτε το $\kappa \in R$ ώστε οι ευθείες να είναι κάθετες.

12. Στο διπλανό σχήμα δίνεται $AB\Gamma$
 ($\hat{A} = 90^\circ$) ορθογώνιο τρίγωνο.

α) Να αποδείξετε τη σχέση:

$$(A\Gamma)(\Delta\Gamma) = (B\Gamma)(\Gamma Z)$$

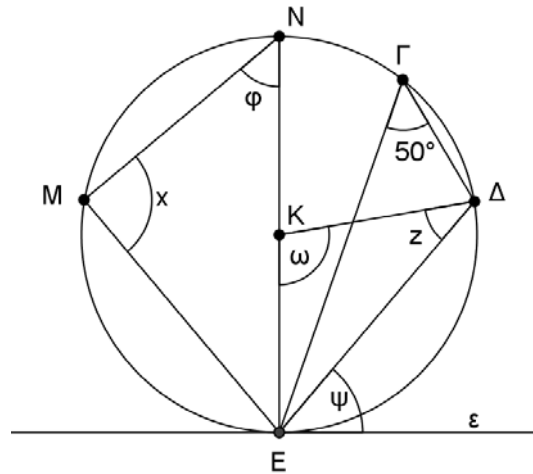
β) Αν $A\Delta = 2\text{cm}$, $\Delta\Gamma = 4\text{cm}$ και
 $\Gamma Z = 3\text{cm}$, να βρείτε το μήκος του BZ .



13. Να δείξετε ότι ισχύει η ταυτότητα $\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} - \sigma\tau\epsilon\mu x = \sigma\phi x$.

14. Στο διπλανό σχήμα δίνεται:
κύκλος με κέντρο K και διάμετρο NE,
(ε) εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο E,
 $\widehat{ME} = \widehat{DE}$ και $\widehat{E\Gamma\Delta} = 50^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες φ , x , ψ , z και ω
(να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



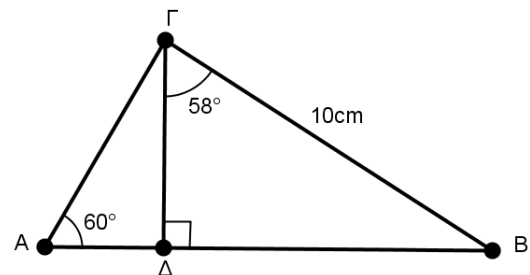
15. Στο διπλανό σχήμα δίνονται $B\Gamma = 10\text{cm}$,
 $\hat{A} = 60^\circ$ και $\hat{\Delta\Gamma B} = 58^\circ$. Να υπολογίσετε το
εμβαδόν του τριγώνου ABΓ, με προσέγγιση
ενός δεκαδικού ψηφίου.

Δίνονται:

$$\eta\mu 58^\circ = 0,85$$

$$\sigma\upsilon\nu 58^\circ = 0,53$$

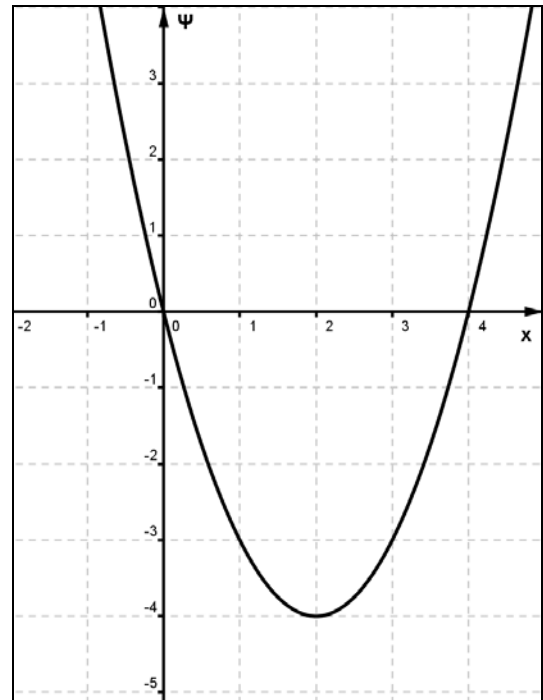
$$\epsilon\phi 58^\circ = 1,60$$



**ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

1. Από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης
 $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ να βρείτε :

- α) το πεδίο ορισμού της $f(x)$
- β) το πεδίο τιμών της $f(x)$.
- γ) το πρόσημο του a
- δ) το πρόσημο της διακρίνουσας
- ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- στ) τις συντεταγμένες του ακρότατου
και να το χαρακτηρίσετε.
- ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
- η) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \geq 0$
- θ) την τιμή του γ
- ι) τον τύπο της $f(x)$



2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (2\mu + 1)x + \mu^2 - 3 = 0$. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης να βρείτε τις τιμές του $\mu \in R$ για κάθε μια από τις πιο κάτω σχέσεις:

α) $x_1 = -1$

β) $x_1 = x_2$

γ) $x_1 \cdot x_2 = 6$

δ) $x_1^2 + x_2^2 = 7$

3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $A(3,2)$ και $B(-1,-2)$.

Να βρείτε:

α) την κλίση της AB

β) την εξίσωση της πλευράς $A\Gamma$

γ) τις συντεταγμένες του Γ , αν το σημείο Γ βρίσκεται και πάνω στην ευθεία $3x - y = 11$.

4. α) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{x^2(x^2+1)(x^2-5x+6)(5-2x)}{x^2-16} \leq 0$.

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\eta\mu^2x(1+\sigma\phi^2x)+\sigma\nu\nu^2x(1+\varepsilon\phi^2x)=2$.

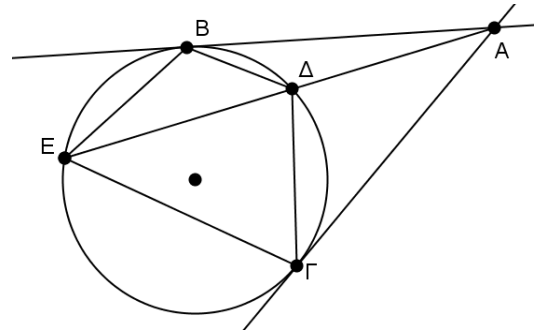
5. Αν $\frac{\eta\mu(180^\circ + \theta)\eta\mu(360^\circ - \theta) + \epsilon\phi(90^\circ - \theta)\epsilon\phi(-\theta)}{\eta\mu(360^\circ + \theta)\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta)} = \sqrt{2}$, να δείξετε ότι:

α) $\sigma\phi\theta = \sqrt{2}$

β) η εξίσωση $3x^2 - 5x + \sigma\tau\epsilon\mu^2\theta = 0$ έχει ρίζες αντίστροφες.

6. Από σημείο A εκτός κύκλου φέρουμε τα εφαπτόμενα ευθύγραμμα τμήματα AB , $A\Gamma$ και μια τέμνουσα ADE του κύκλου.
Να αποδείξετε ότι:

- (α) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και ABE είναι όμοια.
(β) τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $A\Gamma E$ είναι όμοια.
(γ) ισχύει η σχέση $(B\Delta)(\Gamma E) = (BE)(\Gamma\Delta)$.



Ο Διευθυντής:

Σωτήρης Σεργίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 4/6/2010

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30'

ΤΑΞΗ: Α'

ΩΡΑ: 7.45' - 10.15'

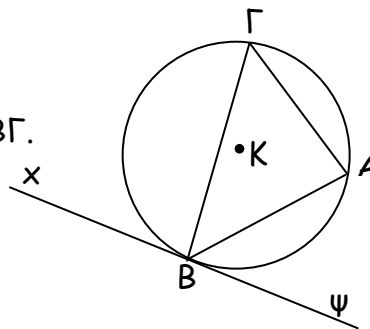
ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι(τα σχήματα επιτρέπονται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες από τις 100.

- 1) Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 + 5x - 2 = 0$.
- 2) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 3x + 4 = 0$, να υπολογίσετε, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, την τιμή της παράστασης: $A = x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2$.
- 3) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $y = \frac{3x - 2}{x + 2}$
- 4) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(1,2)$ και έχει κλίση $\lambda = -3$.
- 5) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $x_1 = -\frac{1}{2}$ και $x_2 = 3$.
- 6) Να βρείτε την τιμή του μ ($\mu \in \mathbb{R}$), ώστε η εξίσωση $x^2 - 2x + \mu - 1 = 0$ να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.
- 7) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} 2x + y &= 1 \\ y + x^2 &= 4 \end{aligned}$$
- 8) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\text{συν}\omega \cdot \text{εφ}\omega}{\eta\mu\omega} + \frac{\eta\mu\omega \cdot \text{σφ}\omega}{\text{συν}\omega} = 2$
- 9) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$). Από τυχαίο σημείο E της $A\Gamma$ φέρουμε την $ΕΔ$ κάθετη πάνω στη $B\Gamma$. Να δείξετε ότι $(\Delta E)(A\Gamma) = (\Delta\Gamma)(AB)$.

- 10) Δίνεται ο κύκλος (K, R) και η εφαπτομένη $\chi\psi$ του κύκλου στο σημείο B . Αν $\widehat{AB\psi} = \omega$, $\widehat{AB\Gamma} = \omega - 10^\circ$ και $\widehat{B\chi\Gamma} = \omega + 25^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.



- 11) Αν $\sin \omega = -\frac{15}{17}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{15\epsilon\mu\omega + 5}{34\eta\mu\omega + 8\sigma\phi\omega}$$

- 12) Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{3x^2 + 13x - 10}{2x^2 - 50}$

- 13) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\frac{\sigma\tau\epsilon\mu\theta \cdot \eta\mu(180^\circ - \theta) \cdot \sigma\upsilon\upsilon(90^\circ + \theta)}{\eta\mu(90^\circ - \theta) \cdot \epsilon\phi(180^\circ + \theta)}$$

- 14) Να υπολογίσετε την τιμή του κ έτσι ώστε η ευθεία που περνά από τα σημεία $A(2,5)$ και $B(1,\kappa)$ να είναι κάθετη στην ευθεία $2\psi - \chi - 3 = 0$.

- 15) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $y = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$

ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες από τις 100.

- 1) Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (2\mu - 1)x + \mu = 0$, με πραγματικές ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε την τιμή του μ ώστε:

α) η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες

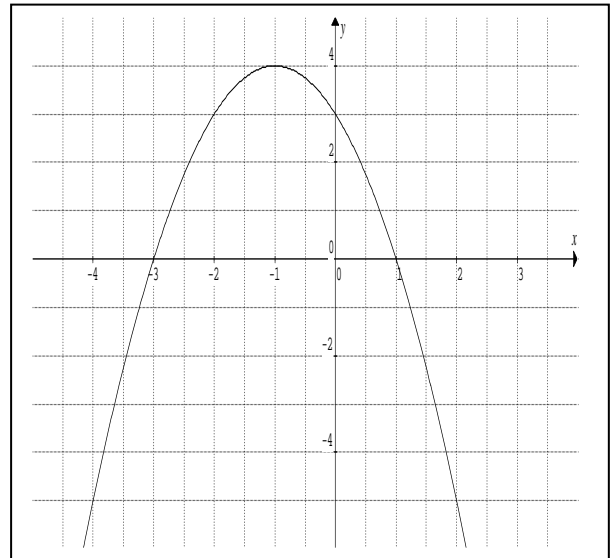
β) η μια ρίζα της να είναι το -2

γ) να ισχύει η σχέση: $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -10$

- 2) α) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(1-x)^2(2x^2+3)}{x^2-x-2} \leq 0$

β) Να βρείτε το είδος των ριζών της εξίσωσης $x^2 - 2\mu x + \mu^2 + 4\lambda^2 + 1 = 0$

- 3) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης: $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.
Να βρείτε με τη βοήθεια του σχήματος τα πιο κάτω:



- i) α) το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(x)$
 β) το πρόσημο του a
 γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της καμπύλης
 δ) το πρόσημο του Δ
 ε) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
 ii) α) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) < 0$
 β) τις τιμές των a , b και γ

- 4) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(1,2)$, $B(4,3)$ και $\Gamma(3,1)$. Από την κορυφή A του τριγώνου να φέρετε ευθεία παράλληλη προς τη $B\Gamma$, που τέμνει την προέκταση του ύψους $\Gamma\Delta$ στο E .

Να βρείτε:

- α) την εξίσωση του ύψους $\Delta\Gamma$
 β) την εξίσωση της ευθείας AE
 γ) τις συντεταγμένες του σημείου E

- 5) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο με διάμετρο AB . Στο σημείο A φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου. Η διχοτόμος της γωνίας B τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο Δ , τον κύκλο στο Σ και την εφαπτομένη στο E .

Να δείξετε ότι:

- α) Η $A\Sigma$ είναι διχοτόμος της $\widehat{E\Delta\Gamma}$
 β) $(\Gamma B)(\Sigma E) = (\Gamma \Delta)(\Sigma A)$

- 6) Να δείξετε ότι:

α)
$$\frac{1 + \sigma\upsilon\nu\chi}{\eta\mu\chi} + \frac{\eta\mu\chi}{1 + \sigma\upsilon\nu\chi} = \frac{2}{\eta\mu\chi}$$

β)
$$\frac{\sigma\varphi\alpha}{\sigma\tau\epsilon\mu^2\alpha} + \frac{\eta\mu^3\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = \epsilon\varphi\alpha$$

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ν.ΠΑΠΑΠΕΤΡΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΤΑΞΗ Β΄

Ημερομηνία 3/6/2010

Χρόνος: 2.30΄

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε μόνο με μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να λύσετε μόνο τα δώδεκα (12). Κάθε θέμα βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{x}{x^2 - 16}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

2. Να υπολογίσετε τα όρια :

α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2x + 5)$

β) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9}$

3. Να λύσετε την εξίσωση $2\eta\mu x = 1$

4. Σε γεωμετρική πρόοδο $a_4 = 1$ και $\lambda = \frac{1}{2}$. Να βρείτε :

α) τον πρώτο όρο a_1

β) το άθροισμα των άπειρων όρων Σ_{∞} .

5. Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων

α) $\psi = x^3 - 4\sqrt{x} + \frac{2}{x}$

β) $\psi = \frac{x+3}{1-x^2}$

6. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και της κάθετης της καμπύλης με εξίσωση $2x^2 - 2x\psi - \psi^2 + x = 0$ στο σημείο της A(1,1).

7. Να βρείτε το πεδίο τιμών της $\psi = \frac{4x^2 + 1}{2x}$, $x \in \mathbb{R} - \{0\}$

8. Να λύσετε την εξίσωση $\log(1 + e^x) - \log 2 = 1 - x \log e$

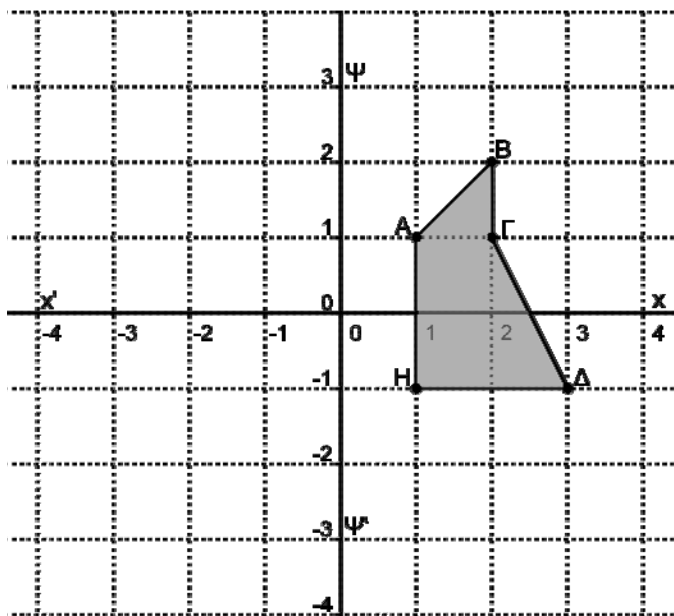
9. Να δείξετε ότι : $\frac{\eta\mu\alpha + 2\eta\mu 3\alpha + \eta\mu 5\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha - \sigma\upsilon\nu 5\alpha} = \sigma\phi\alpha$
10. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(−3, 2), Β(1, −3) και Γ(− $\frac{1}{4}$, 0). Να υπολογίσετε :
- το μήκος του ύψους που αντιστοιχεί στην πλευρά ΒΓ
 - το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
11. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ακμή βάσης ίση με τα $\frac{6}{7}$ του παράπλευρου ύψους της. Αν το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της είναι $84m^2$, να υπολογίσετε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας και τον όγκο της.
12. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu e^x$, $x \in \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι $\frac{f'(x) - f''(x)}{e^{2x}} = f(x)$
13. Η γενέτειρα κώνου σχηματίζει με τη βάση του γωνία 60° . Αν το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του ισούται με $32\pi m^2$ να βρείτε:
- τη γενέτειρα λ
 - τον όγκο του κώνου.
14. Να λύσετε την εξίσωση $2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^6 \cdots 2^{2x} = (0,25)^{-36}$
15. Η ευθεία $\varepsilon : (4\alpha + 1)x + 3\alpha y = 8\alpha + 1$ τέμνει τους θετικούς ημιάξονες $οx$ και $οy$ στα σημεία Α και Β αντίστοιχα. Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε να ισχύει η σχέση $\frac{1}{(OA)} + \frac{1}{(OB)} = \frac{5}{6}$.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα έξι (6) θέματα να λύσετε μόνο τα τέσσερα (4). Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

- Αν ο αριθμός x είναι η ακέραια ρίζα της εξίσωσης $1 + \log_2 x = 2 \log_x 2$, να βρείτε το x και να δείξετε ότι :
 - οι αριθμοί $\log_3 x, \log_3 3x, \log_3 9x, \dots$ σχηματίζουν αριθμητική πρόοδο
 - $\Sigma_{10} = 45 + 5 \log_3 4$.

2. Το πολύγωνο ΑΒΓΔΗΑ περιστρέφεται πλήρως γύρω από τον άξονα $\psi\psi'$. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται. (Για το σχήμα δίνεται τετραγωνισμένο χαρτί.)



3. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ και $g(x) = \sqrt{x + 5}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $f(x)$ και $g(x)$

β) Να ορίσετε τις συναρτήσεις: $\frac{f}{g}$ και $f \circ g$

γ) Να δείξετε ότι: $(25 - x^2) \cdot \frac{d^2 f}{dx^2} - x \cdot \frac{df}{dx} + f(x) = 0$.

4. Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ. Οι συντεταγμένες μιας κορυφής του είναι $(-3, 1)$ και οι εξισώσεις δύο πλευρών του είναι $4x - 3y = 10$ και $3x + 4y - 20 = 0$. Να βρείτε:

α) τις εξισώσεις των διαγωνίων του

β) τις συντεταγμένες των κορυφών του.

5. i) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu^3 x \cdot \eta\mu x - \eta\mu^3 x \cdot \sigma\upsilon\nu x$, $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$

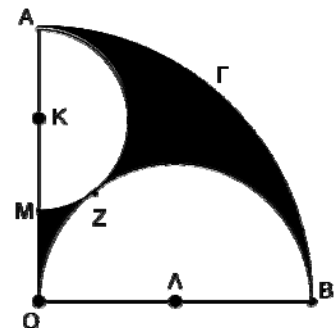
α) Να δείξετε ότι $f(x) = \frac{\eta\mu 4x}{4}$

β) Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4f(x)}{x^2 + 3x}$

ii) Να λύσετε την εξίσωση $2 \log \left(\sqrt{2} \sigma\upsilon\nu \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right) \right) = \log(\sigma\upsilon\nu 2x)$ όταν $x \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$

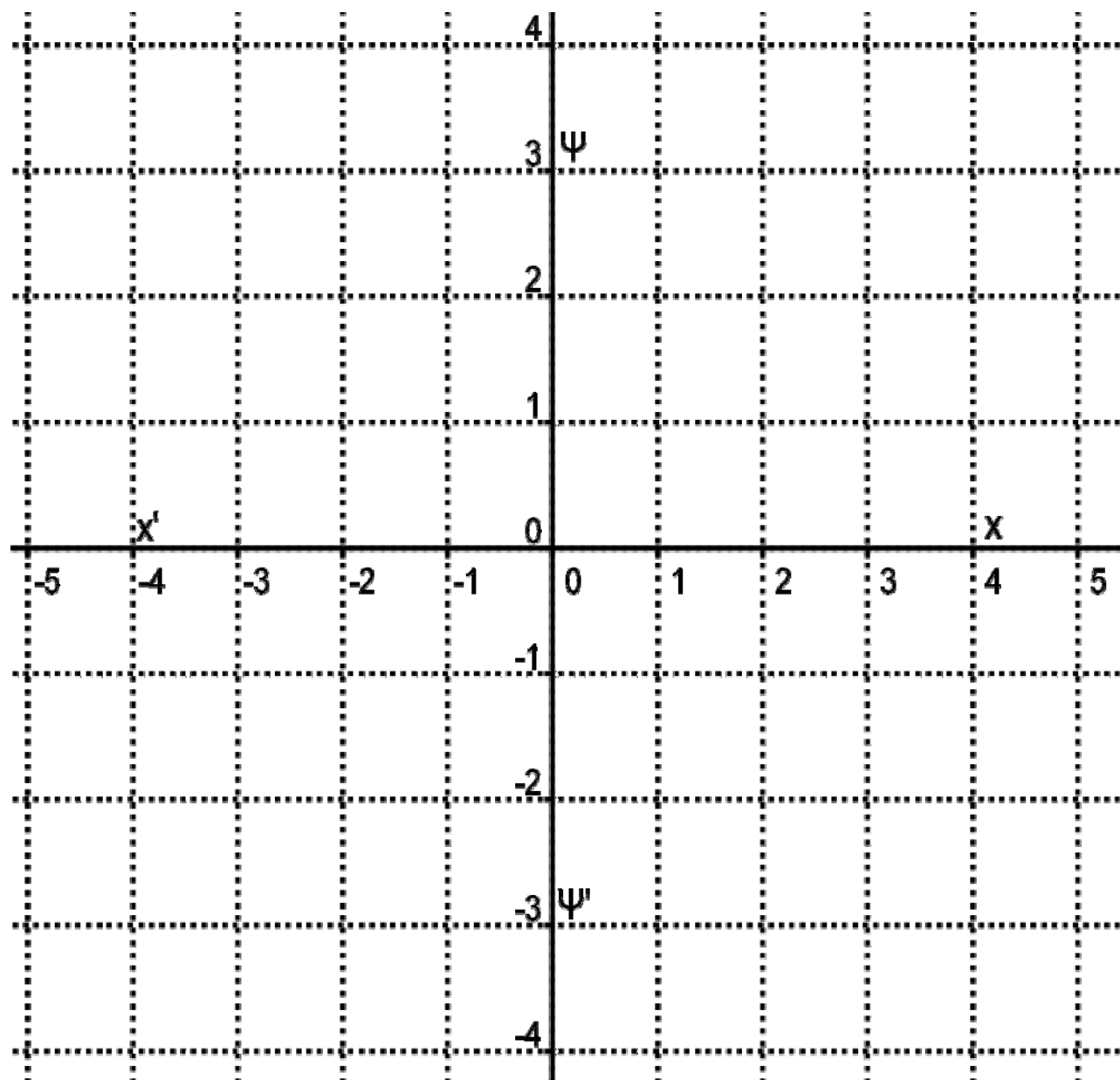
6. i) Η καμπύλη $\kappa_1 : \psi = \alpha x^2 + \beta x + 4$ περνά από το σημείο $A(1, 2)$. Η εφαπτομένη της καμπύλης κ_1 στο A είναι παράλληλη με την εφαπτομένη της καμπύλης $\kappa_2 : \psi = 6x + \ln(1 + x^2)$ στο σημείο της με τετμημένη $x = 1$. Να βρείτε τα α και β .

ii) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ΟΑΓΒ τεταρτοκύκλιο με κέντρο Ο και ακτίνα 2α και τα ημικύκλια με διαμέτρους ΟΒ και ΑΜ. Αν τα ημικύκλια εφάπτονται στο Ζ, να υπολογίσετε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής συναρτήσει του α .



Ο Διευθυντής

Λουκάς Ορφανίδης



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010**ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ)****ΤΑΞΗ : Β΄**

Ημερομηνία : 25 / 05 / 2010

Ώρα Έναρξης: 7:30 π.μ.

Χρόνος : 2,5 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες
συμπεριλαμβανομένου του τυπολογίου.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{5x+1}{(x+2)(x-1)}$.

2. Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+5x+6}{2x^2+7}$.

3. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ των συναρτήσεων:

(α) $y = \ln(x^2+1) + \eta\mu 3x$ (β) $x^2 + \psi^2 = 4$.

4. Το άθροισμα του δεύτερου και του όγδοου όρου αριθμητικής προόδου είναι ίσο με 22. Αν ο έκτος όρος της ισούται με 14, να βρείτε το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της.

5. Να επιλύσετε το τρίγωνο ΑΒΓ, αν $E = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $\gamma = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, $\alpha = 8 \text{ cm}$, $\hat{B} < 90^\circ$.

6. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$, με πεδίο ορισμού $x \geq 3$. Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της f^{-1} .

7. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης ίση με 6 cm. Αν το παράπλευρο ύψος της σχηματίζει γωνία 60° με το επίπεδο της βάσης, να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της.

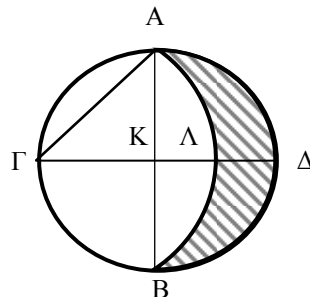
8. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu 2\alpha + \eta\mu 4\alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha + \sigma\upsilon\nu 4\alpha} = \epsilon\phi 2\alpha$.

9. Δίνονται οι ευθείες (ϵ_1) : $3x - 4\psi + 8 = 0$ και (ϵ_2) : $-6x + 8\psi - 3 = 0$.

α) Να δείξετε ότι οι ευθείες είναι παράλληλες.

β) Να υπολογίσετε την απόστασή τους.

10. Στον κύκλο (K,R) οι διάμετροι AB και $\Gamma\Delta$, είναι μεταξύ τους κάθετες. Με κέντρο το σημείο Γ και ακτίνα την ΓA , φέραμε τόξο $A\Lambda B$. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του μηνίσκου $A\Delta B\Lambda$ είναι ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



11. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\beta + \gamma = 4R\sigma\upsilon\nu \frac{A}{2}$, να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

12. Δίνεται κύλινδρος με εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $24\pi \text{ cm}^2$ και ύψος τριπλάσιο της ακτίνας της βάσης του. Στον κύλινδρο εγγράφουμε κανονικό τριγωνικό πρίσμα (με το ίδιο ύψος). Να βρείτε τον όγκο του στερεού που βρίσκεται μεταξύ του κυλίνδρου και του πρίσματος.

13. Αν $f(x) = \sqrt{x-2}$ και $g(x) = x^2 - 5x + 6$, να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού τους,

β) τον τύπο και το πεδίο ορισμού της $g \circ f$.

14. Να λύσετε την εξίσωση: $\left[4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} - \frac{1}{243} + \dots \right) \right]^{2\log_3 x} = \log 100^x + 3$.

15. Η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης $\alpha x^2 + \beta \psi^2 x = \ln(x^2 - 3) + 1$ στο σημείο της $A(2, -1)$ είναι παράλληλη με την ευθεία $x + \psi = 5$. Να υπολογίσετε τα α και β ($\alpha, \beta \in \mathbb{R}$).

ΜΕΡΟΣ Β'

➤ Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

➤ Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση: $\log \frac{1}{3} + (1 + 2x) \log 3 - \log(6 + 3^x) = 0$.

Να δείξετε ότι η πιο πάνω εξίσωση μετασχηματίζεται στην εξίσωση:

$3^{2x} - 3^x - 6 = 0$ και στη συνέχεια να τη λύσετε.

2. Παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ έχει κορυφές $B(-3,-1)$ και $\Delta(3,-3)$. Η $A\Delta$ έχει εξίσωση: $\psi = -2x + 3$, ενώ η AB έχει εξίσωση: $4x - 3\psi + 9 = 0$.

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και Γ και την εξίσωση της ευθείας $A\Gamma$.
- β) Να υπολογίσετε το μήκος της $\Gamma\Delta$.
- γ) Να υπολογίσετε την απόσταση της κορυφής A από την ευθεία $\Gamma\Delta$.
- δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.

3. α) Δίνεται η συνάρτηση $\psi = xe^{2\alpha x}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Αν $\frac{d\psi}{dx} = 0$ για $x = -\frac{1}{4}$ να δείξετε ότι $\alpha = 2$.

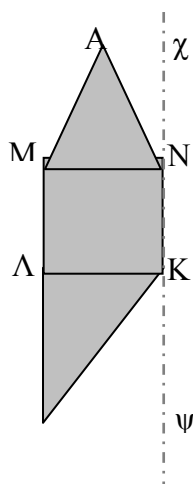
β) Δίνεται η συνάρτηση $\psi = xe^{4x}$.

i) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της στο σημείο της με τετμημένη $x = 1$

ii) Να δείξετε ότι: $\frac{e^{4x}}{2} \frac{d^2\psi}{dx^2} - \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 + 16\psi^2 = 3e^{8x}$.

4. Σε αριθμητική και γεωμετρική πρόοδο με θετικούς όρους, η διαφορά της αριθμητικής προόδου ισούται με το λόγο της γεωμετρικής προόδου. Ο πρώτος όρος της αριθμητικής προόδου είναι διπλάσιος του πρώτου όρου της γεωμετρικής και ο 17^{ος} όρος της αριθμητικής προόδου ισούται με το τετράγωνο του πρώτου όρου της γεωμετρικής. Αν το άθροισμα των απείρων όρων της γεωμετρικής προόδου ισούται με τον πρώτον όρο της αριθμητικής, να βρείτε τις δύο προόδους.

5. Δίνεται τετράγωνο $K\Lambda MN$ με πλευρά 8cm , ορθογώνιο τρίγωνο $\Lambda K\Xi$ με υποτείνουσα $K\Xi = 10\text{cm}$ και ισοσκελές τρίγωνο ANM με $AM = AN = 5\text{cm}$. Το σχήμα στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα $\chi\psi$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που σχηματίζεται.



Ξ

6. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $2\sigma\upsilon\nu^2 B + \sigma\upsilon\nu B + \sigma\upsilon\nu(A - \Gamma) = 2$, να δείξετε ότι οι πλευρές του αποτελούν διαδοχικούς όρους Γ.Π.

Ο Διευθυντής

(Σοφοκλή Χαράλαμπος)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26/5/2010

ΤΑΞΗ: Β' Κατεύθυνση

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).

Επιτρέπεται η χρήση εγκεκριμένης υπολογιστικής μηχανής.

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το γραπτό αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ 12.**Κάθε ορθό θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα $\frac{x+5}{(x-1)(x+2)}$
2. Να υπολογίσετε το όριο : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 - x^2 - 2x}{x^3 + 2x^2 - 1}$
3. Να λύσετε την εξίσωση : $2\eta\mu 2x = 1$
4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x-1}{3x+9}$.
Να βρείτε :
α) το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της συνάρτησης.
β) την αντίστροφη συνάρτηση $f^{-1}(x)$ και την τιμή της $f^{-1}(3)$.
5. Να βρεθούν τρεις διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου α, β, γ των οποίων το άθροισμα των άκρων όρων είναι 50 και η διαφορά αυτών είναι 10.
6. Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων : α) $\psi = \ln(2x) + \sigma\upsilon\nu x$
β) $\psi = e^{-x} \cdot \eta\mu 3x$
7. Το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας κυλίνδρου ισούται με το εμβαδό της βάσης του και ο όγκος του είναι $256\pi \text{ cm}^3$. Να υπολογίσετε το εμβαδό της ολικής επιφάνειας του.
8. Σε Γεωμετρική Πρόοδο το τετράγωνο του τρίτου της όρου ισούται με τον πέμπτο όρο της, ενώ ο πέμπτος της όρος είναι 27πλάσιος του δεύτερου όρου της. Να υπολογίσετε το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της Γεωμετρικής Προόδου.
9. Μία κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει παράπλευρο ύψος $3\sqrt{2} \text{ cm}$.
Αν η γωνία κλίσης του παράπλευρου ύψους με το επίπεδο της βάσης είναι 45° , να υπολογίσετε : (α) τον όγκο της πυραμίδας
(β) το εμβαδό της ολικής επιφάνειας της.

10. Δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές
 $A(2,1)$, $B(3,2)$, $\Gamma(10,3)$ και $\Delta(5,-2)$.
 (α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο είναι ορθογώνιο τραπέζιο.
 (β) Αν ω είναι η οξεία γωνία που σχηματίζουν οι πλευρές ΒΓ και ΓΔ,
 να βρείτε την εφω.
11. Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης $\psi^2 + \chi^3\psi - 3\chi^2 + 3 = 0$, στο
 σημείο της με τετμημένη $\chi=1$ και τεταγμένη $\psi < 0$.
12. Να λύσετε τη λογαριθμική εξίσωση : $\log_x 27 - 3\log_3 x = 8$
13. Να αποδείξετε ότι : $\frac{3 - 4\sin 2\theta + \sin 4\theta}{3 + 4\sin 2\theta + \sin 4\theta} = \varepsilon\varphi^4\theta$
14. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση :

$$\frac{\beta^2 + \gamma^2}{4R^2} = 1 + \sin A \cdot \sin(B - \Gamma)$$
15. Σε κύκλο (Ο, R) παίρνουμε τόξο $AB = 120^\circ$ και τη διάμετρο ΑΓ = 6α.
 Η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ τέμνει την προέκταση της χορδής ΑΒ
 στο σημείο Δ. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδό του μεικτόγραμμου
 τριγώνου ΒΓΔ, συναρτήσει του α .

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ 4.
Κάθε ορθό θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η συνάρτηση $\psi = 2\sigma\upsilon\nu^2 x + \sqrt{3} \cdot \eta\mu 2x$, $x \in R$.

(α) Να αποδείξετε ότι : $\frac{d^2\psi}{dx^2} + 4\psi = 4$

(β) Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{d\psi}{dx} = 0$ στο $[0, 2\pi)$.

2. Δίνεται η ακολουθία : $\log_3 x^2$, $\log_9 x^2$, $\log_{81} x^2$, ... με $x > 0$.

(α) Να αποδείξετε ότι είναι απολύτως φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος.

(β) Να λύσετε την εξίσωση : $\log_3 x^2 + \log_9 x^2 + \log_{81} x^2 + \dots = 8$.

3. Τρίγωνο ΑΒΓ έχει κορυφές Β(1,-1), Γ(3,4) και οι εξισώσεις των πλευρών ΑΒ, ΑΓ είναι $3\chi - 5\psi - 8 = 0$, $2\chi + 3\psi = 18$ αντίστοιχα.

Να βρείτε:

α. Την εξίσωση της ευθείας (ε), που περνά από το Α και είναι παράλληλη με την ΒΓ.

β. Την απόσταση του σημείου Β από την (ε).

γ. Το μήκος της διαμέσου ΑΜ.

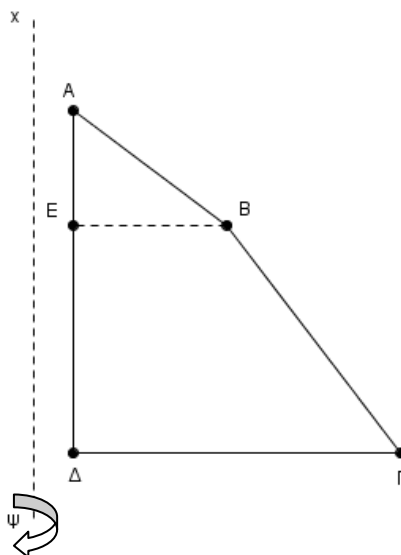
δ. Την εξίσωση του ύψους ΓΖ.

ε. Το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

4. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης:

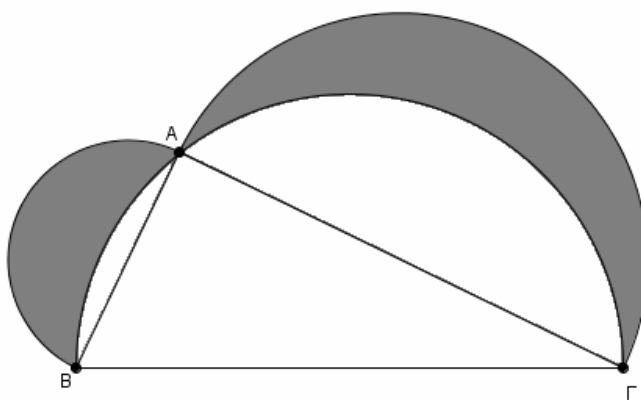
$$\left[3 + \sigma\upsilon\upsilon\left(\chi + \frac{\pi}{3}\right) \right] + \left[5 + \sigma\upsilon\upsilon\left(\chi + \frac{\pi}{3}\right) \right] + \left[7 + \sigma\upsilon\upsilon\left(\chi + \frac{\pi}{3}\right) \right] + \dots + \left[205 + \sigma\upsilon\upsilon\left(\chi + \frac{\pi}{3}\right) \right] = 10659$$

5. Στο σχήμα το ΕΒΓΔ είναι ορθογώνιο τραπέζιο ($EB \parallel \Delta\Gamma$, $\hat{E} = \hat{\Delta} = 90^\circ$) και το ΑΕΒ είναι ορθογώνιο τρίγωνο στο Ε. Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ περιστρέφεται πλήρως περί τον άξονα $\chi\psi \parallel A\Delta$ που απέχει από την ΑΔ 2cm. Αν $AE = 6\text{cm}$, $AB = 10\text{cm}$, $B\Gamma = 15\text{cm}$ και $E\Delta = 12\text{cm}$, να βρείτε τον όγκο V και το εμβαδό $E_{ολ}$ της ολικής επιφάνειας του παραγόμενου στερεού από την πιο πάνω περιστροφή.



6.

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Με διαμέτρους ΒΓ, ΑΒ και ΑΓ γράφουμε ημικύκλια στο ημιεπίπεδο (ΒΓ, Α). Να αποδειχθεί ότι το άθροισμα των εμβαδών των σχηματιζόμενων μηνίσκων είναι ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.



Ο Διευθυντής

Παντελής Ιωάννου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' Ενιαίου Λυκείου - Κατεύθυνση

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25/ 5 / 10

ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2. 30'

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- α) Να γράφετε μόνο με **μπλε ή μαύρο** μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι)
β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
γ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού .

ΜΕΡΟΣ Α'Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα

1. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{4x+22}{(x-5)(x+2)}$
2. Κώνος έχει ακτίνα βάσης 9cm και ύψος 12cm. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.
3. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(3,-6) Β(5,1) και Γ(1,-2). Να υπολογίσετε:
 - i) Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ
 - ii) Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ
4. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των συναρτήσεων:
 - α) $\psi = x \cdot \eta \mu^3 x$
 - β) $e^\psi = x^2 + \tau \epsilon \mu x$
5. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν βάσης 256 cm^2 και το παράπλευρο ύψος 10cm . Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας .
6. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω όρια:
 - α) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^3 - 4x^2}$
 - β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta \mu 9x - \eta \mu 3x}{x}$
7. Να λύσετε την εξίσωση : $72 \cdot 3^{x-2} = 9 \cdot 2^{x+1}$
8. Φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος έχει πρώτο όρο $a_1 = \eta \mu 2\theta$ και λόγο $\lambda = \sigma \upsilon \nu 2\theta$. Να δείξετε ότι το άθροισμα των άπειρων όρων της ισούται με $\sigma \phi \theta$.

9. Δίνονται οι συναρτήσεις με τύπους $f(x) = \ln [x(e^x - 2)]$ και $g(x) = \ln(e^x - 2) - \ln \frac{1}{x}$
 Να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του \mathbb{R} για το οποίο είναι $f = g$.

10. Να λύσετε την εξίσωση: $3\log_3 x - 2\log_x 27 = 3$

11. Να αποδείξετε ότι : $\frac{2\eta\mu 3\chi \cdot \sigma\upsilon\nu\chi + \eta\mu 2\chi}{\sigma\upsilon\nu 2\chi + \sigma\upsilon\nu^2 2\chi} = 2\varepsilon\varphi 2\chi$

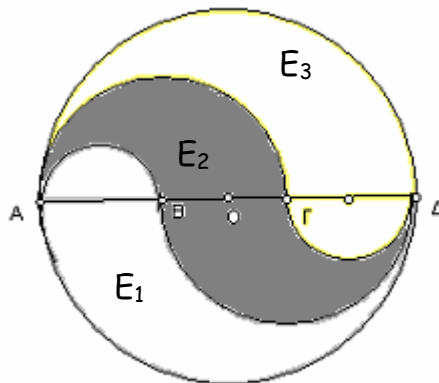
12. Δίνονται τα σημεία $A(-3, -3)$, $B(0, 3)$ και $\Gamma(2, 2)$.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο στο B .

β) Να βρεθεί η εξίσωση της διχοτόμου $B\Delta$ της γωνίας B . (να γίνει σχήμα)

13. Να βρείτε τις τιμές του $\chi \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ για τις οποίες οι όροι $\frac{1}{2}$, $\sqrt{\sigma\upsilon\nu\chi}$, $\frac{1}{\eta\mu\chi + \sigma\upsilon\nu\chi}$
 είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

14. Στη διάμετρο $A\Delta$ κύκλου $(O, 6a)$ παίρνουμε $AB = B\Gamma = \Gamma\Delta$. Γράφοντας τα ημικύκλια με διαμέτρους AB , $\Gamma\Delta$ εκατέρωθεν της διαμέτρου και τα ημικύκλια με διαμέτρους $B\Delta$ και $A\Gamma$ με όμοιο τρόπο προκύπτει το πιο κάτω σχήμα. Να δείξετε ότι $E_1 = E_2 = E_3$



15. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{4x-3}{x+2}$, $x > 3$

α) Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης $f^{-1}(x)$

β) Αν $g(x) = 2x+3$ να ορίσετε την $f^{-1} \circ g$.

ΜΕΡΟΣ Β'

Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4 .

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται η κορυφή $A(2,3)$, η εξίσωση του ύψους $B\Delta$: $\chi + 7\psi = 18$ και η εξίσωση της διαμέσου BM : $\chi - \psi = 2$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών B και Γ .

Αν $B(4,2)$ και $\Gamma(1,-4)$

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ) που περνά από το A και είναι παράλληλη προς την $B\Gamma$.

γ) Ένα σημείο K βρίσκεται πάνω στην (ϵ) . Αν η απόσταση του K από την ευθεία AB είναι ίση με $2\sqrt{5}$ μονάδες, να βρείτε τις συντεταγμένες του K .

2. Έστω ένα πολυώνυμο $P(\chi)$ δευτέρου βαθμού για το οποίο ισχύει:

$$P(1) = 0 \text{ και } P(\chi-2) - P(\chi) \equiv 2 - 4\chi \quad \forall \chi \in \mathbb{R}$$

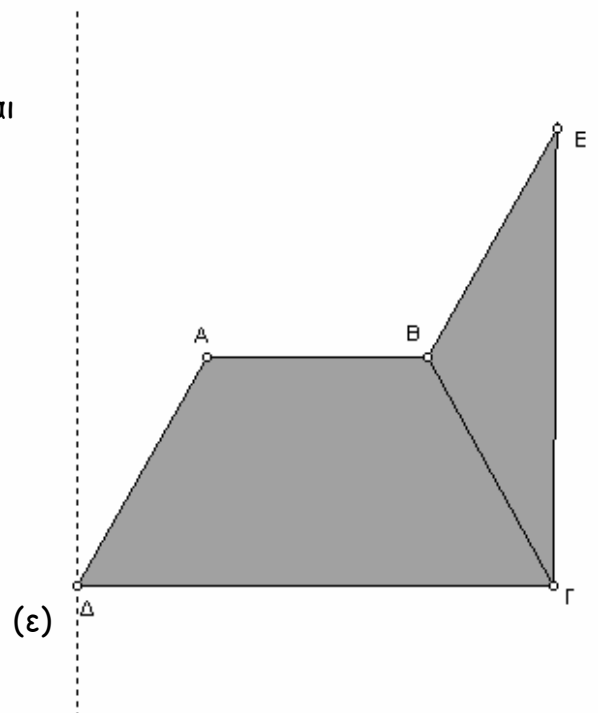
α) Να προσδιορίσετε το πολυώνυμο $P(\chi)$

β) Να λύσετε την εξίσωση: $\log(4^{P(\chi)-\chi^2} + 9) = \log 5 + \log(2^{P(\chi)-\chi^2} + 1)$

3. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο ($AD=BG$) με $AB=5\text{cm}$, $\Delta\Gamma=11\text{cm}$ και $\Delta\Gamma \perp (\epsilon)$. Το τρίγωνο $BE\Gamma$ είναι ισοσκελές με $\widehat{B\Gamma E}=30^\circ$ και $\Gamma E \parallel (\epsilon)$.

Το σκιασμένο χωρίο $ABE\Gamma\Delta$ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία (ϵ) .

Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται.



4. Σε μια αριθμητική πρόοδο, το άθροισμα των 4 πρώτων όρων της ισούται με 68 , το άθροισμα των τεσσάρων τελευταίων όρων της με -36 και ο έκτος όρος της

$$a_6 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^{2010} + (x+2)^{2010} + (x+3)^{2010} + \dots + (x+10)^{2010}}{x^{2010} + 10^{2010}} .$$

α) Να δείξετε ότι $a_6 = 10$

β) Να βρείτε το άθροισμα όλων των όρων της προόδου.

5. Αν $2\theta = \chi + \psi$ και $\chi = \theta - \omega$ να δείξετε ότι :

α) $\eta\mu\chi + \eta\mu\psi = 2 \eta\mu\theta \sin\omega$

β) $\varepsilon\varphi\chi + \varepsilon\varphi\psi = \frac{2\varepsilon\varphi\theta(1 + \varepsilon\varphi^2\omega)}{1 - \varepsilon\varphi^2\theta\varepsilon\varphi^2\omega}$

6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{a \ln(2x-2)}{x-1} + \beta x^2$ με $a, \beta \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Η εφαπτομένη της f στο σημείο της με τετμημένη $x = \frac{3}{2}$ είναι κάθετη στην ευθεία $\chi + 4\psi = 16$. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $K(2, \ln 2)$, να υπολογίσετε τους πραγματικούς αριθμούς a, β .

γ) Αν $a = 1$ και $\beta = 0$ να λύσετε την εξίσωση :

$$2[(x-1)^{f(x)}]^{x-1} = 2^{\ln(x-1)} \cdot e^{2+(x-1) \cdot f(x)}$$

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Ζήνων Ταύρου (Σ.Β.Δ.)

Κυπρούλα Μοσφίλη

Δημήτρης Γαβαλάς

Ελένη Γεωργιάδου

Ιάκωβος Κλώνης

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Δέσποινα Λυσάνδρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

Μάθημα: Μαθηματικά Κατεύθυνσης

Τάξη: Β' Λυκείου

Ημερομηνία: 31/05/2010

Ωρα: 07:45 π.μ -10:15 π.μ

Διάρκεια: 2.30'

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1) Επιτρέπεται η χρήση μόνο μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - 2) Να γράφεται μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (με μολύβι μόνο τα σχήματα)
 - 3) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
-

ΜΕΡΟΣ Α

(Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5/100.)

A1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{\chi-12}{(\chi+3)(\chi-2)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

A2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{\chi \rightarrow 2} \frac{\chi^2 - 4}{\chi - 2}$

A3. Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α) $\psi = \frac{\chi^3}{3} - \chi + 3$ β) $\psi = e^{4\chi} \sin \chi$

A4. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ακμή βάσης 12m και όγκο 384m³.
Να υπολογίσετε το εμβαδό της ολικής επιφάνειας.

A5. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τέταρτου όρου και του έβδομου όρου είναι 29 και ο ενδέκατος όρος είναι -2. Να βρείτε το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της προόδου.

A6. Να βρείτε τις τιμές του κ ώστε το σημείο A(2,1) να βρίσκεται σε ίση απόσταση από την ευθεία 3χ-4ψ=12 και από το σημείο B(2,κ).

A7. Σε κύκλο με διάμετρο AB=2α φέρουμε χορδή ΑΓ ίση με πλευρά ισοπλεύρου τριγώνου εγγεγραμμένου στο κύκλο αυτό. Να βρεθεί το εμβαδόν του μεικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.

A8. Να δείξετε ότι : $\frac{\eta\mu 5\omega}{\eta\mu\omega} - \frac{\sigma\upsilon\nu 5\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = 8\sigma\upsilon\nu^2\omega - 4$

A9. Η καμπύλη $\psi = \alpha\chi \ln \chi + \frac{\beta}{\chi} + 6$ περνά από το σημείο (1,5) και η κλίση της εφαπτομένης της στο σημείο αυτό είναι 4. Να υπολογίσετε τα α και β.

A10. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = \frac{5}{x+4}$, $x \in \mathbb{R} - \{-4\}$.

Να εξετάσετε αν ορίζονται οι συναρτήσεις: $f \circ g$, $\frac{g}{f}$ και στην περίπτωση που ορίζονται να γράψετε τον τύπο τους και το πεδίο ορισμού τους.

A11. Δίνονται τα σημεία A(3,6) B(7,2) Γ(3,-2).

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο ισοσκελές.

β) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AM

A12. Να δείξετε με τη μέθοδο της τέλει επαγωγής ότι $\forall n \in \mathbb{N}$ ισχύει ότι

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

A13. Σε Γ.Π. (a_n) με $a_1 = \log x$ και λόγο $\lambda = \log \psi$ όπου $\lambda \geq 0$, $x > 1$, $\psi > 1$, $a_3 = 12$ και $a_7 = 192$.

α) Να δείξετε ότι $x = 1000$ και $\psi = 100$

β) Η ακολουθία $\gamma_n = \log a_n$ είναι Α.Π., να βρεθεί το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων.

A14. Αν σε οξυγώνιο τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{A-\Gamma}{2} = \sqrt{\frac{1 + \sin 2B}{2}}$ να δείξετε ότι οι αριθμοί $\eta\mu A$, $\sin B$, $\eta\mu \Gamma$ αποτελούν αριθμητική πρόοδο

A15. Δοχείο που έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου περιέχει νερό. Η βάση του έχει μήκος 8cm και πλάτος 6cm. Τοποθετούμε μέσα στο δοχείο 12 σιδερένιους κύβους της ίδιας ακμής που καλύπτονται πλήρως από το νερό. Αν η στάθμη του νερού ανεβεί κατά 2cm, να υπολογίσετε την ακμή του κύβου

ΜΕΡΟΣ Β

(Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10/100)

B1. Μιας φθίνουσας γεωμετρικής προόδου οι 3 πρώτοι όροι είναι αντίστοιχα ο 1ος, ο 9ος και ο 11ος όρος μιας αριθμητικής προόδου.

α) Να υπολογίσετε το λόγο λ της γεωμετρικής προόδου.

β) Αν επί πλέον το άθροισμα των απείρων όρων της γεωμετρικής προόδου είναι 8, να βρείτε την αριθμητική πρόοδο και το 17ο όρο της.

B2. α) Να λυθεί η εξίσωση $\log^2 x = \log x^4 - \log 1000$.

β) Αν $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} + \frac{1}{\log_5 x} = 1$, να υπολογίσετε το x .

B3. α) Να δείξετε ότι $\frac{1-\epsilon\phi^2\theta}{1+\epsilon\phi^2\theta} = \sigma\upsilon\nu 2\theta$.

β) Χρησιμοποιώντας την πιο πάνω ταυτότητα ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο να δείξετε ότι:

$$\frac{1}{\sigma\upsilon\nu 2\theta} + \epsilon\phi 2\theta = \epsilon\phi\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

γ) Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu 2\theta} + \epsilon\phi 2\theta = \epsilon\phi 4\theta$

B4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Η εξίσωση του ύψους ΑΔ είναι $2\chi + \psi = 8$. Η εξίσωση της διαμέσου ΑΜ είναι $\chi + 2\psi = 7$ και οι συντεταγμένες της κορυφής Β(1,5) Να βρείτε:

α) τις συντεταγμένες της κορυφής Α

β) την εξίσωση της πλευράς ΒΓ

γ) τις συντεταγμένες του μέσου Μ της ΒΓ

δ) τις συντεταγμένες της κορυφής Γ

ε) το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ

B5. Σε ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και ΒΓ = 2α να φέρετε το ύψος του ΑΔ. Το τρίγωνο ΑΒΔ περιστρέφεται πλήρως γύρω από άξονα $\chi'\Gamma\chi \parallel \text{ΑΔ}$. Να υπολογίσετε τον όγκο και την επιφάνεια του στερεού που θα παραχθεί συναρτήσει του α.

B6. α) Δίνεται η συνάρτηση: $\phi(\chi) = \alpha\eta\mu\chi + \beta\sigma\upsilon\nu\chi$ με α, β σταθερές.

i. Να δείξετε ότι: $\phi''(\chi) + \phi(\chi) = 0$

ii. Αν $\phi\left(\frac{\pi}{2}\right) = 6$ και $\phi'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4$, να υπολογίσετε τα α και β.

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και της κάθετης της καμπύλης

$$\psi = \ln\left(\frac{e^{\sigma\upsilon\nu\chi}}{1 + \eta\mu 3\chi}\right) \text{ στο σημείο της } (0,1).$$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ/ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**Ημερομηνία: **28 / 05 / 2010**Χρόνος: **2.30΄**

Αριθμός σελίδων: 3

Διδάσκοντες: Γ. Τοουλίας, Μ. Χρίστου-Ροΐδη, Χ. Καττιμέρης, Γ. Ανδρονίκου

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράφετε με μελάνι **μπλε**, τα σχήματα με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- **Δεν** επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Να βρείτε τη παράγωγο της συνάρτησης: $\psi = \chi^4 - 5\chi^2 - 1$
2. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{x-1} = 8^{x-1}$
3. Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της γεωμετρικής προόδου:
 $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$
4. Να λύσετε την εξίσωση: $\log \chi + \log(\chi-1) = \log 12$.
5. Να υπολογίσετε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της προόδου: 3, 5, 7, ...
6. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο: $f(\chi) = \frac{\log \chi}{\sqrt{\chi-2}}$, να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
7. Να υπολογίσετε το: $\lim_{\chi \rightarrow 2} \frac{\chi^2 - 2\chi}{\chi^2 - 4}$
8. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f με τύπο: $f(x) = \chi^3 + \chi - 5$ στο σημείο με τετμημένη $\chi = 0$.
9. Να λύσετε την εξίσωση: $\eta\mu 2\chi = (\sigma\upsilon\nu\chi - \eta\mu\chi)^2$
10. Να υπολογίσετε το $\kappa \in \mathbb{R}$, ώστε η ευθεία (ϵ): $(2\kappa+1)\chi - 2\kappa\psi + 3\kappa - 4 = 0$ να περνά από την τομή των ευθειών (ϵ_1): $2\chi + 3\psi - 5 = 0$ και (ϵ_2): $4\chi - \psi - 3 = 0$.
11. Αν οι αριθμοί $\sigma\upsilon\nu\beta$, $\eta\mu\alpha$, $\sigma\upsilon\nu\alpha$ και $\eta\mu\beta$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu(\alpha-\beta)=1$.

12. Να αποδείξετε ότι: $\alpha^{\log_{\alpha} \beta \cdot \log_{\beta} \gamma \cdot \log_{\gamma} 2010} = 2010$.

13. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 1 + \sqrt{x+3}$. Να εξετάσετε αν ορίζεται η αντίστροφη συνάρτηση της $f(x)$. Αν ορίζεται η αντίστροφη συνάρτηση, να βρείτε τον τύπο της και το πεδίο ορισμού της.

14. Σε κάθε τρίγωνο ABΓ να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu A + \eta\mu B - \eta\mu \Gamma}{\eta\mu A - \eta\mu B + \eta\mu \Gamma} = \varepsilon\phi \frac{B}{2} \cdot \sigma\phi \frac{\Gamma}{2}$.

15. Να λύσετε την εξίσωση: $x + \log_2(9-2^x) = 3$.

ΜΕΡΟΣ Β : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

1. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο: $f(x) = \frac{x-3}{x^2-1}$.

i. Να βρείτε: α) Το Πεδίο Ορισμού της $f(x)$.

β) Το $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ii. α) Να αναλύσετε την $f(x)$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.
β) Να βρείτε την $f'(x)$.

2. Δίνεται το σημείο A(2, 1) του καρτεσιανού επιπέδου Oxy.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας OA.

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετη στην ευθεία OA.

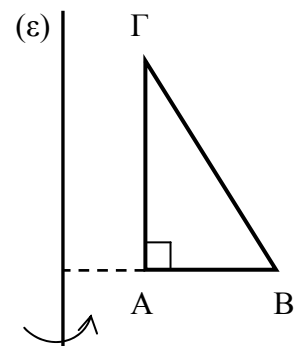
γ) Η ευθεία (ε) τέμνει τον άξονα x'x στο σημείο B. Να βρείτε την εξίσωση του ύψους του τριγώνου OAB που διέρχεται από την κορυφή A.

δ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου OAB.

3. Ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και πλευρές ΑΓ=4cm, ΑΒ=3cm, στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από ευθεία (ε) που είναι παράλληλη προς την ΑΓ. Ο όγκος του στερεού που παράγεται ισούται με $48\pi \text{ cm}^3$. Να υπολογίσετε:

(α) Την απόσταση της κορυφής A του τριγώνου ABΓ από την ευθεία (ε).

(β) Την ολική επιφάνεια του στερεού που παράγεται από την περιστροφή του τριγώνου ABΓ.



4. Δίνεται η καμπύλη : $\psi = x^2 \cdot \ln x$, $x > 0$.

α) Να δείξετε ότι : $x \cdot \left(\frac{d^2\psi}{dx^2} + 1 \right) = 3x + \frac{d\psi}{dx}$

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου της καμπύλης $\psi = x^2 \cdot \ln x$ στο οποίο μηδενίζεται η πρώτη παράγωγος.

5. Δύο πρόοδοι, μία αριθμητική και μία γεωμετρική έχουν ακέραιους όρους και κοινούς τους δύο πρώτους όρους. Ο τέταρτος όρος είναι μεγαλύτερος του δευτέρου κατά 10 στην αριθμητική και κατά 30 στη γεωμετρική. Να βρείτε τις δύο προόδους.

6. α) Αν σε ένα τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\eta\mu A = \frac{\eta\mu B + \eta\mu \Gamma}{\sigma\upsilon\nu B + \sigma\upsilon\nu \Gamma}$ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο αυτό είναι ορθογώνιο.

β) Να λύσετε την εξίσωση: $5 \cdot 3^x - 2^x = 5 - 6^x$.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

.....

Σ. Κόκκινος

.....

Γ. Χαραλάμπους-Σελιά (Β.Δ)

.....

Γ. Τσουλιάς (Β.Δ. Α')

.....

Μ. Χρίστου-Ροΐδη

.....

Γ. Ανδρονίκου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 31.5.2010

ΤΑΞΗ : Β'

ΧΡΟΝΟΣ : 2,5 ΩΡΕΣ

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ : 1) ΔΕΝ επιτρέπεται η χρήση προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
2) Να γράψετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
3) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού.

ΜΕΡΟΣ Α : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{5x-4}{(x-2)(x+1)}$

2) Να βρείτε την γενική λύση της εξίσωσης: $\sin(3x-60^\circ) = -\frac{1}{2}$

3) Να λύσετε την εξίσωση: $\log_2(3x-2) = \log_3 9$

4) Να βρείτε την παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $\psi = 2x^5 - \eta\mu 3x + 3e^x$

β) $\psi = \frac{x \ln^2 x + 1}{x}$

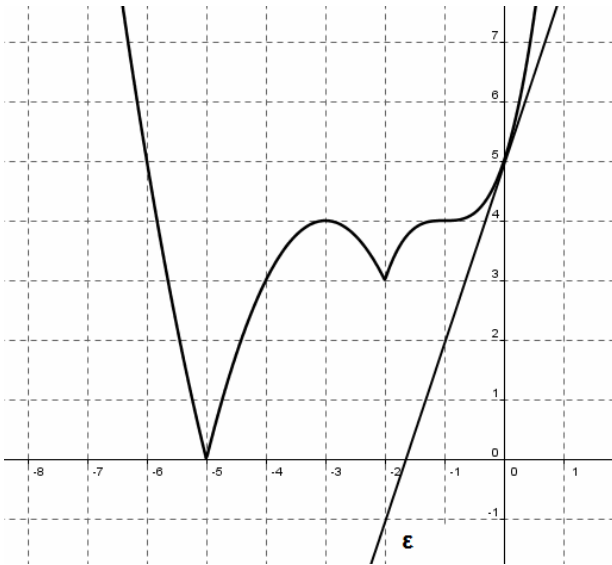
5) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν βάσης $64 m^2$ και παράπλευρο ύψος ίσο με $5 m$. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας.

6) Ποιο αριθμό πρέπει να προσθέσουμε στους αριθμούς $-6, -3, 9$ ώστε να γίνουν διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

7) Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα: $\frac{\eta\mu 5\theta}{\eta\mu \theta} - \frac{\sigma\upsilon\nu 5\theta}{\sigma\upsilon\nu \theta} = 4 - 8\eta\mu^2 \theta$

8) Να επιλύσετε το τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ αν: $E = 8\sqrt{3} m^2$, $\hat{A} = 60^\circ$ και $\beta = 8 m$.

- 9) Πιο κάτω δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $\psi = f(x)$. Η ευθεία ϵ είναι εφαπτομένη της στο σημείο της $(0, 5)$



- α) να γράψετε, αν υπάρχουν, τιμές του x στις οποίες η $f(x)$ δεν είναι παραγωγίσιμη
 β) να γράψετε, αν υπάρχουν, τιμές του x για τις οποίες $f'(x) = 0$
 γ) να βρείτε $f'(0)$

- 10) Να βρείτε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$ β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 - 4x + 3) \cdot \eta \mu x}{x^3 - 9x}$

- 11) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{9-x^2}{2x-5}$ και $g(x) = 3+x$.

- α) Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\frac{f}{g}$
 β) Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\left(\frac{f}{g}\right)^{-1}$.

- 12) Κύλινδρος με ακτίνα βάσης 4 cm και ύψος 12 cm είναι γεμάτος με νερό. Κώνος με εμβαδόν βάσης $36\pi\text{ cm}^2$ και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $36\sqrt{5}\pi\text{ cm}^2$ είναι άδειος. Γεμίζουμε πλήρως τον κώνο με νερό από το κύλινδρο. Να βρείτε το ύψος του νερού που απομένει στο κύλινδρο.

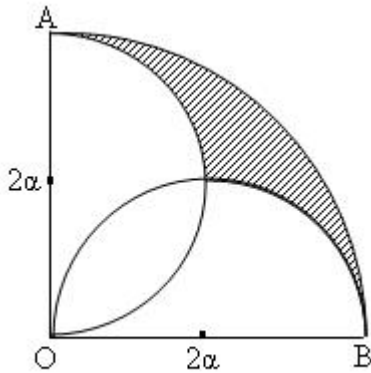
- 13) Αν το σημείο $\Gamma(\alpha, -2\alpha)$, $\alpha > 0$ απέχει 1 μονάδα από το ευθύγραμμο τμήμα AB , με $A(2, -3)$ και $B(-4, 5)$

- α) να δείξετε ότι $\alpha = 3$
 β) να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$.

- 14) α) Να δείξετε ότι $\frac{\log_2[\log_3 36 - \log_3 4 \cdot (\log_5 5)^4]^3}{\log 1000 + \ln \frac{1}{e^2}} = 3$

- β) Να λύσετε την εξίσωση: $\log_3 x - \log_x 81 = \frac{\log_2[\log_3 36 - \log_3 4 \cdot (\log_5 5)^4]^3}{\log 1000 + \ln \frac{1}{e^2}}$

15)



Δίνεται AOB τεταρτοκύκλιο ακτίνας 2α .
Με διαμέτρους τις OA και OB γράφουμε
ημικύκλια μέσα στο τεταρτοκύκλιο
όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρείτε το
εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας
συναρτήσει του α .

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Δίνονται τα αθροίσματα $S_1 = 8 + 4 + 2 + 1 + \dots$

$$S_2 = -3 - 1 + 1 + \dots + 27$$

α) Να δείξετε ότι $S_1 = \frac{S_2}{12}$

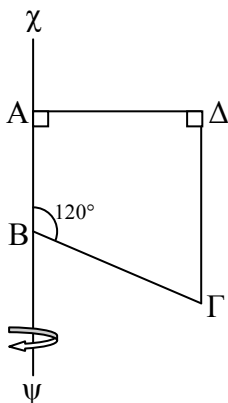
β) Να λύσετε την εξίσωση $S_1^{\phi(5x-60^\circ)} = \left(\frac{12}{S_2}\right)^{\sigma\phi x}$, $x \in [0^\circ, 180^\circ]$.

2) Η πολωνυμική συνάρτηση $2^{\text{ου}}$ βαθμού $\psi = f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ έχει ρίζα τον αριθμό 2, η γραφική παράσταση της τέμνει τον άξονα $\psi\psi'$ στο σημείο $(0, -2)$ και ισχύει $f(-1) = -6$.
α) Να βρείτε τα a , β και γ .

β) Αν $f(x) = -x^2 + 3x - 2$, να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-5}{f(x)}$.

γ) Αν $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$, να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της $g \circ f$.

3)



Δίνετε ορθογώνιο τραπέζιο ABΓΔ, $AB \parallel \Gamma\Delta$,
 $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $\hat{B} = 120^\circ$ και $A\Delta = 2\sqrt{3} \text{ cm}$.

- α) Αν ο όγκος του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του τραπέζιου γύρω από την πλευρά του AB είναι ίσος με $64\pi \text{ cm}^3$, να βρείτε το ύψος του κυλίνδρου.
β) Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι ίσο με 6 cm , να βρείτε το εμβαδό της ολικής επιφάνειας του παραγόμενου στερεού.

4) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^{\frac{2x}{3}}$.

α) Να δείξετε ότι $f(x) + f'(x) + f''(x) + f'''(x) + \dots = 3e^{\frac{2x}{3}}$

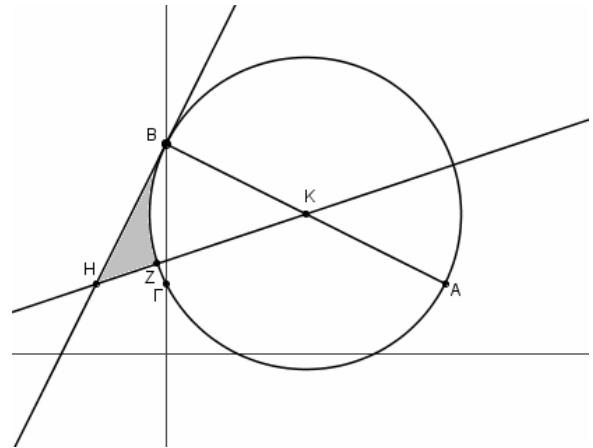
β) Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) + f'(x) + f''(x) + f'''(x) + \dots = \ln f(0) + 2\sqrt{f''(x)}$

γ) Η εφαπτομένη της καμπύλης $\psi = f(x)$ σε σημείο της Α είναι κάθετη με την ευθεία $3x + 8\psi = 5$.

i) Να δείξετε ότι η τετμημένη του σημείου Α είναι $x = \ln 8$.

ii) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης $\psi = f(x)$ στο σημείο της Α.

5) Ο κύκλος στο διπλανό σχήμα έχει εξίσωση $x^2 + \psi^2 - 4x - 4\psi + 3 = 0$ και τέμνει τον άξονα $\psi\psi'$ στα σημεία Β και Γ. Το σημείο Κ(2, 2) είναι το κέντρο του κύκλου και το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ είναι μία διάμετρος του. Το σημείο Η ανήκει πάνω στην εφαπτομένη του κύκλου που φέρουμε στο σημείο του Β και έχει τετμημένη $x_H = -1$. Το σημείο Ζ του κύκλου βρίσκεται πάνω στην ΚΗ.



α) Να δείξετε ότι οι συντεταγμένες των σημείων Β και Γ είναι (0,3) και (0,1) αντίστοιχα

β) Να βρείτε:

i) τις συντεταγμένες του σημείου Α

ii) το μήκος της ακτίνας του κύκλου

γ) Να δείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου στο Β έχει εξίσωση $2x - \psi = -3$

δ) Να δείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΒΚΗ είναι ίσο με $\frac{5}{2}\tau.μ.$

ε) Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους

6) Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύουν συγχρόνως τα πιο κάτω:

α) $6\log(\eta\mu\frac{A}{2}) + \log 16 = \log 2$ και

β) η συνάρτηση $f(x) = 2(1 - \eta\mu\Gamma)\ln x + \eta\mu B \cdot \ln x^2 - \sigma\upsilon\nu^2\frac{A}{2} \cdot \ln\frac{1}{x^2}$ για $x = e$ ισούται με 3.

Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

Ο Διευθυντής

Λοΐζος Σέππος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΗΜΕΡ.: 25 / 5 / 2010

ΤΑΞΗ : Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2:30'

*** Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες ***

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- α) Να γράφετε μόνο με **μπλε ή μαύρο** μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι)
β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
γ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α'Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{3x-11}{(x+3)(x-1)}$
- 2) Να λύσετε την εξίσωση $3\epsilon\phi(x+40^\circ)=\sqrt{3}$ στο διάστημα $[0^\circ, 360^\circ]$.
- 3) Ο πρώτος όρος μιας γεωμετρικής προόδου ισούται με 3 και ο έκτος όρος της ισούται με -96. Να υπολογίσετε:
α) το λόγο λ της προόδου,
β) το άθροισμα των επτά πρώτων όρων της.
- 4) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο ίσο με 1280cm^3 και ύψος ίσο με 15cm . Να υπολογίσετε το εμβαδό της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.
- 5) Να βρεθούν οι παράγωγοι των συναρτήσεων:
α) $y=e^{4x}\cdot\eta\mu 3x$, β) $y=2x^3+\sqrt{3x-1}$
- 6) Να δείξετε ότι ισχύει η τριγωνομετρική ταυτότητα: $\frac{2\sigma\upsilon\nu 2\alpha\sigma\upsilon\nu 5\alpha-\sigma\upsilon\nu 7\alpha}{\eta\mu 5\alpha-\eta\mu \alpha}=\frac{\sigma\tau\epsilon\mu\alpha\tau\epsilon\mu\alpha}{4}$
- 7) Σε ημικύκλιο με διάμετρο AB φέρουμε τη χορδή $A\Gamma=\lambda_3$. Εάν το μήκος του τόξου $\widehat{B\Gamma}$ είναι ίσο με $2\pi\text{cm}$, να βρείτε το εμβαδό και την περίμετρο του μεικτόγραμμου τριγώνου AΓB.
- 8) Να βρείτε τα όρια: α) $\lim_{x\rightarrow-\infty}\frac{3x^3-2x+7}{5-2x^2}$, β) $\lim_{x\rightarrow 3^+}\frac{5}{9-x^2}$.

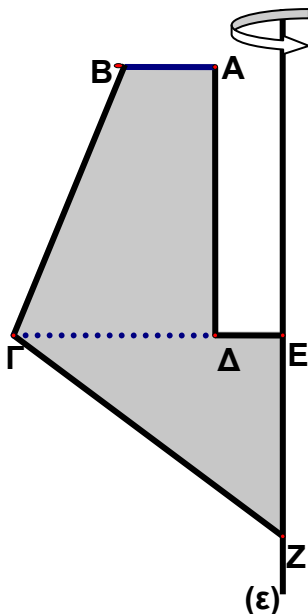
- 9) Κύλινδρος και κώνος έχουν ακτίνα βάσης ίση με 6 cm . Το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι ίσο με το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας του κώνου. Αν ο όγκος του κώνου είναι $96\pi\text{ cm}^3$, να υπολογίσετε τον όγκο του κυλίνδρου.
- 10) Δίνεται κύκλος με κέντρο $K(5, 3)$. Η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο του A έχει εξίσωση $4x + 3y - 15 = 0$ και τέμνει τον άξονα των y στο σημείο B .
- Να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας του κύκλου.
 - Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου B .
 - Να βρείτε την εφαπτομένη της γωνίας B του τριγώνου ABK .
- 11) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$, $x \geq 2$.
- Να βρείτε το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
 - Να ορίσετε την αντίστροφη συνάρτηση της f (τύπος και πεδίο ορισμού της).
- 12) Δίνονται οι συναρτήσεις f, g, h με τύπους $f(x) = \frac{10a}{x}$, $g(x) = \frac{x+1}{x+3}$ και $h(x) = 5ax + 20$, όπου $a \in \mathbb{R}$.
- Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \circ g$ (τύπος και πεδίο ορισμού της).
 - Να υπολογίσετε την τιμή του a , ώστε $(f \circ g)(2) = h(2)$.
- 13) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x^2}{3}$ και $g(x) = \frac{15}{x+3}$.
- Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης (ϵ_1) της συνάρτησης f στο σημείο της A με τετμημένη $x = 3k$ είναι η $2kx - y - 3k^2 = 0$.
 - Αν η εφαπτομένη (ϵ_1) της f είναι κάθετη στην εφαπτομένη (ϵ_2) της καμπύλης g στο σημείο της $B(2, 3)$, να υπολογίσετε την τιμή του k .
- 14) Τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-1, 2)$, $B(3, 0)$ έχει εμβαδό ίσο με 8 τ.μ. Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Γ αν βρίσκεται πάνω στην ευθεία $y = 2x + 3$.
- 15) Να δείξετε ότι η κλίση της κάθετης της καμπύλης $4x^2y - y^2 - \pi^2 \sin y = \pi^3$ στο σημείο της $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ είναι ίση με $\frac{\pi-2}{4\pi}$.

ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4 .

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Αριθμητική πρόοδος (ΑΠ) και απόλυτα φθίνουσα Γεωμετρική πρόοδος (ΓΠ) έχουν τον ίδιο πρώτο όρο και η διαφορά της ΑΠ είναι ίση με το διπλάσιο του λόγου της ΓΠ. Ο τέταρτος όρος της ΑΠ είναι ίσος με -1 και το άθροισμα των απείρων όρων της ΓΠ είναι ίσο με το δεύτερο όρο της ΑΠ. Να σχηματίσετε τη Γ.Π.
- 2) Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ με κορυφές Α(-2, 1), Β(-15, 2) και μια διαγώνιος του με εξίσωση $\chi + 3\psi + 9 = 0$.
- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών Γ και Δ,
 - β) Εάν Δ(9, -6), να υπολογίσετε:
 - i. την περίμετρο του ρόμβου ΑΒΓΔ.
 - ii. την απόσταση της κορυφής Δ από την πλευρά ΑΒ.
- 3) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, ΑΒ=4 cm, ΒΓ = 13 cm, ΓΔ = 9 cm και το ορθογώνιο τρίγωνο ΓΕΖ με $\hat{E} = 90^\circ$, ΓΖ=15 cm. Η ευθεία (ε) είναι παράλληλη με την ΑΔ και απέχει από αυτήν 3 cm, Να υπολογίσετε το εμβαδό και τον όγκο του στερεού που παράγεται όταν το σκιασμένο χωρίο ΑΒΓΖΕΔ περιστραφεί γύρω από την ευθεία (ε).



- 4) Για το πολυώνυμο $f(x)$ δευτέρου βαθμού ισχύει $f(x) + 2 \equiv x^2 + f'(x+2)$
- α) Να προσδιορίσετε το πολυώνυμο $f(x)$.
 - β) Εάν $f(x) = x^2 + 2x + 4$, να λύσετε την εξίσωση $\log(9^{f(x)-x^2} - 1) = 1 + \log(3^{f(x)-x^2} - 1)$.

5) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(3 - e^x)$ με $x < \ln 3$.

Οι αριθμοί $2a$, $f(a)$, $\ln 25$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

α) Να δείξετε ότι $a = -\ln 2$.

β) Να δείξετε ότι η διαφορά της Α.Π είναι ίση με $\ln 10$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $e^{f(x)} + e^{2x} = 5$.

δ) Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: $f'(x) - e^{f(x)} \cdot f''(x) = \frac{2e^x}{3 - e^x}$.

6) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{\eta\mu 8x(1 + \sigma\upsilon\nu 8x)}{\sigma\upsilon\nu^3 4x}$, $g(x) = \sigma\upsilon\nu^2 5x - \eta\mu^2 x + \eta\mu 6x \eta\mu 4x$.

α) Να δείξετε ότι $f(x) = 4\eta\mu 4x$.

β) Να δείξετε ότι $g(x) = \sigma\upsilon\nu 2x$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $g'(x) = 2\sqrt{2} \eta\mu x$.

δ) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\frac{3x}{4})}{x^2 - 2x}$.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Γεωργία Φιλίππου

Ηλίας Ζήκκος

Έλενα Χατζηγεωργίου

Χριστίνα Κουμπάρου

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Μαρία Χατζηγιάννη

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις σελίδες.
- β) Να γράψετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- δ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που να φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

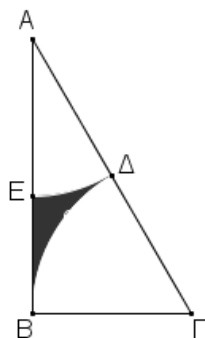
1. Σε γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι 3 και ο έκτος όρος της είναι 96. Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο.
2. Να λύσετε την εξίσωση: $\log x + \log(x - 1) = 1 + \log 3$
3. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{d\psi}{dx}$ των συναρτήσεων:
 - α) $\psi = x \cdot \sin 3x$ β) $\psi = x^4 - \sqrt{x^2 + 1}$
4. Δίνεται τρίγωνο με κορυφές Α(2, 2), Β(4, 2) και Γ(2, 4).
 - α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
 - β) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΑΜ.
5. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης: $\eta\mu(2x + 20^\circ) = \sigma\upsilon\nu 50^\circ$
6. Κύλινδρος έχει ύψος πενταπλάσιο από την ακτίνα της βάσης του. Αν το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του είναι $48\pi \text{ cm}^2$ να υπολογίσετε το ύψος και τον όγκο του.
7. Να βρείτε τα όρια:
 - α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2 + 3x}$ β) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(2 + 3^{\frac{1}{x}} \right)$

8. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{x+2}{(x-1)(x^2+x+1)}$

9. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1-\sigma\upsilon\nu 4a}{\eta\mu 4a} \cdot \frac{\sigma\upsilon\nu 2a}{1+\sigma\upsilon\nu 2a} = \epsilon\varphi a$

10. Στο πιο κάτω σχήμα το $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{B} = 90^\circ$) με $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ και $B\Gamma = 4$ cm.

Με κέντρο το Γ και ακτίνα $B\Gamma$ γράφουμε το τόξο $B\Delta$ και με κέντρο το A και ακτίνα $A\Delta$ γράφουμε το τόξο ΔE . Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του μεικτόγραμμου τριγώνου $B\Delta E$.



11. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο 36 m^3 . Το παράπλευρο ύψος της σχηματίζει με το επίπεδο της βάσης γωνία 45° . Να βρείτε:

- Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.
- Την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η παράπλευρη ακμή με το επίπεδο της βάσης.

12. Να δείξετε με τη μέθοδο της τέλειας επαγωγής ότι ο αριθμός $(3^n - 1)$ είναι πολλαπλάσιο του 2, $\forall n \in \mathbb{N}$.

13. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης:

$$(196 \cdot \epsilon\varphi^2 x + 98 \cdot \epsilon\varphi^2 x + 49 \cdot \epsilon\varphi^2 x + \dots) - (2 \cdot \epsilon\varphi x + 5 \cdot \epsilon\varphi x + 8 \cdot \epsilon\varphi x + \dots + 47 \cdot \epsilon\varphi x) = 0$$

14. Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = \ln(x-4)$ και $g(x) = x^2$

- Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \circ g$
- Να βρείτε την τιμή της $(f \circ g)'(3)$

15. Δίνεται η καμπύλη με εξίσωση $\psi = x^3 - ax + 2$ και A το σημείο τομής της με τον άξονα $\psi'\psi$. Αν η εφαπτομένη της καμπύλης στο σημείο A έχει κλίση $\lambda=1$ να δείξετε ότι $a=-1$ και στη συνέχεια να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης στο A .

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. α) Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 2x}{\sqrt{2x+9}-3}$

β) Να λύσετε την εξίσωση $\log_2(9^{x-1} + 11) = 2 + 2\log_4(3^{x-2} + 4)$

2. α) Αν $-1 < \varepsilon\phi x < 1$ και $\sigma\upsilon\nu x \neq 0$, να δείξετε ότι το άθροισμα των απείρων όρων

$$\Sigma_{\infty} = 1 - \varepsilon\phi^2 x + \varepsilon\phi^4 x - \varepsilon\phi^6 x + \varepsilon\phi^8 x - \dots \text{ ισούται με } \sigma\upsilon\nu^2 x.$$

β) Αν $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ και $4\Sigma_{\infty}, 2\sqrt{3\Sigma_{\infty}}, 3$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου να βρείτε την τιμή του x .

3. Δίνεται η καμπύλη $\psi = \frac{x^2}{e^x}$.

α) Να δείξετε ότι $\psi'' + 2\psi' + \psi = \frac{2}{x^2} \cdot \psi$

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο της Α με τετμημένη $x_1 = 1$.

γ) Αν η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη της καμπύλης στο Α με την ευθεία $\psi = \alpha x + 3$ είναι 45° , να βρείτε την τιμή του α , όπου $\alpha < 0$.

4. α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{2\eta\mu 3\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha - 2\eta\mu 2\alpha}{2\sigma\upsilon\nu 3\alpha} = \eta\mu\alpha$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\tau\epsilon\mu x}{\sigma\tau\epsilon\mu 5x} - \frac{\tau\epsilon\mu x}{\tau\epsilon\mu 5x} = 8\sigma\upsilon\nu^2 x - 4$

γ) Με τη βοήθεια της πιο πάνω ταυτότητας ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο να αποδείξετε ότι:

$$\left(\frac{\sigma\tau\epsilon\mu 30^\circ}{\sigma\tau\epsilon\mu 150^\circ} - \frac{\tau\epsilon\mu 30^\circ}{\tau\epsilon\mu 150^\circ} \right) \cdot \left(\frac{\sigma\tau\epsilon\mu 60^\circ}{\sigma\tau\epsilon\mu 300^\circ} - \frac{\tau\epsilon\mu 60^\circ}{\tau\epsilon\mu 300^\circ} \right) = -4$$

5. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει κορυφές $A(1,1)$, $B(0,0)$ και $\Gamma(x_\Gamma, \psi_\Gamma)$.

α) Αν η κορυφή Γ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $x + 2\psi = 0$ και το εμβαδόν του τριγώνου είναι 9 cm^2 να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ ($\psi_\Gamma > 0$).

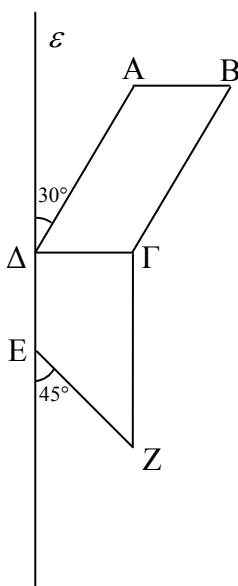
β) Αν το σημείο Γ έχει συντεταγμένες $(-12, 6)$, να υπολογίσετε την απόσταση της κορυφής Γ από την πλευρά AB .

γ) Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου Γ με άξονα συμμετρίας την πλευρά AB .

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρές $B\Gamma = \alpha \text{ cm}$, $\Gamma\Delta = \frac{\alpha}{2} \text{ cm}$ και ορθογώνιο τραπέζιο $\Gamma\Delta EZ$ με πλευρά $\Gamma Z = \alpha \text{ cm}$. Το σχήμα περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία $\varepsilon \perp \Gamma\Delta$.

α) Αν κατά την περιστροφή η επιφάνεια που παράγει η πλευρά $A\Delta$ είναι ίση με $32\pi \text{ cm}^2$, να βρείτε το α .

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν και τον όγκο του παραγόμενου στερεού.



Η Διευθύντρια

Γεωργία Κούμα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

Μάθημα : Μαθηματικά

Διάρκεια εξέτασης : 2.30΄

Τάξη : Β΄ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Ημερομηνία : 26/05/2010

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής .
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
γ) Να γράφετε μόνο με μελάνι. (Για τα σχήματα επιτρέπεται και το μολύβι).
δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας .

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 5x + 2}{3x^2 + 4}$

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης : $y = \frac{2x+3}{x-5}$

3. Να αναλύσετε το κλάσμα $A = \frac{7x-27}{x^2-6x+5}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

4. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $f(x) = e^x \cdot \eta \mu x$ β) $y = (4x^2 - 3)^3$

5. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{2x+1} - 3 \cdot 2^x - 2 = 0$

6. Σε αριθμητική πρόοδο ο τρίτος όρος είναι 2 και ο όγδοος είναι -8. Να υπολογίσετε το άθροισμα των 15 πρώτων όρων.

7. Δίνεται κανονική τετραγωνική πυραμίδα με παράπλευρο ύψος 10cm και ακμή βάσης 12cm. Να υπολογίσετε την ολική επιφάνεια και τον όγκο της πυραμίδας.

8. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{\eta\mu 5\alpha}{\eta\mu\alpha} - \frac{\sigma\upsilon\nu 5\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = 4 - 8\eta\mu^2\alpha$$

9. Να λύσετε την εξίσωση $\sigma\upsilon\nu 2x - 5\eta\mu x + 2 = 0$ στο διάστημα $0 \leq x \leq 360^\circ$.

10. Δίνονται τα σημεία A(3,1) και B(6,5).

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα δύο σημεία.

β) Να βρείτε την απόσταση του σημείου Γ(-6,8) από την ευθεία.

11. Δίνεται η καμπύλη $y^2 + x^3 \cdot y - 3x^2 + 3 = 0$

α) Να βρείτε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο της με $x = 1$ και $y < 0$.

12. Κύλινδρος και κώνος έχουν την ίδια ακτίνα βάσης και η κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου είναι ίση με την ολική επιφάνεια του κώνου. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι 9α cm και η γενέτειρα του κώνου 13α cm, να βρείτε τον όγκο του κώνου συναρτήσει του α.

13. Να λύσετε την εξίσωση $\log\left(\frac{1}{2^x + x - 1}\right) = x \cdot (\log 5 - 1)$.

14. Αν $\psi = \ln(\sigma\upsilon\nu\chi)$ να δείξετε ότι: $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 - 1 = -2$

15. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές τα σημεία A(1,2), B(3,3) και Γ(4,1). Να βρείτε:

α) το εμβαδόν τριγώνου και

β) την εξίσωση της διαμέσου AM.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $9^{\eta\mu\chi\sigma\upsilon\nu\chi} = \sqrt{3}$

β) $\log 2 + \log(4^{x-2} + 9) = 1 + \log(2^{x-2} + 1)$

2. α) Να δείξετε ότι : $\frac{\eta\mu 2\alpha + \eta\mu 3\alpha}{\sigma\upsilon\nu 2\alpha - \sigma\upsilon\nu 3\alpha} = \sigma\phi \frac{\alpha}{2}$.

β) Δίνεται η συνάρτηση $y = 1 + \sigma\upsilon\nu 2x$.

Να δείξετε ότι οι $y, -\frac{1}{2} \cdot \frac{dy}{dx}, 2\eta\mu^2 x$ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου με $\lambda = \varepsilon\phi x$.

3. Φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος με λόγο λ και αύξουσα αριθμητική πρόοδος με διαφορά δ έχουν πρώτο όρο ίσο με 8. Το άθροισμα των τριών πρώτων όρων της γεωμετρικής προόδου είναι 14 και ισχύει η σχέση $\log_\delta 8\lambda = 2$.

α) Να σχηματίσετε τις προόδους.

β) Να βρείτε το n ώστε για το άθροισμα Σ_n των πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου να ισχύει

$$\Sigma_n = 6(\Sigma_\infty + 4)$$

4. Παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχει κορυφές Β(-3,-1) και Δ(3,-3). Η ΑΔ έχει εξίσωση: $y = -2x + 3$, ενώ η ΑΒ έχει εξίσωση: $4x - 3y + 9 = 0$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α και Γ, και να δείξετε ότι η ΑΓ συμπίπτει με τον άξονα των ψ .

β) Να υπολογίσετε το μήκος της ΓΔ.

γ) Να υπολογίσετε την απόσταση της κορυφής Α από τη διαγώνιο ΒΔ.

δ) Να υπολογίσετε τη γωνία Α του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \eta\mu x + \beta \sigma\upsilon\nu x$ με α, β σταθερές. Αν $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 6$ και $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$, να

βρεθούν:

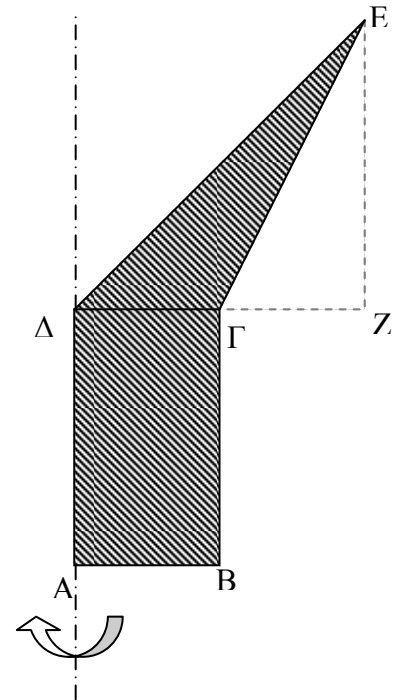
α) οι τιμές των α, β

β) $\lim_{x \rightarrow 0} f''(x)$

6. Στο σχήμα δίνεται ΑΒΓΔ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και ΕΖΔ ορθογώνιο τρίγωνο.
Δίνονται: ΑΒ=4cm, ΒΓ=8 cm, ΓΖ=5 cm και ΕΓ=13 cm. Το γραμμοσκιασμένο σχήμα στρέφεται πλήρη
στροφή με άξονα την ευθεία ΑΔ. Να υπολογίσετε:

α) τον όγκο και

β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που σχηματίζεται.



Εισηγητές

.....
Ε. Παπαϊωάννου

.....
Κ. Χατζηδημητρίου

.....
Α. Παπαντωνίου

Η Συντονίστρια Β.Δ

.....
Α. Δημητρίου

Ο Διευθυντής

.....
Α. Φιλίππιδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ / ΙΟΥΝΙΟΥ 2010	
ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26/5/2010
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ)	ΧΡΟΝΟΣ: 2, 5 ΩΡΕΣ

Οδηγίες:

- 1) Να γράφετε μόνο με μελάνι (μαύρο ή μπλε)
- 2) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού
- 3) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 4) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις **να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να προσδιορίσετε τις τιμές α και β , του πολυωνύμου $f(x) \equiv x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 7$, που έχει ρίζες τους αριθμούς -1 και 1 .
2. Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης 32cm και παράπλευρο ύψος 5cm . Να υπολογίσετε τον όγκο της πυραμίδας.
3. Να βρείτε τα όρια:
α) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x - 4}{2x^2 + 1}$
β) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\eta\mu 3x - \eta\mu 2x}{x} \right]$
4. Το εμβαδόν κυρτής επιφάνειας κώνου είναι $50\sqrt{3}\pi\text{m}^2$ και η γενέτειρα σχηματίζει γωνία 30° με την ακτίνα της βάσης του. Να βρεθεί το ύψος του κώνου.
5. Να βρεθούν οι λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης $\sin(2x - 30^\circ) = \eta\mu x$ στο διάστημα $[0^\circ, 360^\circ]$.

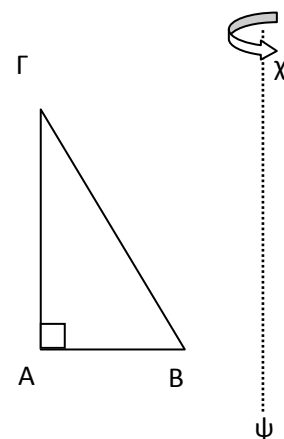
6. Υπάρχουν έξι διαφορετικά δοχεία τοποθετημένα σε μια σειρά. Το πρώτο δοχείο περιέχει V λίτρα νερό. Το δεύτερο δοχείο έχει όγκο ίσο με το $\frac{1}{2}$ του όγκου του πρώτου δοχείου, το τρίτο έχει όγκο ίσο με το $\frac{1}{2}$ του δεύτερου δοχείου κ.λπ.
- Να βρεθεί ο όγκος του έκτου δοχείου συναρτήσει του V .
 - Να βρεθεί το άθροισμα των όγκων του απείρου πλήθους δοχείων που σχηματίζονται με τον τρόπο αυτό.
7. Τρίγωνο $AB\Gamma$ με συντεταγμένες κορυφών $A(-1,10)$, $B(7, 4)$ και $\Gamma(-2,7)$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο.
- Να δείξετε ότι $AB\Gamma$ τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
 - Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου του κύκλου.
 - Να βρείτε το μήκος της ακτίνας του κύκλου.
8. Πισίνα σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου έχει μήκος $4m$, πλάτος $8m$ και ύψος $15m$. Η πισίνα έχει στον πάτο της ένα κύβο ακμής $4m$. Η στάθμη του νερού βρίσκεται στα $10m$. Να υπολογίσετε πόσο θα κατεβεί η στάθμη του νερού στην πισίνα αν ο κύβος αφαιρεθεί.
9. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ των συναρτήσεων:
- $y = \sqrt{2x+1} + \tan(4x)$
 - $y = 2^{\eta\mu x} + \ln(\epsilon\phi x)$
10. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu 2\theta}{1+\sin 2\theta} \cdot \frac{\sin \theta}{1+\sin \theta} = \epsilon\phi \frac{\theta}{2}$
11. Να λυθεί η εξίσωση $x^{\log \sqrt{x}} = 100$
12. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2e^{x+3} + 1$.
- Να βρεθούν ο τύπος της αντίστροφης συνάρτησης και το πεδίο ορισμού της
 - Να δείξετε ότι $f \circ f^{-1}(x) = x$
13. Αν ισχύει $\sin^4 x + \eta\mu^4 x = \alpha$, να αποδείξετε ότι $\sin 4x = 4\alpha - 3$
14. Σε ημικύκλιο με διάμετρο $AB = \alpha$ φέρτε τις χορδές $AG = \lambda_6$ και $AD = \lambda_4$. Να βρείτε το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου $A\Gamma\Delta$ συναρτήσει του α .
15. Οι αριθμοί $\log(\sin \theta)$, $\log(\sqrt{2}\eta\mu \theta)$, $\log(\sqrt{3}\epsilon\phi \theta)$, $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ είναι αντίστοιχα $3^{o\varsigma}$, $4^{o\varsigma}$, $5^{o\varsigma}$ όρος Αριθμητικής Προόδου.
- Να αποδειχθεί ότι $\theta = \frac{\pi}{3}$
 - Να βρεθεί η διαφορά και ο πρώτος όρος

ΜΕΡΟΣ Β'

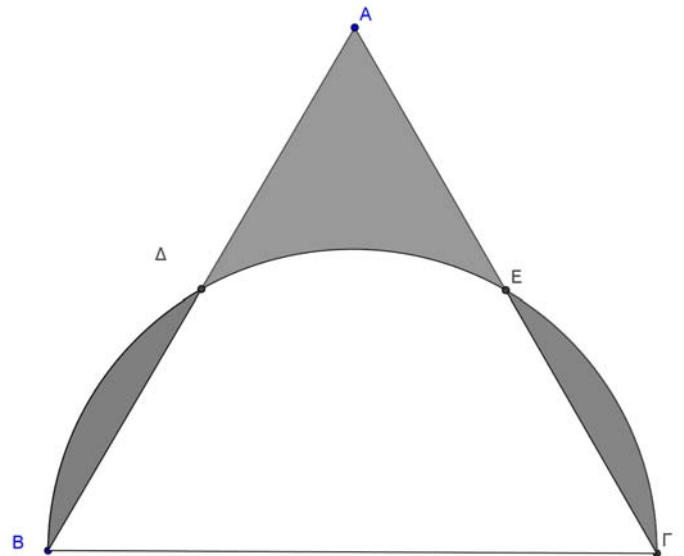
Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται η καμπύλη $y^2 + x^2 + 2x - 4y = 5$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης στο σημείο P με $x=2$ και $y<2$. Αν η εφαπτομένη και η κάθετη τέμνουν τον άξονα των xx' στα σημεία A και B αντίστοιχα, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABP.
2. Οι αριθμοί x, y, ω είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου. Ο αριθμός y είναι η ακέραια ρίζα της εξίσωσης: $9(2 \cdot 3^{2y-2} + 1) = 19 \cdot 3^y$ και οι αριθμοί $x+2, y, \omega-1$ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου. Να βρείτε τους αριθμούς x, y, ω .
3. Να λυθούν οι εξισώσεις:
 - i) $4^{\sin 2x} + 4^{\sin^2 x} = 3, \forall x \in (0, \pi)$
 - ii) $\log_{\varepsilon\varphi x}(\sigma\varphi x) + \log_{\sigma\varphi x}(\varepsilon\varphi x) = 2, \forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$
4. Δίνεται ρόμβος ABΓΔ με A(-1,4) και Γ(3,2).
 - i) Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου του ΒΔ.
 - ii) Αν η πλευρά του AB έχει εξίσωση $x+y=3$, να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών B και Δ.
 - iii) Να βρείτε το εμβαδόν του ρόμβου.
 - iv) Να υπολογίσετε την οξεία γωνία $\hat{\Delta}\hat{A}\hat{B}$.
 - v) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των σημείων E και Z έτσι ώστε το ΑΕΓΖ να είναι τετράγωνο.
5. Το ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με $\hat{A} = 90^\circ, \hat{\Gamma} = 30^\circ$, στρέφεται ολόκληρη στροφή γύρω από άξονα $\chi\psi \parallel \text{ΑΓ}$, που απέχει απόσταση, από το Β ίση με το μισό της ΑΒ. Αν δημιουργεί όγκο $V = \frac{56\pi\sqrt{3}}{6} \text{ cm}^3$, να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου ABΓ και το εμβαδόν επιφάνειας του στερεού που δημιουργείται.



6. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ πλευράς α . Με διάμετρο την $B\Gamma$ γράφουμε ημικύκλιο προς το μέρος του A . Να υπολογίσετε
- το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους
 - την περίμετρο του μη γραμμοσκιασμένου μέρους $B\Delta E\Gamma$.



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Γιώργος Παντζιαράς (Συντονιστής Β.Δ)

Αδάμος Αδάμου

Αγγελή Στέλλα Χατζηνικολάου

Τσαγκάρης Αντρέας

Ματθαίου Κυριάκος

Καλλισθένη Φωτιάδου Καραβιώτου

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ:

Μιχάλης Παπαζαχαρίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2010
ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Ημερομηνία : Τρίτη, 25.05.2010

Ώρα : 7:45 π.μ

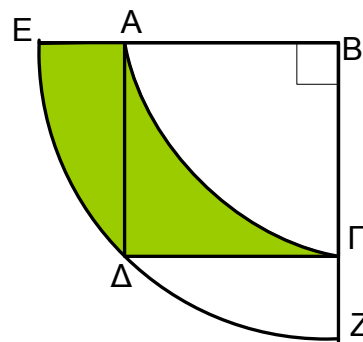
Διάρκεια : 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα (τα σχήματα με μολύβι) .
 Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού .
 Το γραπτό αποτελείται από 4 σελίδες .
 Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τα 15 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ στα 12.
 Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες .

1. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{x-5}{(x+1)(x-2)}$
2. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο: $f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$. Να βρείτε:
 - α) Το πεδίο ορισμού, β) Την αντίστροφη συνάρτηση $f^{-1}(x)$.
3. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των συναρτήσεων:
 - α) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$ β) $f(x) = e^{2x} \cdot \ln(x^2+1)$
4. Να βρείτε τα όρια:
 - α) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x-2}$ β) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{x}}$
5. Ο τρίτος όρος γεωμετρικής προόδου ισούται με 12 ενώ ο έκτος όρος είναι ίσος με 96. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
6. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο $V = 48 \text{ cm}^3$ και το ύψος της είναι ίσο με τα $\frac{2}{3}$ της πλευράς της βάσης της . Να βρείτε:
 - i) Το μήκος της πλευράς της βάσης της πυραμίδας.
 - ii) Το μήκος του ύψους της πυραμίδας.
 - iii) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.
7. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\sin B = \frac{\alpha}{2\gamma}$, να δείξετε ότι είναι ισοσκελές.

8. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \log_2 8 + \log_3 \sqrt{27} - \log_8 2 - \log_8 32$
9. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών $\varepsilon_1 : y = 2x + 1$ και $\varepsilon_2 : y = 3x - 1$ και σχηματίζει με τον άξονα xx' γωνία 150° .
10. Αν το πολυώνυμο $P(x) \equiv (\kappa - \lambda)x^4 + x^3 - \kappa x^2 - x + \lambda$ έχει ρίζα τον αριθμό 2 και είναι 3^{ου} βαθμού να αποδείξετε ότι $\kappa = \lambda = 2$.
11. Να βρείτε την εξίσωση της καθέτου της καμπύλης $x^2 + \psi^2 + x\psi - 1 = 0$ στο σημείο της με τεταγμένη $\psi = -1$ και $\chi > 0$.
12. Ο όγκος ενός κύβου είναι 64m^3 . Ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 4 m και πλάτος 3 m. Αν το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι διπλάσιο του εμβαδού της ολικής επιφάνειας του κύβου, να βρείτε :
- Το ύψος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.
 - Τον όγκο του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.
13. Δίνονται τα σημεία $A(1,3)$, $B(-2,2)$ και η ευθεία $\varepsilon: 3\chi + \psi + \alpha = 0$, όπου $\alpha \in \mathbb{R}$.
- Αν η απόσταση του A από το B είναι ίση με την απόσταση του A από τη ευθεία ε , να βρείτε την τιμή του α .
 - Για την τιμή $\alpha = 4$ να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ όπου η κορυφή Γ είναι το σημείο στο οποίο η ευθεία ε τέμνει τον άξονα $\psi\psi'$.
14. Να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ για τις οποίες οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g με $f(x) = 3x^2 + x + 1$ και $g(x) = 2x^2 + \alpha x + \beta$ διέρχονται από το ίδιο σημείο, στο οποίο έχουν κοινή εφαπτομένη με κλίση -2.
15. Στο διπλανό σχήμα το ABΓΔ είναι τετράγωνο πλευράς 3 cm. Με κέντρο την κορυφή Β γράφουμε δύο τεταρτοκύκλια. Το ένα με ακτίνα ΒΕ και το άλλο με ακτίνα ΒΓ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β': Από τα 6 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ στα 4.
Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο καρτεσιανό επίπεδο Οχψ δίνονται τα σημεία $A(2,0)$, $B(4,5)$, $\Gamma(6,\kappa)$ με $\kappa \in \mathbb{R} - \{10\}$.

- i) Να προσδιορίσετε την κορυφή Γ , αν το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι 8 τετραγωνικές μονάδες.
- ii) Για $\kappa=2$
 - α) να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου (ϵ) που φέρουμε από την κορυφή B του τριγώνου $AB\Gamma$.
 - β) να βρείτε την εξίσωση του ύψους (η) που φέρουμε από την κορυφή A του τριγώνου $AB\Gamma$ καθώς και τις συντεταγμένες του σημείου Δ στο οποίο τέμνονται οι ευθείες (η) και (ϵ).

iii) Να βρείτε την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες (ϵ) και (η)

2. α) Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x}{x-1}$ και $g(x) = \frac{x^2+x}{x^2-1}$ είναι ίσες. Αν είναι $f \neq g$ να βρείτε το «ευρύτερο» υποσύνολο του \mathbb{R} στο οποίο είναι $f=g$.

β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(x + \sqrt{1+x^2}\right)^2$. Να δείξετε ότι:

- i. $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1+x^2}} \cdot f(x)$
- ii. $(1+x^2) \cdot f''(x) + x \cdot f'(x) = 4 \cdot f(x)$

3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x+\alpha-\beta)$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

A) Αν $\ln 6 + f\left(\frac{\pi}{2}\right) - \ln 5 = \ln \pi$, τότε:

- i. Να αποδείξετε ότι: $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$
- ii. Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu(e^{f(x)}) \cdot \sigma\upsilon\nu(e^{f(x)}) = \frac{1}{2}$

B) Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $\chi\chi'$ στο σημείο $A(1,0)$, τότε:

- i. Να αποδείξετε ότι: $\alpha - \beta = 0$
- ii. Να λύσετε την ανίσωση $16 \cdot 2^{f(x)} = 2^{\ln(2e^4)}$

4. α) Αν $0 < x < \frac{\pi}{2}$, να αποδείξετε ότι $\frac{\eta\mu 2x \cdot \sigma\upsilon\nu x}{(1 + \sigma\upsilon\nu 2x)(1 + \sigma\upsilon\nu x)} = \epsilon\phi \frac{x}{2}$.

β) Με τη βοήθεια του πιο πάνω ή με οποιοδήποτε άλλον τρόπο

i) να δείξετε χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής ότι $\epsilon\phi 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$

ii) να λύσετε την εξίσωση:

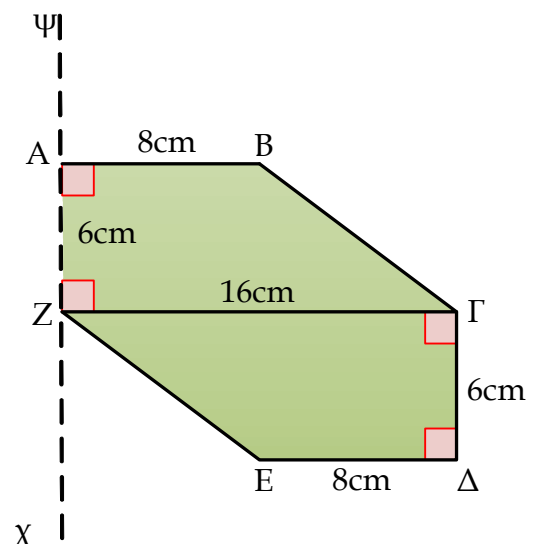
$$\ln(\eta\mu 2x) + \ln(\sigma\upsilon\nu x) = \ln(1 + \sigma\upsilon\nu 2x) + \ln(1 + \sigma\upsilon\nu x) - \frac{1}{2} \ln 3 \text{ στο διάστημα } \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

5. α) Το άθροισμα τριών αριθμών που αποτελούν γεωμετρική πρόοδο είναι 70. Αν πολλαπλασιάσουμε το μεσαίο όρο με 5 και τους άκρους με 4 τα γινόμενα θα αποτελέσουν αριθμητική πρόοδο. Να βρείτε τους αριθμούς.

β) Αν $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου να δείξετε ότι: $\frac{\beta + \delta}{\alpha} = \frac{\gamma^2 \delta + \delta^3}{\gamma^3}$

6. Το πολύγωνο ΑΒΓΔΕΖ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα χψ. Να βρείτε:

- i) Τον όγκο του στερεού που παράγεται
ii) Την επιφάνεια του στερεού που παράγεται



Οι Εισηγητές

Γαβριήλ Γαβριήλ

Νικολάου Παναγιώτα

Τουμάζου Ελπίδα

Η Διευθύντρια

Τοφαρίδου Φρόσω

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010ΜΑΘΗΜΑ :ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία :26/5/2010

ΤΑΞΗ: Β'(κατεύθυνσης)

Διάρκεια : 2:30'

ΟΔΗΓΙΕΣ : Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού (Tirrex).

Τα σχήματα να γίνονται με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 .

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες .

1. Να αναλύσετε το κλάσμα: $\frac{3\chi+1}{(\chi-3)(\chi+2)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.
2. Σε αριθμητική πρόοδο, το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου είναι 20 και ο έβδομος όρος της είναι τριπλάσιος του δευτέρου όρου της. Να βρείτε το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.
3. Να υπολογίσετε τα όρια: α) $\lim_{\chi \rightarrow +\infty} \frac{3\chi^2+7\chi+1}{6\chi^2-5\chi+2}$ β) $\lim_{\chi \rightarrow 0} \frac{5\eta\mu 3\chi+3\eta\mu 5\chi}{\chi}$
4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε_1) η οποία περνά από το μέσο Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ με άκρα Α(1,4) και Β(3,-2), και η οποία είναι παράλληλη με την ευθεία $(\varepsilon_2): 3\chi-\psi+4=0$.
5. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{2\chi-1}-4\cdot 2^\chi=0$.
6. Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{A}=\hat{\Delta}=90^\circ$, ΑΒ = ΑΔ = 3 cm και ΓΔ = 6 cm .
Με κέντρο Γ και ακτίνα ΒΓ να γράψετε τόξο ΒΕ εντός του τραpezίου (Ε τομή τόξου με ΓΔ). Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του μεικτόγραμμου σχήματος ΑΒΕΔ .
7. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ακμή βάσης 12 m και όγκο $384 m^3$.
Να υπολογίσετε το εμβαδό της ολικής επιφάνειας.
8. Να βρείτε τις παραγώγους των πιο κάτω συναρτήσεων:
α) $\psi = e^\chi \ln(1+2\chi)$ β) $\psi = \frac{1}{\chi\eta\mu\chi}$
9. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(\chi)+2\log\sqrt{\chi+3}=1$.
10. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κώνου είναι $32\pi \text{ cm}^2$ και η γενέτειρα του λ σχηματίζει γωνία 60° με τη βάση του. Να βρείτε τον όγκο του κώνου.
11. Να δείξετε ότι: $2\sigma\upsilon\nu(\alpha-\beta)-\frac{\eta\mu(2\alpha-\beta)}{\eta\mu\alpha}=\frac{\eta\mu\beta}{\eta\mu\alpha}$ όπου α τέτοιο ώστε $\eta\mu\alpha \neq 0$.

12. Να βρείτε την γενική λύση της εξίσωσης: $6\eta\mu^2\chi + \sigma\upsilon\nu 2\chi = 2$.
13. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\alpha + \gamma = 4R\sigma\upsilon\nu\frac{B}{2}$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
14. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(\chi) = \chi + 4$ και $g(\chi) = \sqrt{\chi} - 4$.
Να ορίσετε τις συναρτήσεις $f + g$, $f \cdot g$, $\frac{f}{g}$, $f \circ g$ (τον τύπο και το πεδίο ορισμού της συνάρτησης σε κάθε περίπτωση).
15. Δίνεται καμπύλη (Κ) με εξίσωση $\frac{\chi^2}{\alpha^2} + \psi^2 = 1$ και σημείο της $A(\alpha\sigma\upsilon\nu\theta, \eta\mu\theta)$
α) Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της καμπύλης (Κ) στο σημείο Α είναι η ευθεία $\varepsilon_1 : \sigma\upsilon\nu\theta \cdot \chi + \alpha\eta\mu\theta \cdot \psi = \alpha$.
β) Να βρείτε την τιμή του α έτσι ώστε η ευθεία (ε_1) να είναι κάθετη με την ευθεία $\varepsilon_2 : (1 - \sigma\upsilon\nu 2\theta) \cdot \chi - \eta\mu 2\theta \cdot \psi = 2010$.

**ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100**

1. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $B(1,2)$, ύψος $AA\Delta : 3\chi + \psi - 11 = 0$ και διάμεσο $AM : \chi + \psi - 7 = 0$.
Να βρείτε:
α) την εξίσωση της ΒΓ
β) τις συντεταγμένες των σημείων Μ και Γ
γ) την εξίσωση της ΑΒ
δ) την απόσταση του σημείου Β από: ι) την ευθεία ΑΜ ιι) το σημείο Α
2. Αριθμητική πρόοδος (Α.Π.) και φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος (Γ.Π.) έχουν τον ίδιο πρώτο όρο α και η διαφορά της Α.Π. ισούται με το λόγο ω της Γ.Π. Ο πέμπτος όρος της Α.Π. είναι ίσος με -1 και το άθροισμα των απείρων όρων της Γ.Π. είναι ίσο με το δεύτερο όρο της Α.Π.
α) Να σχηματίσετε τις δύο προόδους.
β) Να βρείτε το πλήθος των όρων της Α.Π. που έχουν άθροισμα ίσο με τον αριθμό μηδέν.
3. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(\chi) = \chi^{\eta\mu\chi}$ και $g(\chi) = \pi \ln(\ln x)$ με $x \in (1, +\infty)$.
α) Να βρείτε τις παραγώγους των συναρτήσεων f και g .
β) Αν η ευθεία ε_1 είναι εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της με τετμημένη $\chi = \pi$ και η ευθεία ε_2 είναι εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της g στο σημείο της με τετμημένη $\chi = \pi$, να δείξετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται κάθετα.
4. α) Δίνονται οι συναρτήσεις:
 $f_1(\chi) = \log[(4^{\kappa-2} + 9) \cdot \chi] + \log 2$ και $f_2(\chi) = \log[(2^{\kappa-2} + 1) \cdot \chi] + 1$
Να βρείτε για ποια ή για ποιες τιμές του κ ισχύει $f_1(1) = f_2(1)$.
β) ι) Να δείξετε ότι: $\eta\mu 2\chi - \varepsilon\phi\chi = \varepsilon\phi\chi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\chi$
ιι) Με τη βοήθεια της πιο πάνω σχέσης ή με όποιο άλλο τρόπο θέλετε, να λύσετε την εξίσωση: $\eta\mu 2\chi - \varepsilon\phi\chi = \sigma\upsilon\nu 2\chi$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$

5. α) ι) Οι συναρτήσεις f_1, f_2, f_3 είναι παραγωγίσιμες στο A και για κάθε $x \in R$ ισχύει $f_i(x) \neq 0$ ($i = 1, 2, 3$).

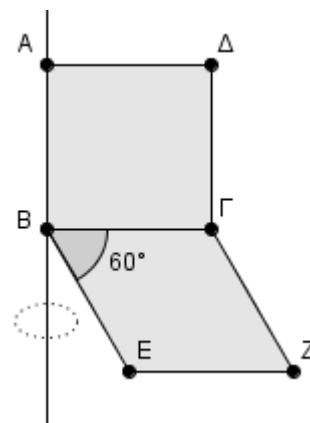
Αν $g = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3$, να δείξετε ότι: $\frac{g'}{g} = \frac{f_1'}{f_1} + \frac{f_2'}{f_2} + \frac{f_3'}{f_3}$

- ιι) Με τη βοήθεια της πιο πάνω σχέσης ή με όποιο άλλο τρόπο θέλετε να βρείτε την παράγωγο της $k(x) = \ln[e^{x^2+1}(3x^2+5x-1) \cdot \eta\mu(3x^2+1)]$

- β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^{\frac{x}{5}+1}$ με $x \in R$

Να βρείτε το άθροισμα $\Sigma = f(5 \ln 3) + f'(5 \ln 3) + f''(5 \ln 3) + f'''(5 \ln 3) + \dots$

6. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο πλευράς $2a$, το $BEZ\Gamma$ είναι ρόμβος πλευράς $2a$ με $\hat{B} = 60^\circ$. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που θα παραχθεί όταν το σχήμα $ABEZ\Gamma\Delta$ περιστραφεί κάνοντας πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία AB .



Εισηγητές:

Μενελάου Κούλα
Νοταρίδης Αβραάμ
Κυριακίδης Κωνσταντίνος
Αλιούρη Παναγιώτα

Ο Συντονιστής:

Αγαμέμνονος Αλέξανδρος

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Γρηγορίου Σταύρος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΤΑΞΗ : Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ :25- 5- 2010
ΧΡΟΝΟΣ : 2,5 ΩΡΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ

- (Α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(Β) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
(Γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

- 1) Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα : $\frac{2x+16}{(x+3) \cdot (x-2)}$
- 2) Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του πρώτου και του τέταρτου όρου της είναι 17 και ο ένατος όρος της είναι τετραπλάσιος του δεύτερου όρου της.
Να βρείτε: α) Την αριθμητική πρόοδο.
β) Το άθροισμα των 11 πρώτων όρων της.
- 3) Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων :
- (α) $\psi = 2e^{5x} + \ln x - \eta \mu x + 5$ (β) $\psi = x^3 \cdot \sigma \phi(3x-2)$
- 4) Να βρείτε το όριο των πιο κάτω συναρτήσεων :
- (α) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 4}$ (β) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-6} - 1}{x - 7}$
- 5) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν βάσης 64 cm^2 . Το παράπλευρο ύψος σχηματίζει με το ύψος της γωνία 30° . Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής της επιφάνειας και τον όγκο της.

6) Τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ έχει κορυφές $A(-3,3)$, $B(0,6)$ και $\Gamma(2,-2)$.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

β) Να βρείτε την εξίσωση και το μήκος της διαμέσου AM .

7) Να δείξετε ότι $\frac{1+\sigma\upsilon\nu6\alpha}{\eta\mu6\alpha} + \frac{\eta\mu6\alpha}{1-\sigma\upsilon\nu6\alpha} = 2\sigma\upsilon\nu3\alpha \cdot \sigma\tau\epsilon\mu3\alpha$.

8) Κύλινδρος και κώνος έχουν την ίδια ακτίνα $R=12\text{cm}$. Ο όγκος του κυλίνδρου είναι πενταπλάσιος του όγκου του κώνου. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι 15 cm , να βρείτε το ύψος και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου.

9) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{3 \cdot 9^x + 8 \cdot 3^x - 3}$.

10) Δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο AB και χορδή $A\Gamma = \lambda_4$. Με κέντρο το A και ακτίνα την $A\Gamma$ γράφουμε τόξο $\widehat{\Gamma\Delta}$ μέσα στον κύκλο (Δ σημείο του κύκλου). Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του μηνίσκου $\Gamma B \Delta \Gamma$.

11) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο τομής των ευθειών $(\varepsilon_1): 2x - \psi - 3 = 0$ και $(\varepsilon_2): 3x + 5\psi - 11 = 0$ και απέχει από την αρχή των αξόνων 2 μονάδες.

12) Να εξετάσετε αν ορίζεται η αντίστροφη της $f(x) = x^2 - 4x + 7, x \geq 2$.

α) Αν ορίζεται η $f^{-1}(x)$, να βρείτε τον τύπο της και το πεδίο ορισμού της.

β) Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της $f^{-1}(x)$ στο σημείο της με τετμημένη $x = 4$.

13) Αν $\psi = \eta\mu 2^x$ να δείξετε ότι $\frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 4^x \cdot \psi \cdot \ln 2 = 0$

14) Τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Αν $\hat{A} = 60^\circ$, $\beta = 8\text{ cm}$ και $\gamma = 5\text{ cm}$ να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που είναι μέσα στον κύκλο και έξω από το τρίγωνο.

15) Να λυθεί η εξίσωση: $\left[3 \left(\log_5 5 - \log_5 \sqrt{5} + \log_5 \sqrt[4]{5} - \dots \right) \right]^{\log_2 x} = 16^{\log_x 2}$

ΜΕΡΟΣ Β

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

- 1) Ρόμβος $AB\Gamma\Delta$ έχει κορυφές $A(1,3)$, $B(4,-1)$. Η εξίσωση της διαγωνίου του AG είναι $2x - y = -1$. Να βρείτε:
- α) Την εξίσωση της άλλης διαγωνίου του.
 - β) Τις συντεταγμένες των κορυφών του Γ και Δ .
 - γ) Την εφαπτομένη της γωνίας \hat{B} αν $B < 90^\circ$.
 - δ) Την περίμετρο και το εμβαδόν του ρόμβου.
- 2) Δίνονται τα σημεία $A(3,2)$, $B(3,6)$ και $\Gamma(5,4)$.
(Τοποθετήστε τα σημεία A, B, Γ σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων)
- α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ είναι ισοσκελές.
 - β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του τριγώνου $\hat{A}B\Gamma$ γύρω από τον άξονα $\psi'\psi$.
- 3) Αριθμητική πρόοδος με διαφορά $\delta > 0$ και φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος με λόγο λ έχουν τον ίδιο πρώτο όρο. Το άθροισμα των απείρων όρων της γεωμετρικής προόδου ισούται με 18. Αν $e^{\ln(3\delta)} - \log_2 8^\lambda = 5$ και $\delta \cdot \lambda = \kappa$ όπου $\kappa = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin 7x}{\sin 2x - \sin 8x}$ να σχηματίσετε τις δύο προόδους.
- 4) α) Αν σε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ ισχύει η σχέση $\alpha + \beta = 4\gamma$ να δείξετε ότι $\sin \frac{A-B}{2} = 4\eta\mu \frac{\Gamma}{2}$. Αν επιπλέον στο τρίγωνο ισχύει η σχέση $\gamma = R \cdot \sin \frac{\Gamma}{2}$ να δείξετε ότι το τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ είναι ισοσκελές.
- β) Να υπολογίσετε το όριο:
- $$\lim_{x \rightarrow 5} \left[\frac{\eta\mu(x-5)}{x^3 - 5x^2} + \frac{\eta\mu(x-5)}{x^4 - 5x^3} + \frac{\eta\mu(x-5)}{x^5 - 5x^4} + \dots \right].$$
- 5) α) Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \ln(\sqrt{x-1} + 1)$ με $x \geq 1$.
- i) Να ορίσετε την $f^{-1}(x)$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
 - ii) Να λύσετε την εξίσωση $f^{-1}(x) = 17$.
- β) Να λύσετε την εξίσωση: $4\log_2^2(\sin x) + \log_2(1 + \sin 2x) = 3, x \in (\pi, 2\pi)$.

- 6) α) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 8 - x$, $x \in [-15, -7]$ και $g(x) = x^2 - 9x - 7$, $x \in [-1, 10]$. Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $(f \circ g)(x)$.
- β) Δίνονται οι συναρτήσεις $\psi = x^{\sigma \nu x}$, $x \in \mathbb{R}^+$ και $\psi = \frac{\pi}{4} \ln(\ln^2 x)$, $x \in (1, +\infty)$.
- Να δείξετε ότι οι εφαπτόμενες τους στα σημεία τους με τετμημένη $x = \frac{\pi}{2}$ είναι κάθετες.

ΤΕΛΟΣ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ανδρονίκου Κυριακή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά (κατεύθυνσης)

Διάρκεια : 2:30΄

ΤΑΞΗ : Β΄ Ενιαίου Λυκείου

Ημερομηνία : 04/06/2010

Οδηγίες :

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι)
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Τα σχήματα του φυλλαδίου να μεταφέρονται στη θέση που λύεται η άσκηση.
5. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **4 σελίδες**.

Μέρος Α΄:Από τα 15 θέματα να λύσετε **μόνο** τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες .

1. Δίνεται αριθμητική πρόοδος με $a_1 = 3$ και $a_2 = 7$. Να υπολογίσετε :
α) τον εντέκατο όρο (a_{11}) της προόδου και
β) το άθροισμα των έντεκα πρώτων όρων (Σ_{11}) της προόδου .
2. Να υπολογίσετε το πιο κάτω όριο :
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$$
3. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$ αν δίνεται ότι :
 $\Gamma = 30^\circ$, $\alpha = 3 \text{ cm}$ και $\gamma = \sqrt{3} \text{ cm}$.
4. Να λύσετε την εξίσωση : $\log(x+1) + 2\log\sqrt{5x} = 2$
5. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα : $\frac{3x}{(x+1) \cdot (x-2)}$
6. Δίνονται τα σημεία $A(2, -1)$ και $B(-3, 4)$. Να βρείτε:
α) το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος AB
β) το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος (AB) .
7. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης 24m . Αν το ύψος της είναι 4m , να υπολογίσετε :
α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας και
β) τον όγκο της .

8. Δίνεται κύλινδρος του οποίου το ύψος είναι διπλάσιο της ακτίνας του και ο όγκος του ίσος με $250\pi \text{ cm}^3$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου .
9. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο $\frac{d\psi}{dx}$ των συναρτήσεων :
- α) $\psi = 2x + \sqrt{x} + \ln 4 - 3^x$ β) $\psi = e^{3x} \cdot \eta\mu 4x$
10. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $x^2 + \psi^2 = 25$, $\psi \geq 0$
 Να βρείτε την εξίσωση της **εφαπτομένης** και της **κάθετης** της καμπύλης στο σημείο με τετμημένη $\chi = 3$.
11. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης : $\epsilon\phi(5x - 30^\circ) = \frac{\eta\mu 2x}{\sigma\upsilon\nu 2x}$
12. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(1, 4)$, $B(2, 1)$ και $\Gamma(-2, 1)$.
 Να υπολογίσετε:
 α) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ και
 β) την απόσταση της κορυφής B από την πλευρά $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.
13. Να λύσετε την εξίσωση : $\eta\mu x + 1 = e^{\ln(\sigma\upsilon\nu^2 x)}$.
14. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x+3)$. Να βρείτε:
 α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης
 β) το πεδίο τιμών της
 γ) τον τύπο της f^{-1} και το πεδίο ορισμού της (αν ορίζεται) .
15. Δίνονται οι συναρτήσεις με τύπους $f(x) = \frac{1}{x-3}$ και $g(x) = \sqrt{x-2}$. Να εξετάσετε αν ορίζεται η σύνθεση $f \circ g$ της g με την f . Αν ορίζεται να δώσετε το πεδίο ορισμού της και το τύπο της .

Μέρος Β΄:

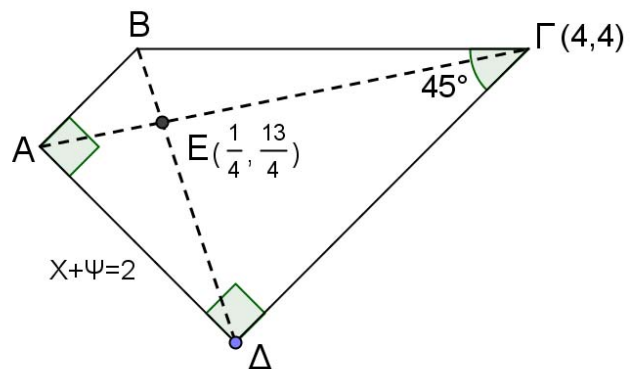
Από τα 6 θέματα να λύσετε **μόνο** τα 4 .

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες .

1. α) Να λύσετε την εξίσωση : $3^{2\sin x} - 4 \cdot 3^{\sin x} + 3 = 0$ αν $x \in [-\pi, \pi]$.

β) Αν A, B, Γ είναι γωνίες τριγώνου να αποδείξετε ότι :
 $\varepsilon\varphi A + \varepsilon\varphi B + \varepsilon\varphi \Gamma = \varepsilon\varphi A \varepsilon\varphi B \varepsilon\varphi \Gamma$.

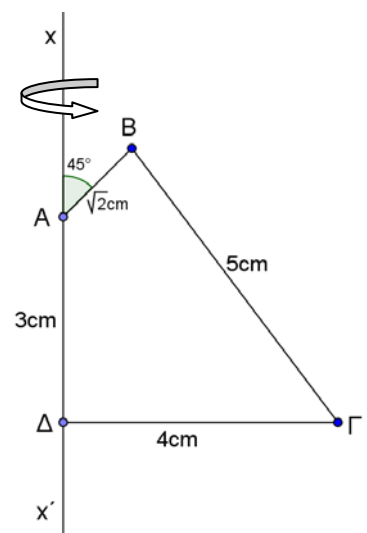
2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$) με $E\left(\frac{1}{4}, \frac{13}{4}\right)$ το σημείο τομής των διαγωνίων του, η κορυφή $\Gamma(4,4)$, $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ και η εξίσωση της $A\Delta$ είναι $x+\psi=2$.



Να βρείτε :

- α) την εξίσωση της πλευράς $\Gamma\Delta$
- β) την εξίσωση της διαγωνίου $A\Gamma$
- γ) τις συντεταγμένες της κορυφής A
- δ) την εξίσωση της πλευράς AB
- ε) την κλίση της πλευράς $B\Gamma$.

3. Το διπλανό σχήμα $AB\Gamma\Delta$ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα xx' .
Η πλευρά AB σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα xx' και $(AB) = \sqrt{2}$ cm.
Αν $(A\Delta) = 3$ cm, $(\Delta\Gamma) = 4$ cm και $(B\Gamma) = 5$ cm και $\Delta\Gamma \perp xx'$ τότε να υπολογίσετε :
το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του σχήματος .



4. α) Να υπολογίσετε το x αν $\log(x+1)$, $\sqrt{\log_{(x^2+9)}(x+1)^2}$, $\log_7 49$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

β) Αν το άθροισμα $\left(\frac{x^2}{4}\right)' + \left(\frac{x^3}{12}\right)' + \left(\frac{x^4}{32}\right)' + \left(\frac{x^5}{80}\right)' + \dots = 1$, με $-2 < x < 2$, τότε να υπολογίσετε το x .

5. α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = \sin^2 A (\ln x)^2 - \sin A \eta \mu A \ln x^2 + \eta \mu^2 A$ διέρχεται από το σημείο $M(e, 1 - \eta \mu 2B)$. Αν A, B, Γ είναι γωνίες τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ή ορθογώνιο.

β) Να αποδείξετε ότι:
$$\frac{\eta \mu 2\alpha}{2 \sin 3\alpha \cdot \sin 2\alpha - \sin 5\alpha} = 2 \eta \mu \alpha.$$

6. α) Να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του \mathbb{R} , στο οποίο οι συναρτήσεις

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1} \quad \text{και} \quad g(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} \quad \text{είναι ίσες.}$$

β) Αν $h(x) = \frac{x}{x+3}$, να ορίσετε τη συνάρτηση $\frac{f}{h}$ και να δώσετε το πεδίο ορισμού της.

γ) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta \mu x}{h(x)}$

δ) Να αποδείξετε ότι $g''(x) + h'(0) = \frac{1}{3}$.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ :

Άγγελος Χατζηαγαθαγγέλου (Β.Δ.)
Δήμητρα Σκαπούλλαρου – Χαρή (Β.Δ.)
Αθηνά Λάντου
Μυρούλα Πιπτάτζιη –Κύζα
Εύα Τρίαρου – Λοΐζου

Άγγελος Χατζηαγαθαγγέλου (Β.Δ.)

Συντονιστής Μαθηματικών

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Παντελίτσα Μιχαήλ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010**Μάθημα: Μαθηματικά Κατεύθυνσης****Τάξη : Β΄****Ημερομηνία : 25/05/10****Ωρα : 7:30 -10:00 (Διάρκεια 2.30΄)****ΟΔΗΓΙΕΣ:**

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{x-6}{(x-1)(x+4)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{x-1}{x+2}$.
3. Να γράψετε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $\psi = \log_{\alpha} x$, $\alpha \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση $\log x + \log(x+3) = 1$.
4. Να δείξετε ότι $\sin^4(1005\alpha) - \eta\mu^4(1005\alpha) = \sin(2010\alpha)$.
5. Δίνεται τετράγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (O , R). Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του R την πλευρά του τετραγώνου λ_4 και το εμβαδόν του τετραγώνου E_4 .
6. Αν $f(x) = \frac{2x+3}{4x^2-9}$ και $g(x) = \frac{1}{2x-3}$, να εξετάσετε αν $f = g$. Στην περίπτωση που $f \neq g$, να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του \mathbb{R} για το οποίο $f = g$.
7. Να σχηματίσετε αριθμητική πρόοδο για την οποία γνωρίζουμε ότι ο $6^{\text{ος}}$ όρος της είναι διπλάσιος του $3^{\text{ου}}$ και το άθροισμα των πρώτων 15 όρων της είναι ίσο με 360.
8. Να λύσετε την εξίσωση $\sin 3x \cdot \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} + \eta\mu 3x \cdot \eta\mu x$.
9. Τρίγωνο ABΓ έχει κορυφές A(3,2), B(3,4) και Γ(6,0). Να βρείτε:
 - α) την εξίσωση του ύψους ΑΔ,
 - β) τις συντεταγμένες του μέσου Μ της ΑΓ,
 - γ) την εφαπτομένη της γωνίας Γ του τριγώνου ABΓ.

10. Κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας οι παράπλευρες έδρες σχηματίζουν με τη βάση γωνία 30° . Αν η ακμή της βάσης είναι 8m να βρείτε: α) την ολική επιφάνεια της πυραμίδας και β) τον όγκο της πυραμίδας.

11. Να υπολογίσετε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^4-81}$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{-x^2+3x-2}$$

12. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει $\frac{\alpha-\beta}{\gamma} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\Gamma}{2} = \eta\mu \frac{A-B}{2}$.

13. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^2 - 2x \ln x$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της $\psi = f(x)$ στο σημείο της με τετμημένη $x=1$ συναρτήσεως του α .

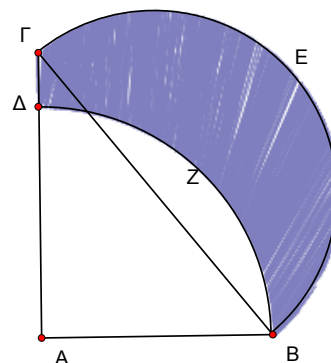
β) Για ποια τιμή του α η εφαπτομένη περνά από την αρχή των αξόνων;

14. Να βρείτε τις παραγώγους των πιο κάτω συναρτήσεων:

$$\alpha) \psi = \tau\epsilon\mu^4(e^{2x})$$

$$\beta) \psi = \ln\left(\frac{x^2+2}{x}\right)$$

15. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με $A=90^\circ$, $AB = 42\text{cm}$ και $A\Gamma = 56\text{cm}$. Με διάμετρο την BΓ σχηματίζουμε ημικύκλιο έξω από το τρίγωνο και με κέντρο το A και ακτίνα την AB σχηματίζουμε τεταρτοκύκλιο. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μεικτόγραμμου σχήματος ΔΖΒΕΓΔ.



ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται καμπύλη με εξίσωση $\psi^2 - 3x + x\psi + 3 = 0$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και την εξίσωση της καθέτου της καμπύλης στο σημείο της A (1, -1).

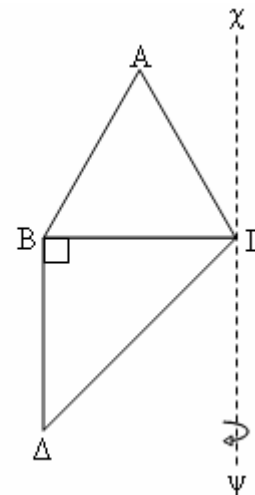
β) Αν η εφαπτομένη και η κάθετη τέμνουν τον άξονα $\psi\psi'$ στα σημεία B και Γ αντίστοιχα, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

2. Δίνεται η ακολουθία $\log_2 x, \log_4 x, \log_{16} x, \dots$.

α) Να αποδείξετε ότι είναι απόλυτα φθίνουσα Γ.Π. με λόγο $\lambda = \frac{1}{2}$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x + \dots = 2$.

3. α) Να δείξετε ότι $(\sin^2 \chi + 2\eta\mu\chi \cdot \sin\chi - \eta\mu^2\chi)^2 = 1 + \eta\mu^4\chi$.
 β) Χρησιμοποιώντας την πιο πάνω ταυτότητα ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο να βρείτε την γενική λύση της εξίσωσης
 $(\sin^2 \chi + 2\eta\mu\chi \cdot \sin\chi - \eta\mu^2\chi)^2 = 3 + 4\eta\mu^4\chi - 2\eta\mu^2 4\chi$.
4. Με διάμετρο την ακτίνα OA ενός κύκλου (O,R) γράφουμε κύκλο (K,ρ) και από το O φέρουμε ημιευθεία που τέμνει τον κύκλο (O,R) στο Γ και τον κύκλο (K,ρ) στο Δ . Να αποδείξετε ότι τα τόξα $\widehat{A\Gamma}$ και $\widehat{A\Delta}$ έχουν ίσα μήκη.
5. Δίνεται παραλληλόγραμμο $OAB\Gamma$ όπου O η αρχή των αξόνων και $B(6,4)$. Η πλευρά $O\Gamma$ έχει εξίσωση $\psi = 4\chi$ και η πλευρά $B\Gamma$ είναι παράλληλη με τον άξονα $O\chi$. Να βρείτε:
 α) τις συντεταγμένες των κορυφών Γ και A ,
 β) την απόσταση των παράλληλων πλευρών $O\Gamma$ και AB ,
 γ) το εμβαδόν του παραλληλογράμμου $OAB\Gamma$.
6. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρά 2α και ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ ($\angle B\hat{\Delta} = 90^\circ$) όπως στο διπλανό σχήμα. Το σχήμα $AB\Delta\Gamma$ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από άξονα $\chi\Gamma\psi$ κάθετο στην $B\Gamma$ στο Γ .
 Να βρείτε:
 α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας,
 β) τον όγκο του στερεού που παράγεται.



Οι Εισηγητές

Δημητριάδης Κωνσταντίνος

Μαλάη Καλλιόπη

Αβερκίου Αναστασία

Ο Συντονιστής

Δημήτρης Παπαμιλιτιάδης

Ο Διευθυντής

Γεώργιος Ζερβίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά κατεύθυνσης

ΤΑΞΗ: Β' Ενιαίου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26 Μαΐου 2010

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : 5

ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ:117

- Οδηγίες: (α) Να γράφετε με μπλε μελάνι.
(β) Επιτρέπεται η χρήση εγκεκριμένης υπολογιστικής μηχανής.
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Μέρος Α' : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{7x+1}{(x+4)(x-5)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων .

2. Δίνεται η πρόοδος 5,15,45 ,...

Να βρείτε:

α) το είδος της προόδου

β) τον πέμπτον όρο της.

3. Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης $\psi = x^2 + 3x + 5$

4. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 5x}{4x - 5x^2}$

5. Τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ έχει γωνία $\hat{A} = 90^\circ$ και $A(4, -2)$, $B(6, 0)$ και $\Gamma(\alpha, 0)$.
Να βρείτε την τιμή του α .

6. Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχουν τον ίδιο όγκο. Η ακμή του κύβου είναι 6cm και το ύψος του παραλληλεπίπεδου είναι 12cm. Αν η μια πλευρά της βάσης του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου είναι διπλάσια της άλλης να βρείτε:

α) τον όγκο του κύβου.

β) τις διαστάσεις της βάσης του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου.

7. Να λύσετε την εξίσωση $x^{\log x} = 10$.

8. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του 4^{ου} και του 7^{ου} όρου είναι 24 και ο 10^{ος} όρος είναι κατά 10 μεγαλύτερος από τον 5^ο όρο.

α) Να βρείτε τον πρώτο όρο και τη διαφορά.

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου.

9. Αν σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει $\eta\mu 2B + \eta\mu 2\Gamma = \frac{\alpha}{R}$ να δείξετε ότι είναι ισοσκελές.

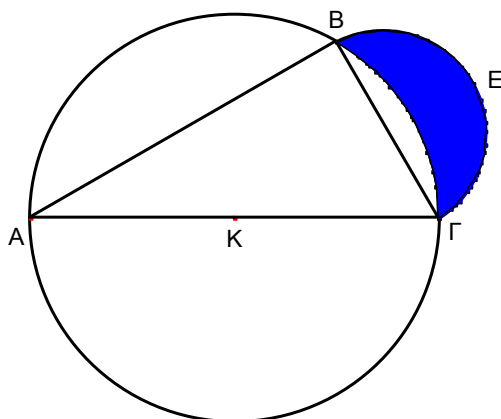
10. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο $V=972\text{cm}^3$ και η παράπλευρη έδρα της σχηματίζει με τη βάση της γωνία 45° . Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

11. Αν $\psi = \frac{\eta\mu^2 x}{x}$ να δείξετε ότι $x \cdot \psi'' + 2\psi' + 4x \cdot \psi = 2$

12. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu 2A(\eta\mu 2A + \sigma\upsilon\nu 2B) + \sigma\upsilon\nu 2A(\sigma\upsilon\nu 2A + \eta\mu 2B) = \frac{(1-\epsilon\phi\Gamma)^2}{1+\epsilon\phi^2\Gamma}$

13. Να λύσετε την εξίσωση $5^{\eta\mu^2 x} - 5^{\sigma\upsilon\nu^2 x} + 4 = 0$ όταν $0 \leq x \leq \pi$

14. Δίνεται κύκλος (K,R) και χορδή $AB=\lambda_3$. Με διάμετρο $B\Gamma$ γράφουμε ημικύκλιο $BE\Gamma$. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους συναρτήσει του R .



15. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{\log(2x^2 - x)}{x - 3}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της $f(x)$.

β) Να δείξετε ότι $2f(x)(x^2 - 9) - 2\log(2x - 1)^{x+3} = \frac{2(x+3)\ln x}{\ln 10}$

Μέρος Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται η συνάρτηση $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x}$.

α)

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

ii. Αν $x > 2$ να βρείτε το πεδίο τιμών της και να γράψετε τον τύπο της αντίστροφης συνάρτησης.

β) Να υπολογίσετε τα όρια: i. $\lim_{x \rightarrow 2} y$ ii. $\lim_{x \rightarrow 0} (y \cdot \eta\mu 6x)$

2. Δίνεται το άθροισμα $\Sigma = (\epsilon\phi\alpha + 2) + (\epsilon\phi\alpha + 3) + (\epsilon\phi\alpha + 4) + \dots + (\epsilon\phi\alpha + 25)$, $\sigma\upsilon\nu\alpha \neq 0$

α) Να γράψετε τον γενικό όρο a_n της σειράς.

β) Να αποδείξετε ότι οι όροι του αθροίσματος αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

γ) Αν $\Sigma_n = 372$, να αποδείξετε ότι $\epsilon\phi\alpha = 2$.

δ) Να λύσετε την εξίσωση $\epsilon\phi(x - \alpha) = 3$ για $x \in (0, \pi)$.

3. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{\eta\mu(2x + \psi) + \eta\mu(2x - \psi)}{\sigma\upsilon\nu(2x + \psi) + \sigma\upsilon\nu(2x - \psi)}$ και $B = \frac{\eta\mu 6x - 2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu 5x}{1 - \sigma\upsilon\nu 4x}$

Να δείξετε ότι:

α) $A = \epsilon\phi 2x$

β) $B = \sigma\phi 2x$

γ) $\frac{6A \cdot B}{1 - \sigma\upsilon\nu 2x} \cdot [\sigma\upsilon\nu^2 \alpha - 2\sigma\upsilon\nu \alpha \cdot \sigma\upsilon\nu x \cdot \sigma\upsilon\nu(\alpha + x) + \sigma\upsilon\nu^2(\alpha + x)] = 3$

4. Οι $\epsilon_1: 2x - \psi + 5 = 0$ και $\epsilon_2: x - 2\psi + 4 = 0$ είναι οι εξισώσεις δύο πλευρών ενός παραλληλόγραμμου $ΑΒΓΔ$ και το σημείο $(4, 7)$ μια κορυφή του.

Να βρείτε:

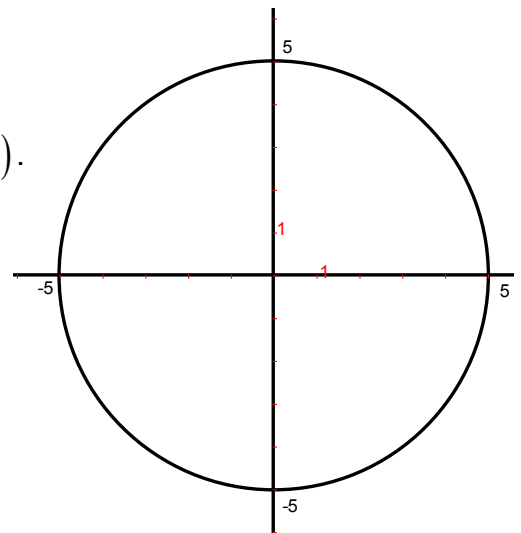
- α) Το σημείο τομής των διαγωνίων του.
- β) Τις εξισώσεις των άλλων δύο πλευρών του.
- γ) Το ύψος του παραλληλόγραμμου που αντιστοιχεί στην πλευρά $2x - \psi + 5 = 0$.
- δ) Το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου.

5. Στο διπλανό σχήμα ο κύκλος έχει εξίσωση $x^2 + \psi^2 = 25$.

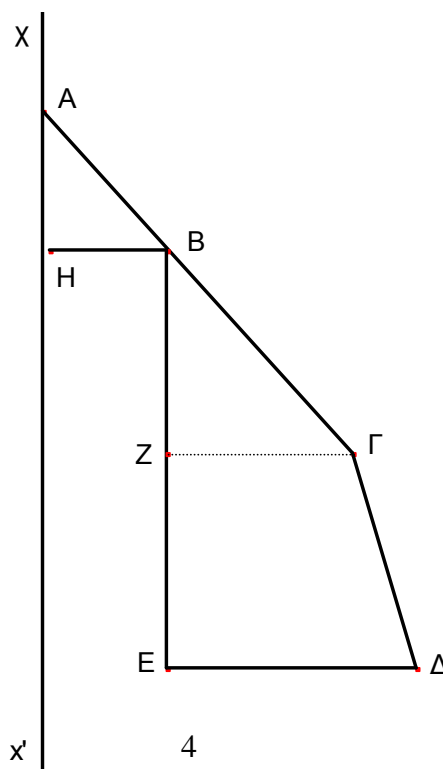
α) Να δείξετε ότι το σημείο τομής του κύκλου και της ευθείας $\sqrt{3} \cdot x - \psi = 0$ με $\psi > 0$, είναι το $A\left(\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$.

β) Αν (ε) είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A, να βρείτε την εξίσωση της (ε).

γ) Αν Β είναι το σημείο όπου η (ε) τέμνει τον άξονα $x'x$ και Γ το σημείο όπου ο κύκλος τέμνει τον θετικό ημιάξονα ox , να βρείτε το εμβαδόν του μεικτόγραμμου τριγώνου ABΓ.



6. Στο παρακάτω σχήμα τα τρίγωνα $\triangle ABH$ και $\triangle B\Gamma Z$ είναι ορθογώνια και ισοσκελή με $AH=2\text{cm}$, $BZ=2AH$, $BE=9\text{cm}$ και $E\Delta=5\text{cm}$. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του πολυγώνου ABΓΔΕΖΒΗ γύρω από τον άξονα $x'x$.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

Μάθημα: **Μαθηματικά Κατεύθυνσης**

Τάξη: **Β΄**

Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

Ημερομηνία: **2.6.2010**

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) **Επιτρέπεται** η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράφετε **μόνο με πένα μαύρη ή μπλε** (τα σχήματα με μολύβι).

γ) **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{x+1}{(x-2)(x-1)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

2. Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων: (α) $\psi = x^3 \ln(2x)$ και (β) $\psi = \frac{e^{3x}}{x^2 - 1}$.

3. Να υπολογίσετε τα όρια: (α) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ και (β) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 6}{x^2 + 2x + 1}$.

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x+1}$.

Να βρείτε: α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της

β) τον τύπο της αντίστροφης συνάρτησης $f^{-1}(x)$.

5. Δίνεται η πρόοδος 3, 7, 11, 15, ...

Να βρείτε: α) το είδος της προόδου

β) τον 15^ο όρο της

γ) το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

6. Να δείξετε ότι: $\frac{1 - \sin 2\alpha}{\eta \mu 2\alpha} = \epsilon \phi \alpha$.

7. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\beta = 2\sqrt{3}$ cm, $\gamma = 2$ cm και $\hat{B} = 120^\circ$.

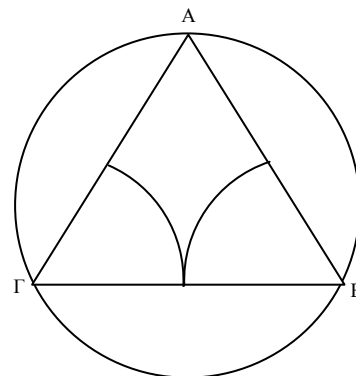
Να υπολογίσετε: α) τις γωνίες \hat{A} , $\hat{\Gamma}$

β) την πλευρά α και

γ) το εμβαδό του τριγώνου.

8. Δίνεται η καμπύλη $x^2 + \psi^2 - 4x + 5\psi - 11 = 0$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο με τετμημένη $x = 1$ και τεταγμένη $\psi > 0$.
9. Να βρείτε τον πρώτο όρο και το άθροισμα των όρων γεωμετρικής προόδου στην οποία ο τελευταίος όρος είναι 384, ο λόγος της 2 και το πλήθος των όρων της 8.
10. Αν $\psi = \eta \mu^2 3\chi$ να λύσετε την εξίσωση: $\frac{d\psi}{dx} = \frac{3}{2}$.
11. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha + \beta}{\gamma} = \sigma \nu \nu A + \sigma \nu \nu B$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
12. Να υπολογίσετε την τιμή το αριθμού α , $\alpha > 0$ και $\alpha \neq 1$ ώστε να ισχύει η σχέση:
 $\log_{\alpha} 45 + 4 \log_{\alpha} 2 - \frac{1}{2} \log_{\alpha} 81 - \log_{\alpha} 10 = 3$.
13. Κύλινδρος και κώνος έχουν την ίδια βάση με διάμετρο 2α. Ο κώνος έχει κορυφή το κέντρο της άλλης βάσης του κυλίνδρου. Αν το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι $4\pi\alpha^2 \text{ cm}^2$ να βρείτε τον όγκο του μέρους του κυλίνδρου που βρίσκεται εκτός του κώνου.
14. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από την τομή των ευθειών $2\chi + \psi = 3$ και $3\chi - 2\psi = 8$ και σχηματίζει γωνία 135° με τον άξονα $\chi\chi'$. Αν η ευθεία αυτή τέμνει των άξονα $\chi\chi'$ στο σημείο A και τον άξονα $\psi\psi'$ στο σημείο B, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου OAB όπου O η αρχή των αξόνων.

15. Στο σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισόπλευρο εγγεγραμμένο σε κύκλο με ακτίνα $R = 4 \text{ cm}$. Με κέντρα τις κορυφές B, Γ και ακτίνα $\rho = \frac{AB}{2}$ φέρουμε τόξα μέσα στο τρίγωνο. Να βρείτε το εμβαδό και την περίμετρο του σκιασμένου σχήματος.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α) Αν $1, \eta\mu\psi, \sigma\upsilon\nu^2\psi$ είναι τρεις διαδοχικοί θετικοί όροι γεωμετρικής προόδου να βρείτε την τιμή του ψ .

β) Δίνεται ότι $\log_5 \alpha + \log_5 \beta = 4$.
Να βρείτε τον αριθμητικό μέσο των αριθμών $\log_5 \alpha$, $\log_5 \beta$ και τον γεωμετρικό μέσο των α, β .
2. Τετράγωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με ακτίνα 10 cm. Να βρείτε το εμβαδό και την περίμετρο του μέρους που περικλείεται μεταξύ των πλευρών του τετραγώνου και της περιφέρειας του κύκλου.
3. Οι εξισώσεις των πλευρών AB και AD παραλληλογράμμου ABΓΔ είναι αντίστοιχα $\chi + \psi - 1 = 0$ και $\chi - \psi + 3 = 0$. Αν μια κορυφή του έχει συντεταγμένες (7, 2) τότε:
(α) Να βρείτε την εξίσωση τη διαγωνίου ΑΓ.
(β) Να βρείτε τις συντεταγμένες όλων των κορυφών του.
(γ) Να αποδείξετε ότι το παραλληλόγραμμο είναι τετράγωνο.
(δ) Να βρείτε την απόσταση του σημείου τομής των διαγώνιων από την AB.
4. Ισοσκελές τραπέζιο ABΓΔ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) με $AB = 10$ cm, $\Delta\Gamma = 16$ cm και ύψος 4 cm στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από άξονα $\chi\psi$ που είναι παράλληλος προς τη μικρή του βάση AB και απέχει από αυτή 2cm. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδό της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται.
5. α) Αν $\psi = e^{2x} \sigma\upsilon\nu\chi$ να δείξετε ότι $\psi'' - 4\psi' + 5\psi = 0$.
β) Δίνεται η καμπύλη $f(\chi) = \chi^{k+1} + \chi^{2k-1}$ με k σταθερό. Το σημείο P βρίσκεται πάνω στην καμπύλη $f(\chi)$ και έχει τετμημένη $\chi = 1$. Αν η κάθετος της καμπύλης στο P έχει εξίσωση $2\chi + 9\psi - 20 = 0$ να βρείτε την τιμή του k και την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο P.
6. Δίνεται η ακολουθία $\log_{\sigma\upsilon\nu\chi}(\epsilon\phi\chi), \log_{\sigma\upsilon\nu^2\chi}(\epsilon\phi\chi), \log_{\sigma\upsilon\nu^4\chi}(\epsilon\phi\chi), \dots$
με $\frac{\pi}{4} < \chi < \frac{\pi}{2}$.
α) Να δείξετε ότι η ακολουθία αποτελεί φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο.
β) Να υπολογίσετε την τιμή του χ για την οποία το άθροισμα των απείρων όρων της ακολουθίας είναι ίσο με $\Sigma_{\infty} = \log_{\sigma\upsilon\nu\chi}(\sqrt{3}\epsilon\phi\chi)$.

Ο Διευθυντής

Σωτήρης Σεργίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25/5/2010 ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες****ΤΑΞΗ: Β' επιλ.****ΩΡΑ: 7.45' -10.15'**

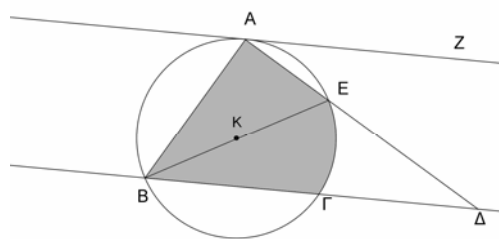
ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής .
(β) Να γράφετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού .
(δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες από τα 100.

1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{x+5}{(x+1)(x-3)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.
2. Να βρείτε την γενική λύση της εξίσωσης: $\sqrt{2}\sin(3x) = 1$
3. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_3(x+8) \log_3(2-x) = 2$
4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}, x \neq 1$. Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης $f^{-1}(x)$.
5. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ των συναρτήσεων
α) $y = (1-3x)^5$ β) $y = 2\sin 3x - \epsilon\phi x$
6. Σε αριθμητική πρόοδο ο 6^{ος} όρος είναι τριπλάσιος του 2^{ου} όρου και το άθροισμα του 5^{ου} με τον 8^οv όρο είναι 26. Να βρείτε την πρόοδο.
7. Να βρεθεί η εξίσωση ευθείας που είναι κάθετη στην ευθεία $2x-3y+4=0$ και περνά από το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος AB όπου A (5, 3) και B (-1, -7).
8. Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{3-\sqrt{x+7}}$
9. Κύλινδρος και κώνος έχουν ίση ακτίνα βάσης. Ο κύλινδρος έχει εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $144\pi \text{ cm}^2$ και το ύψος του είναι διπλάσιο της ακτίνας της βάσης του. Να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου, αν η γενέτειρά του είναι 10 cm.
10. Να βρείτε το εμβαδόν τριγώνου ABΓ αν $\alpha = 2 \text{ cm}$, $\beta = 4 \text{ cm}$ και $\gamma = 2\sqrt{3} \text{ cm}$.

11. Αν $x \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ και $\frac{1}{\log_4 x}, \frac{1}{\log_6 2}, \frac{1}{\log_9 x}$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να υπολογίσετε το x .
12. Να δείξετε ότι, αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\varepsilon\phi B + \varepsilon\phi \Gamma = \frac{\alpha}{\beta\eta\mu\Gamma}$, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
13. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει παράπλευρο ύψος $h = 4\sqrt{3}\text{ m}$. Αν το ύψος της σχηματίζει γωνία 60° με το παράπλευρο ύψος, να υπολογίσετε:
(α) τον όγκο και
(β) το εμβαδόν ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.
14. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_2(9^{x-1} + 11) = 2 + \log_2(3^x - 4)$

15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος κέντρου K και ακτίνας R . Η AZ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο A και παράλληλη της $B\Delta$. Η γωνιά $\hat{A}DB = 30^\circ$ και BE διάμετρος. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας συναρτήσει του R .



ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες από τα 100.

1. Δίνεται πολυώνυμο $f(x) = x^3 + kx^2 + (\lambda - 2)x + \mu$.
Να προσδιορίσετε τους αριθμούς k, λ και μ ώστε το πολυώνυμο $f(x)$ να έχει ρίζα τον αριθμό 2, $f(0) = 6$ και $f'(1) = -f(1)$.
2. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(1, -3)$, $B(-1, -6)$ και $\Gamma(-2, -1)$.
α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
β) Να βρείτε το μήκος του ύψους AD .
γ) Η προέκταση του ευθύγραμμου τμήματος AB τέμνει τον άξονα των x στο E και η προέκταση του ευθύγραμμου τμήματος $B\Gamma$ τέμνει τον άξονα των y στο Z . Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου OEZ , όπου O η αρχή των αξόνων.

3. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$ και $g(x) = \sqrt{1+x^2}$.

α) Να υπολογίσετε τις παραγώγους $f'(x)$, $f''(x)$ και $g'(x)$.

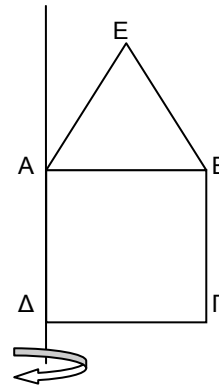
β) Να δείξετε ότι $e^{f(x)} \cdot f'(x) = g'(x) + 1$

γ) Να δείξετε ότι $(f'(x))^2 + \frac{f''(x)}{g'(x)} = 0$

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται $AB\Gamma\Delta$ τετράγωνο πλευράς 6cm και ABE ισόπλευρο τρίγωνο. Το σχήμα $AEB\Gamma\Delta$ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την AD . Να βρείτε:

α) τον όγκο και

β) το εμβαδόν της επιφάνειας του στερεού που παράγεται.



5. α) Το άθροισμα των δυο πρώτων όρων φθίνουσας γεωμετρικής προόδου είναι 5. Να βρείτε την πρόοδο αν κάθε όρος είναι ίσος με το τριπλάσιο του αθροίσματος των απείρων όρων της που ακολουθούν.

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης $xy + x^2 = 3$ στο σημείο της με $y = 2$ και $x > 0$.

6. α) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει:

$$\alpha \sin \omega - \beta \sin(\Gamma - \omega) - \gamma \sin(B + \omega) = 0$$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{2\epsilon\phi\alpha(1-\epsilon\phi^2\alpha)}{(1+\epsilon\phi^2\alpha)^2} = \frac{\eta\mu 4\alpha}{2}$$

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Νίκη Παπαπέτρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

Μάθημα: Μαθηματικά

Ημερομηνία: 03/06/2010

Τάξη: Β΄ Κοινός Κορμός

Χρόνος: 2,5 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- α. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- γ. Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- δ. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

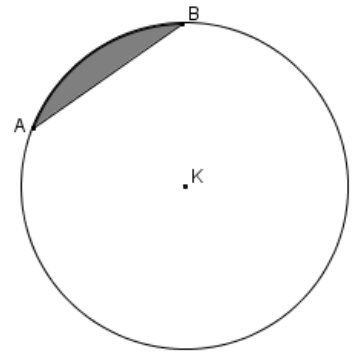
ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις δώδεκα (12). Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

- 1. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο κύκλου που έχει ακτίνα $R = 4\text{cm}$.
- 2. Δίνεται η πρόοδος 3, 7, 11, 15,... Να βρείτε:
 - (α) το είδος της προόδου
 - (β) το δέκατο όρο της.
- 3. Κάποιος τόκισε €5000 προς 6% για 3 χρόνια. Να υπολογίσετε πόσο τόκο θα πάρει.
- 4. Να λύσετε την εξίσωση: $\log x - \log(x - 5) = \log 6$.
- 5. Σε γεωμετρική πρόοδο δίνονται: $a_1 = 3$ και $a_4 = 24$. Να υπολογίσετε το άθροισμα των 8 πρώτων όρων της προόδου.

6. Να λύσετε την εξίσωση: $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{8-3x}$.
7. Σε ένα σχολείο δουλεύουν 24 φιλόλογοι, που αποτελούν το 16% όλων των καθηγητών.
- (α) Πόσοι καθηγητές εργάζονται στο σχολείο;
- (β) Από το σύνολο των καθηγητών οι 9 είναι των Αγγλικών. Να υπολογίσετε τι ποσοστό αποτελούν.
8. Να αποδείξετε, χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής, ότι:
- $$\frac{\log 36 - \log 4}{\log 3 + \log 9} = \frac{2}{3}$$
9. Δίνεται τρίγωνο ABΓ, εγγεγραμμένο σε κύκλο με ακτίνα $R = 4\text{cm}$. Αν $\alpha = 8\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$, να επιλύσετε το τρίγωνο.
10. Αυτοκίνητο κοστίζει στον εισαγωγέα €4000. Ο εισαγωγέας το πουλά με κέρδος 30%. Πόσο θα κοστίσει τελικά στον καταναλωτή που το αγοράζει πληρώνοντας επιπλέον Φ.Π.Α. 15%;
11. Το άθροισμα των άπειρων όρων φθίνουσας γεωμετρικής προόδου με $\lambda > 0$, είναι 20 και το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 15. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
12. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση:
- $$(\alpha + \beta)\eta\mu\Gamma - (\beta + \gamma)\eta\mu\Delta = (\gamma - \alpha)\eta\mu\theta.$$
13. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 120° είναι ίσο με $12\pi\text{m}^2$.
- Να βρείτε: (α) την ακτίνα του κύκλου
- (β) την περίμετρο του κυκλικού τομέα.
14. Σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\beta - 2\alpha\sin\Gamma = 0$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα $R = 6\text{cm}$. Αν η ΑΒ είναι χορδή του κύκλου με $AB = R$, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου κυκλικού τμήματος.



ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις έξι (6) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις τέσσερις (4). Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του πρώτου και του πέμπτου όρου είναι ίσο με 18, ενώ ο έκτος όρος είναι τριπλάσιος του δεύτερου όρου της. Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο.

2. Να επιλύσετε τρίγωνο ΑΒΓ ($B < 90^\circ$) με πλευρές $a = \sqrt{3}\text{ cm}$, $\gamma = 1\text{ cm}$ και

$$E = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2.$$

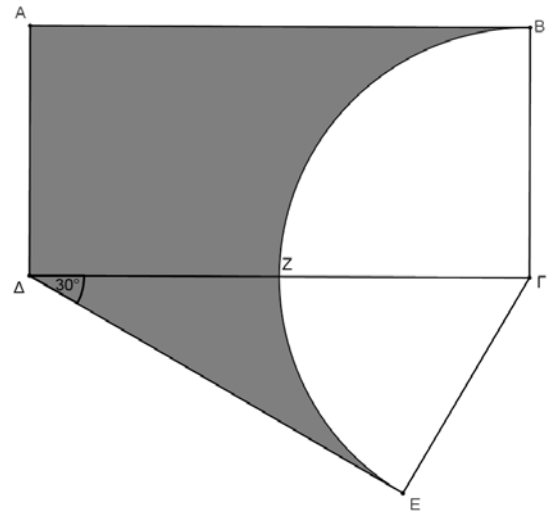
3. (α) Να λύσετε την εξίσωση: $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$.

(β) Να βρείτε τις τιμές του x ώστε οι αριθμοί: $\log x$, 2 , $(\log x + 3)$ να αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου.

4. Κατέθεσε κάποιος €1800 σε μια τράπεζα για 6 μήνες. Επίσης, σε μια άλλη τράπεζα κατέθεσε €4200 για 4 μήνες με το ίδιο επιτόκιο και πήρε €15 περισσότερο τόκο απ' ότι στην πρώτη περίπτωση. Ποιο είναι το κοινό επιτόκιο;

5. Έμπορος φρούτων αγόρασε φρούτα από έναν παραγωγό και πλήρωσε για έξοδα μεταφοράς 25% πάνω στην τιμή αγοράς. Αν τα πούλησε με κέρδος 20% πάνω στο κόστος και εισέπραξε από την πώληση €600, να υπολογίσετε πόσο είχε αγοράσει ο έμπορος τα φρούτα.

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο, $\Gamma E\Delta$ ορθογώνιο τρίγωνο με $\angle E = 90^\circ$, $\angle \Delta = 30^\circ$ και $\Delta E = 8\sqrt{3} \text{ cm}$. Επίσης, BZE κυκλικός τομέας με κέντρο Γ .
- (α) Να δείξετε ότι η ακτίνα του κυκλικού τομέα είναι 8 cm .
- (β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



Ο Διευθυντής

Λουκάς Ορφανίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2010
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ
ΤΑΞΗ Β΄

Ημερομηνία: 25 – 05 – 2010

Ωρα: 7.30 π.μ.

Χρόνος: 2,5 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄

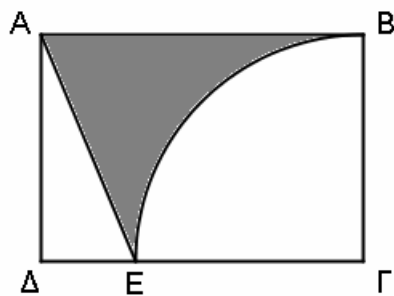
Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις δώδεκα (12). Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 3, 7, 11, 15, Να υπολογίσετε τον εικοστό πέμπτο όρο της.
2. Πόσο τόκο δίνει κεφάλαιο €3500 τοκίζόμενο προς 5% για 4 χρόνια;
3. Να λύσετε τις εξισώσεις:
 $\alpha) 2^{2x-1} = 8$ $\beta) \log_x 64 = 3$
4. Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R = 6\text{cm}$.
Να υπολογίσετε: $\alpha)$ το εμβαδόν του,
 $\beta)$ το μήκος τόξου κεντρικής γωνίας 30° .
5. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $\hat{A} = 60^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$ και $\beta = 4\text{cm}$.
 $\alpha)$ Να επιλύσετε το τρίγωνο.
 $\beta)$ Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
6. Εμπόρευμα αξίας €8500 πωλήθηκε με έκπτωση 10% πάνω στην αξία του.
Πόσα πωλήθηκε;
7. Να δείξετε ότι ισχύουν οι ισότητες:

$$\alpha) \log 20 + \log 4 - \log 8 = 1$$

$$\beta) \frac{\log 16}{\log 4} = 2$$

8. Οι αριθμοί $x + 2$, x , $x - 1$ είναι τρεις διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Να υπολογίσετε το x και να σχηματίσετε την πρόοδο.
9. Τετράγωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R) και έχει πλευρά $\lambda_4 = 5\sqrt{2}$ cm. Να υπολογίσετε το απόστημα α_4 και το εμβαδόν του.
10. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha - \gamma}{2\beta} = \frac{\eta\mu A - \eta\mu \Gamma}{2\eta\mu B}$.
11. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x - 2) + \log x = \log 8$.
12. Σε αριθμητική πρόοδο, το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 10 και ο όγδοος όρος της είναι 31. Να βρείτε το άθροισμα των δώδεκα πρώτων όρων της.
13. Σε κύκλο (K, R) είναι εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο, τετράγωνο και κανονικό εξαγώνο. Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: $\lambda_3 \cdot \alpha_4 = \lambda_4 \cdot \alpha_6$.
14. Να βρείτε πόσοι όροι της γεωμετρικής προόδου 2, 4, 8, 16, ... πρέπει να προστεθούν για να έχουν άθροισμα 126.
15. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές $AB = 17$ cm και $AD = 12$ cm. Το τόξο \widehat{BE} γράφεται με κέντρο Γ και ακτίνα την πλευρά $B\Gamma$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις έξι ασκήσεις (6) να λύσετε μόνο τις τέσσερις (4). Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Αυτοκίνητο αξίας €10000 πωλείται με κέρδος 25% πάνω στην αξία του. Πόσο θα πωληθεί τελικά το αυτοκίνητο, αν ο αγοραστής θα πληρώσει επιπλέον Φ.Π.Α. 15%;
2. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος της ισούται με το μισό του αθροίσματος των άπειρων όρων της. Αν το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 20, να σχηματίσετε την πρόοδο.
3. Δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα $R = 4$ cm. Στην περιφέρεια του παίρνουμε διαδοχικά τόξα $\widehat{AB} = 90^\circ$, $\widehat{B\Gamma} = 60^\circ$ και $\widehat{\Gamma\Delta} = 120^\circ$. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.

4. α) Να λύσετε την εξίσωση: $5^{x+1} + 5^{-x} - 6 = 0$.

β) Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα: $\frac{\log_a a^4 + \log_4 16}{\log 90 - 2\log 3} = 6$.

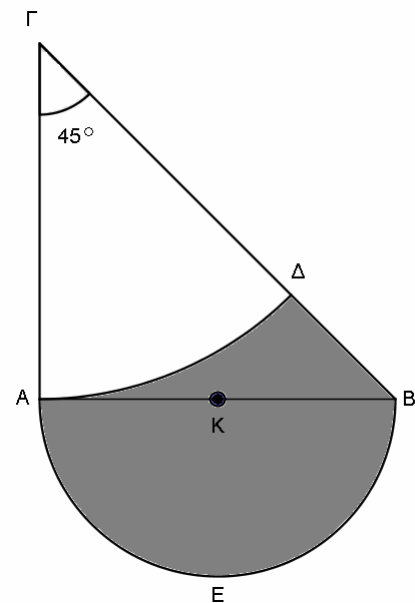
5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Να δείξετε ότι:

α) αν ισχύει η σχέση: $\eta\mu^2\Gamma = \eta\mu^2\Lambda + \eta\mu^2\text{B}$, το τρίγωνο είναι ορθογώνιο,

β) αν ισχύει η σχέση: $\eta\mu\Lambda = 2\eta\mu\text{B} \cdot \sigma\upsilon\nu\Gamma$, το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

6. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

$\widehat{\text{B}\Lambda\Gamma} = 90^\circ$, $\text{A}\Gamma = 4\text{cm}$, $\widehat{\Gamma} = 45^\circ$ και $\widehat{\text{A}\Delta}$ τόξο κύκλου που γράφεται με κέντρο Γ και ακτίνα την πλευρά ΑΓ. Το τόξο $\widehat{\text{AEB}}$ είναι ημικύκλιο με διάμετρο την ΑΒ. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



Ο Διευθυντής

Χαράλαμπος Σοφοκλή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β' ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

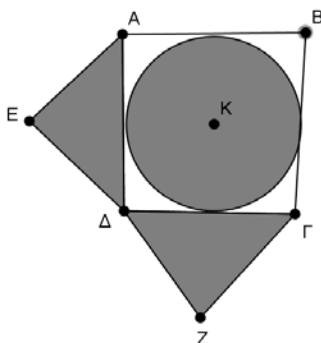
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26 /5/2010
ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
Επιτρέπεται η χρήση εγκεκριμένης υπολογιστικής μηχανής.
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Το γραπτό αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο 12.
Κάθε ορθό θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $x+3$, $2x+1$, $x+9$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
2. Κάποιος δανείστηκε από την τράπεζα, με απλό τόκο, το ποσό των €15000 για την αγορά αυτοκινήτου. Αν το επιτόκιο δανεισμού είναι 3.5%, πόσο τόκο θα πληρώσει στην τράπεζα μετά από 8 μήνες;
3. Το μήκος τόξου που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 60° ισούται με 4π cm. Να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου στο οποίο ανήκει το τόξο.
4. Ένας φορητός ηλεκτρονικός υπολογιστής πωλείται €820. Αν έχει έκπτωση 15%, πόσα θα τον αγοράσουμε;
5. Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = \frac{\log_2 8 + \log_3 81 + \log 10}{\log_5 5 + \log 10^7}$
6. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται οι πλευρές $\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ cm, $\gamma = 1$ cm και η γωνία $\hat{B} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου.
7. Φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδος έχει $a_2 = 108$ και $a_5 = 4$. Να βρείτε την γεωμετρική πρόοδο και το άθροισμα των απείρων όρων της.
8. Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $\log_2 (3x+5) = 3$ (β) $9^x - 8 \cdot 3^x + 15 = 0$
9. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $4R^2 \eta\mu A \cdot \eta\mu \Gamma - \gamma^2 = 0$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές

10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά 12 cm. Αν τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΔΓΖ είναι ισόπλευρα, να βρείτε :
- (α) το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου
- (β) την περίμετρο του σκιασμένου χωρίου



11. Δίνεται η εξίσωση $\log^2 x - 2 \log x + 1 = 0$. Η λύση της εξίσωσης, είναι η διαφορά δ της αριθμητικής προόδου με εικοστό δεύτερο όρο $a_{22} = 212$. Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο και το άθροισμα των 22 πρώτων όρων της..

12. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση

$$\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} - \frac{2 \cdot \sigma \nu \alpha}{\beta \cdot \gamma} = \frac{\eta \mu^2 \alpha}{4R^2 \cdot \eta \mu^2 \beta \cdot \eta \mu^2 \gamma}$$

13. Κάποιος αγόρασε ένα διαμέρισμα αρχικής αξίας €240.000. Την 1^η του Μάρτη του 2009 δανείστηκε με απλό τόκο από την τράπεζα το 40% της αξίας του διαμερίσματος με επιτόκιο 5% και το υπόλοιπο το δανείστηκε από τον Οργανισμό Χρηματοδότησης Στέγης με απλό τόκο και επιτόκιο 3%. Αν την 1^η του Μάρτη του 2010 το πώλησε €249.000 κέρδισε ή έχασε και πόσα; Δικαιολογείστε την απάντησή σας

14. Να λύσετε την εξίσωση : $4^{\log_3 x} - 9 \cdot 2^{\log_3 x} + 8 = 0$

15. Αν οι πλευρές τριγώνου ΑΒΓ κατά σειρά α, β, γ σχηματίζουν γεωμετρική

πρόοδο και η γωνιά $\hat{B} = 60^\circ$, να δείξετε ότι $\beta^2 = \frac{\alpha^2 + \gamma^2}{2}$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο 4.

Κάθε ορθό θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

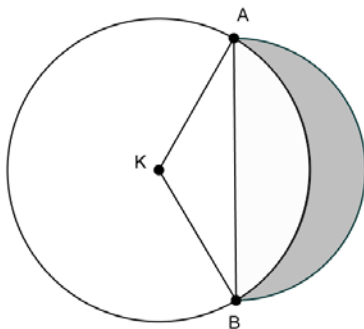
1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του πέμπτου και εντέκατου όρου της είναι 52 και το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της είναι 210. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\log_2 \left[\log_2 (4^x + 2^x) \right] = 0$

(β) $5^{2+\log x(\log x-3)} = 1$

3. Ένας πατέρας την 1^η του Ιανουαρίου του 2009 δώρισε στα τρία παιδιά του (Ανδρέα, Βασίλη, Γιώργο) το ποσό των €120.000 ,ανάλογα με τις ηλικίες τους. Ο Ανδρέας ήταν 14 χρονών, ο Βασίλης ήταν 22 χρονών και ο Γιώργος 24 χρονών . Ο Ανδρέας κατάθεσε όλα του τα χρήματα με απλό τόκο στην τράπεζα και με επιτόκιο 4.5%. Ο Βασίλης αγόρασε μετοχές τα χρήματα που του άφησε ο πατέρας του και στο τέλος της χρονιάς είχε κέρδη 22% . Ο Γιώργος κατάθεσε τα $\frac{3}{4}$ των χρημάτων του με επιτόκιο 4% και τα υπόλοιπα με επιτόκιο 3.5%. Να βρείτε τα κέρδη που είχε το κάθε παιδί την 1^η του Ιανουαρίου του 2010..
4. Δίνεται κύκλος (K,R) και χορδή $AB=4\sqrt{3}$ cm .Με διάμετρο την AB γράφουμε ημικύκλιο έξω από τον κύκλο (K,R). Αν η γωνιά $\hat{A}KB=120^\circ$,να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου χωρίου.



5. Ν' αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$) ισχύει η σχέση:
 $\sigma\phi A = 4R^2 (\eta\mu^2 B + \eta\mu^2 \Gamma - 1)$
6. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\log x}{\log 2} + \frac{\log x}{\log 2^2} + \frac{\log x}{\log 2^4} + \frac{\log x}{\log 2^8} + \dots = \frac{\log 36}{\log 2}$.

Ο Διευθυντής

Ιωάννου Παντελής

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' Κοινού Κορμού

Ημερομηνία: 25/05/10

Ονοματεπώνυμο Μαθητή /τριας: _____ Βαθμός: _____

Τμήμα: _____ Ολογράφως: _____

Διάρκεια: 2.30' Υπογραφή Καθηγητή/τριας: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
- β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 12 από τα 15 θέματα.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μια μονάδα.

1. Αριθμητική πρόοδος έχει πρώτο όρο $\alpha_1 = -2$ και διαφορά $\delta = 3$.

Να βρείτε:

- α) τους τέσσερις πρώτους όρους της προόδου.
- β) τον 26ο όρο (α_{26}) της προόδου.

2. Τηλεόραση αξίας €600 πωλείται με έκπτωση 5%. Να βρείτε την τιμή πώλησης της τηλεόρασης;

3. Πόσο τόκο δίνουν €3600 αν τοκιστούν προς 5% για 10 μήνες;

4. Να λύσετε την εξίσωση $2^{x-4} = 8^x$

5. Να δείξετε ότι $\log 18 + \log 5 - 2\log 3 = 1$

6. Αν η ακτίνα ενός κύκλου είναι 10 cm να υπολογίσετε συναρτήσει του π :

α) το εμβαδό του κύκλου.

β) το μήκος τόξου που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 72° .

7. Οι αριθμοί $x-3$, 4 , $x+3$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

α) Να βρείτε τις τιμές του x .

β) Να βρείτε τους όρους αυτούς.

8. Αν στο τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta\eta\mu A = \alpha$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

9. Να λύσετε την εξίσωση: $4^x - 7 \cdot 2^x + 12 = 0$

10. Σε Γ.Π. δίνεται: $\lambda = \frac{1}{3}$ και $\Sigma_{\infty} = 27$. Να υπολογίσετε τον τέταρτο όρο της (α_4) .

11. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $81\pi \text{ m}^2$.

α) Να βρείτε την ακτίνα του κύκλου.

β) Αν το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα του $9\pi \text{ m}^2$, να υπολογίσετε την περίμετρο του κυκλικού τομέα.

12. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$, δίνονται $\alpha = 5\sqrt{3} \text{ cm}$, $\beta = 10 \text{ cm}$ και $\gamma = 5 \text{ cm}$. Να βρείτε:

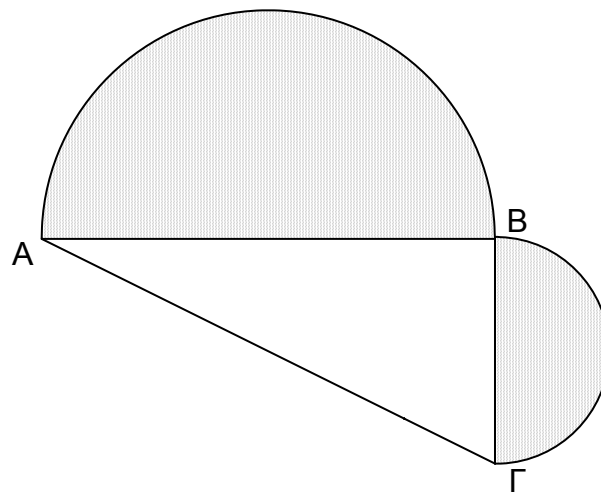
α) Τη γωνιά $A, \left(\hat{A} < 90^\circ \right)$.

β) Το εμβαδό του τριγώνου.

13. Ποιο κεφάλαιο τοκίζόμενο προς 6% για 2 χρόνια γίνεται με τους τόκους του $\text{€}6720$;

14. Να βρείτε την τιμή του x ώστε οι αριθμοί $\log x$, $\frac{1}{2}$, $\log(x-3)$ να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

15. Στο πιο κάτω σχήμα, το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{B} = 90^\circ$) με $A\Gamma = 20$ cm, και $\hat{A} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδό του σκιασμένου χώρου.



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 4 από τα 6 θέματα.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του όγδοου όρου της είναι 31 και ο έβδομος όρος της είναι τετραπλάσιος του δεύτερου.
- α) Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο.
- β) Να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της προόδου.

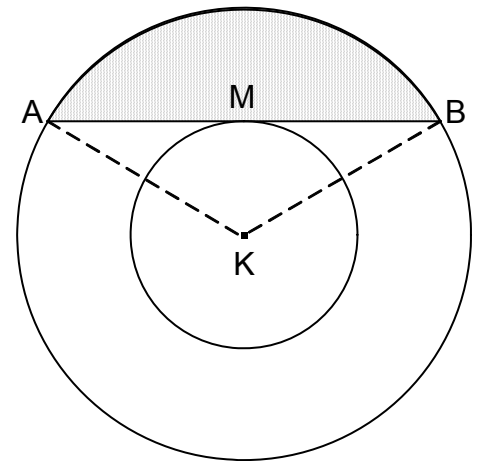
2. Τέσσερις αριθμοί αποτελούν γεωμετρική πρόοδο. Αν το άθροισμα των δύο πρώτων είναι $\frac{9}{8}$ και το άθροισμα των δύο τελευταίων είναι $\frac{9}{2}$, να βρείτε:
- α) τον πρώτο όρο a_1 και το λόγο λ ($\lambda > 0$) της προόδου.
 - β) το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της προόδου.

3. Αυτοκίνητο κοστίζει στον εισαγωγέα €6000 . Ο εισαγωγέας πληρώνει επιπλέον φόρους εισαγωγής 25% πάνω στο κόστος. Ένας πελάτης πλήρωσε μαζί με το Φ.Π.Α €10005 για την αγορά του αυτοκινήτου. Αν ο συντελεστής Φ.Π.Α είναι 15%, να βρείτε το ποσοστό κέρδους (%) του εισαγωγέα;

-
4. Να λύσετε την εξίσωση : $\log(7^{x+1} + 7^{x-1}) = 1 + \log 5$

5. α) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\alpha \cdot \text{συν}B - \beta \cdot \text{συν}A = \gamma$, να δείξετε ότι $\hat{A} = 90^\circ$.
β) Αν επιπλέον $\alpha = 2\beta$, να βρείτε τις άλλες γωνιές του τριγώνου.

6. Στο διπλανό σχήμα οι δύο κύκλοι έχουν ίδιο κέντρο K και ακτίνες $R = 6\text{ cm}$ και $r = 3\text{ cm}$. Αν η χορδή AB του μεγάλου κύκλου εφάπτεται του μικρού κύκλου στο M , να υπολογίσετε:
- το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου μέρους,
 - την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μέρους.



Οι Εισηγητές:

Ταύρου Ζήνων (Σ.Β.Δ.)
Γεωργιάδου Ελένη
Χαραλαμπίδης Κώστας
Κλώνης Ιάκωβος

Η Διευθύντρια:

Λυσάνδρου Δέσποινα

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 31/05/10****ΤΑΞΗ: Β' κοινού κορμού****ΩΡΑ: 7:45 π.μ – 10:15 π.μ****ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι(με μολύβι μόνο τα σχήματα).

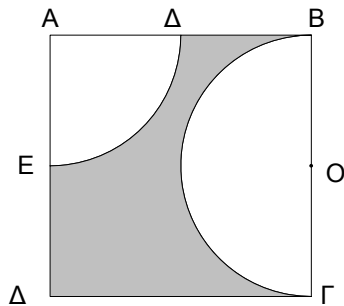
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

δ) Να μεταφέρετε τα σχήματα στο φύλλο των λύσεών σας.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Δίνεται η πρόοδος 5,8,11,... Να υπολογίσετε:
α) το είδος της προόδου, β) τον δέκατο όρο της.
2. Κύκλος έχει ακτίνα 6m. Να υπολογίσετε το μήκος της περιφέρειας και το εμβαδόν του.
3. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $5^{x-2} = 625$ β) $\log_3 32 = 5$
4. Αν οι αριθμοί $x-1$, $x+5$, $2x-3$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου να υπολογίσετε το x .
5. Αγόρασε κάποιος τηλεόραση αξίας €500. Πόσα θα πληρώσει για την τηλεόραση αν του κάνουν έκπτωση 20%;
6. Να υπολογίσετε το άθροισμα : $\Sigma_n = 4+12+36+\dots\dots\dots+972$.
7. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x+3)-\log 2 = \log x$
8. Με ποιο επιτόκιο πρέπει να τοκίσουμε €5000 για 2 χρόνια για να μας δώσει τόκο €400.
9. Να βρείτε το λόγο της γεωμετρικής προόδου (Γ.Π) που το άθροισμα των απείρων όρων της είναι τριπλάσιο του πρώτου όρου της.
10. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\frac{\log_2 8 + \log 10000}{\log_5 125 - \log_a a^2} =$
11. Το εμβαδό ενός κύκλου είναι $81\pi \text{ m}^2$. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδό κυκλικού τομέα του γωνίας 60° .
12. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\frac{\beta + \gamma}{2\alpha} = \eta\mu B + \eta\mu \Gamma$ αν ισχύει $\hat{A} = 30^\circ$.
13. Να επιλύσετε το τρίγωνο που έχει εμβαδό $E = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$ και πλευρές $\alpha = 8\text{cm}$ και $\beta = 4\text{cm}$.

14. Σε γεωμετρική πρόοδο ο δεύτερος όρος ισούται με 6 και το άθροισμα του τρίτου και του τέταρτου είναι 36. Αν $\lambda > 0$ να σχηματιστεί η πρόοδος.
15. Στο σχήμα δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά 16 cm. Να βρείτε το εμβαδό της σκιασμένης επιφάνειας αν το τόξο ΕΖ έχει κέντρο το Α και Ε μέσο της ΑΔ και η ΒΓ είναι διάμετρος του ημικυκλίου.



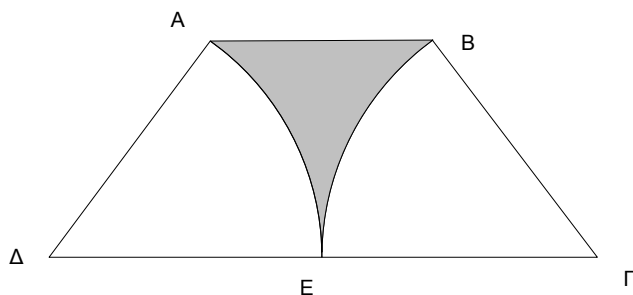
ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10/100.

- Σε αριθμητική πρόοδο ο τρίτος όρος και ο τέταρτος όρος έχουν άθροισμα 20, ενώ ο δεύτερος όρος και ο όγδοος όρος έχουν άθροισμα 26.
 - Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 - Να βρείτε τον εικοστό πρώτο όρο της.
 - Πόσους όρους πρέπει να προσθέσετε για να βρείτε άθροισμα 725;
- Ο Κώστας τόκισε τα $\frac{2}{5}$ του κεφαλαίου του προς 5% και το υπόλοιπο προς 6%. Μετά από 3 χρόνια πήρε συνολικά €11680. Να βρείτε το κεφάλαιο του.
- Να λύσετε τις εξισώσεις :
 - $4^{\lambda o\gamma x} + 4^{-\lambda o\gamma x} = 2$
 - $3^{x+1} = 4^{x+2}$
- Κάποιος κέρδισε €90000. Έδωσε το 20% για την αγορά ενός αυτοκινήτου και €8000 σε χρέη. Τα υπόλοιπα τα μοίρασε στα δύο παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 14 και 18 χρόνων. Να βρείτε:
 - Πόσα έδωσε για την αγορά του αυτοκινήτου;
 - Πόσα πήρε το κάθε παιδί;
- α) Αν ισχύει η σχέση $\alpha \sin B + \beta \sin A = 2R$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

β) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση:

$$\sigma\phi B\eta\mu\Gamma = \frac{\alpha^2 + \gamma^2 - \beta^2}{2\beta\alpha}$$

6. Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $A\Delta = B\Gamma = 20\text{cm}$, $\hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 36^\circ$ και $AB = 8\text{cm}$. Με κέντρα τα Γ και Δ και ακτίνες ΔA και ΓB αντίστοιχα γράφουμε τόξα AE και BE μέσα στο τραπέζιο. Να βρείτε το εμβαδό του σκιασμένου μέρους του σχήματος.



Εισηγητές:

Λ.Χριστοδουλίδης

Ο Διευθυντής

Α.Ευστρατίου

.....

Α.Χρυσάνθου

Δημήτρης Δημητριάδης

Μ.Ηλιάδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ/ΙΟΥΝΙΟΥ 2010Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**Ημερομηνία: **28 /05/ 2010**Χρόνος: **2 ώρες και 30 λεπτά**Διδάσκοντες: Γ. Σελιά, Μ. Ροΐδη Χρίστου, Α. Ηρακλέους,
Γ. Ανδρονίκου, Γ. Χ΄ Χαραλάμπους**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

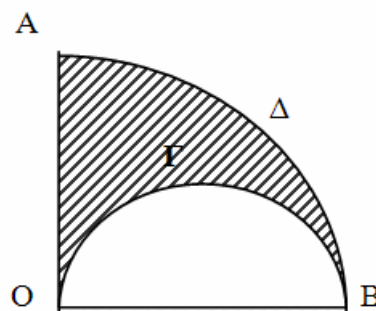
- Να γράφετε με **μπλε** μελάνι. Τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση σφραγισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- **Δεν** επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ**Μέρος Α΄:** Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος: 100, 96, 92, 88 ...
Να βρείτε : α) Το είδος της προόδου.
β) Τους τρεις επόμενους όρους της προόδου.
2. Να υπολογίσετε τον 5^ο όρο της προόδου: 6, 12, 24, ...
3. Να βρείτε το κεφάλαιο το οποίο σε δύο χρόνια με επιτόκιο 5% δίνει τόκο € 600.
4. Να υπολογίσετε το x ώστε οι αριθμοί : 2 , x – 1 , 3x + 1 να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
5. Να λύσετε την εξίσωση : $3^{x-2} = 27^x$
6. Να υπολογίσετε το x αν : α) $\log_x 36 = 2$
β) $\log x = 1$

7. Να λύσετε την εξίσωση : $\log x + \log 4 = \log(x + 6)$.
8. Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της γεωμετρικής προόδου :
 $9, 3, 1, \frac{1}{3}, \dots$
9. Να λύσετε την εξίσωση : $4^{x+1} - 4 \cdot 2^x - 8 = 0$
10. Κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων μια τηλεόραση αξίας €500 πωλήθηκε προς € 460. Πόσο τοις εκατό (%) ήταν η έκπτωση ;
11. Το τρίγωνο ABΓ έχει εμβαδόν $E = 3\sqrt{3} \text{ cm}^2$ και πλευρές $\alpha = 3 \text{ cm}$ και $\beta = 4 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε τη γωνιά $\hat{\Gamma}$ ($\hat{\Gamma} < 90^\circ$).
12. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει : $\frac{\alpha + \gamma}{\beta} = \frac{\eta\mu A + \eta\mu \Gamma}{\eta\mu B}$
13. Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι $20\pi \text{ cm}$. Να υπολογίσετε:
 (α) την ακτίνα και
 (β) το εμβαδόν του.
14. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται $\alpha = 7 \text{ cm}$, $\gamma = 7\sqrt{3} \text{ cm}$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να βρείτε την πλευρά β και τις γωνίες \hat{A} και \hat{B} .
15. Να βρείτε το εμβαδόν του διπλανού γραμμοσκιασμένου σχήματος, αν $(OA) = (OB) = 8 \text{ cm}$, ΟΓΒ είναι ημικύκλιο με διάμετρο OB και το ΟΑΔΒ είναι τεταρτοκύκλιο.



ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

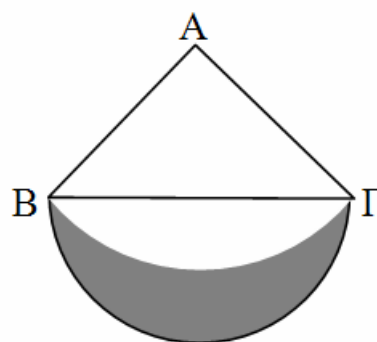
1. Να λύσετε την εξίσωση : $\log x \cdot (\log x + 2) - 8 = 0$
2. Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο στην οποία ο $3^{\text{ος}}$ και ο $7^{\text{ος}}$ όρος έχουν άθροισμα 34 και ο $6^{\text{ος}}$ όρος είναι τετραπλάσιος του $1^{\text{ου}}$.

3. Σε γεωμετρική πρόοδο ο έβδομος όρος είναι ίσος με το διπλάσιο του έκτου και η διαφορά του τρίτου από τον πέμπτον όρο είναι ίση με 48 .
(α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
(β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των επτά πρώτων όρων της.

4. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο για 5 χρόνια ως εξής : τα $\frac{3}{5}$ του κεφαλαίου προς 4% και το υπόλοιπο προς 3.5%. Να υπολογίσετε πόσα χρήματα τόκισε προς 4% αν πήρε συνολικά τόκους € 3800.

5. Εργολάβος οικοδομών κτίζει διαμερίσματα που κοστίζουν €1000 το m^2 και πωλεί με κέρδος 30% πάνω στην τιμή κόστους. Ένα διαμέρισμα το πώλησε στην αδελφή του, κάνοντας της έκπτωση 15% πάνω στην τιμή πώλησης. Το διαμέρισμα που αγόρασε η αδελφή του είναι $120 m^2$
Να βρείτε:
(α) Πόσα πουλήθηκε το διαμέρισμα.
(β) Ποιο είναι το τελικό ποσοστό(%) κέρδους του εργολάβου πάνω στην τιμή κόστους

6. Το τρίγωνο ABΓ του σχήματος είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και ισοσκελές.
Γράφουμε ένα τόξο με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΒ και ένα ημικύκλιο με διάμετρο τη ΒΓ. Αν το μήκος της πλευράς $B\Gamma = 4\sqrt{2} \text{ cm}$, να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

.....

Σ. Κόκκινος

.....

Γ. Χαραλάμπους-Σελιά (Β.Δ)

.....

Μ. Χρίστου-Ροϊδη

.....

Γ. Ανδρονίκου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

Μάθημα: Μαθηματικά

Ημερομηνία: 31/5/2010

Τάξη: Β' κοινού κορμού

Το δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες

- ΟΔΗΓΙΕΣ :**
1. Δεν επιτρέπεται η χρήση προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 2. Να γράφετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
 3. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες .

1. Δίνεται η πρόοδος : 2, 5, 8, 11 , ...

Να βρείτε: (α) το είδος της προόδου

(β) τον δωδέκατο όρο της (a_{12})

2. Πόσο τόκο δίνουν €4000 μετά από 3 χρόνια με επιτόκιο 5%;

3. Κύκλος έχει εμβαδόν $64\pi \text{ cm}^2$.

Να βρείτε: (α) το μήκος της περιφέρειας του (Γ)

(β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα 90°

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\log_3 27 = x$

(β) $2^x = 16$

5. Τρίγωνο ΑΒΓ έχει εμβαδόν $E = 6\text{cm}^2$ και πλευρές $a=3\text{cm}$, $b=8\text{cm}$.

Να υπολογίσετε τη γωνία του Γ ($\Gamma < 90^\circ$)

6. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

(α) $\frac{\log 8 + \log 2}{\log 4 - \log 2}$

(β) $\frac{\log_2 8 + \log 0,01}{\log \sqrt{10} - \log 1}$

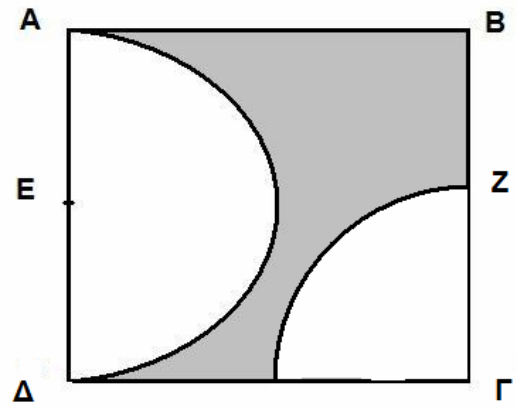
7. Φθίνουσας γεωμετρικής προόδου ο πρώτος όρος της είναι το 64 και το άθροισμα των απείρων όρων της είναι 128

Να βρείτε: (α) το λόγο της προόδου

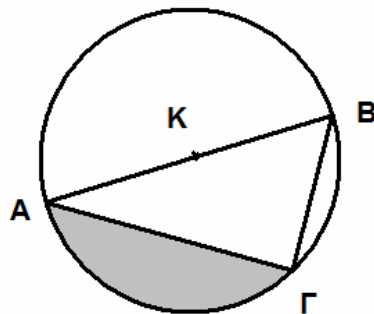
(β) αν $\lambda = \frac{1}{2}$ να βρείτε τον έκτο όρο της

8. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha - \beta}{\gamma} = \frac{\eta\mu A - \eta\mu B}{\eta\mu \Gamma}$

9. Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ στο διπλανό σχήμα είναι τετράγωνο με πλευρά 6cm.
Τα σημεία Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΔ και ΒΓ αντίστοιχα.
Με κέντρο το Ε και ακτίνα ΕΑ χαράσσουμε ημικύκλιο μέσα στο τετράγωνο.
Με κέντρο το Γ και ακτίνα ΓΖ χαράσσουμε τεταρτοκύκλιο μέσα στο τετράγωνο.
Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους

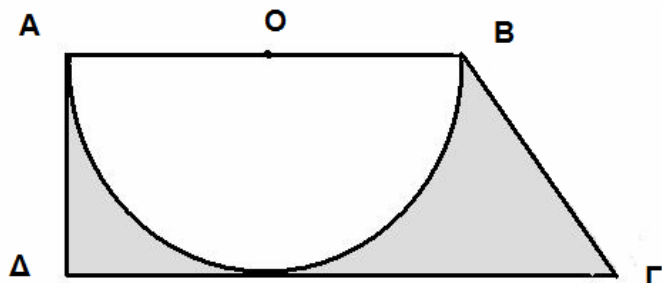


10. Να λυθεί η εξίσωση: $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$
11. Ένα αυτοκίνητο πωλείται προς €6900. Στην τιμή αυτή περιλαμβάνεται και 15% Φ.Π.Α. Ποια είναι η τιμή πώλησης του αυτοκινήτου χωρίς το Φ.Π.Α. ;
12. Να βρεθεί το κεφάλαιο το οποίο σε 5 χρόνια με επιτόκιο 6% γίνεται μαζί με τον τόκο του €5200
13. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $2x+3$, x , $x-2$ με $x > 1$ να είναι διαδοχικοί όροι γ.π.
14. Αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $2\gamma \sin B = a$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές
15. Στον πιο κάτω κύκλο, το σημείο Κ είναι το κέντρο του. Το μήκος της χορδής ΒΓ ισούται με 4cm και η γωνία ΒΑΓ ισούται με 30° . Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους



ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες .

1. Κάποιος τόκισε τα $\frac{2}{3}$ του κεφαλαίου του προς 8% και το υπόλοιπο προς 9%. Σε 5 χρόνια πήρε συνολικό τόκο £12750. Να βρείτε το ποσό που τόκισε προς 8 %
2. Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο τραπέζιο ($A=\Delta=90^\circ$), $B\Gamma=4\sqrt{2}$ cm, $\Delta\Gamma=12$ cm και η γωνία Γ είναι ίση με 45° .
Με κέντρο το Ο και ακτίνα ΟΑ χαράξαμε ημικύκλιο μέσα στο τραπέζιο.
Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



3. Να επιλύσετε το τρίγωνο ΑΒΓ στο οποίο είναι: $\beta = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $\gamma = 4\text{cm}$ και η γωνία Α είναι ίση με 45° . Στη συνέχεια να βρείτε το εμβαδόν του
4. Εισαγωγέας αγόρασε από εργοστάσιο 30 ψυγεία. Πλήρωσε για κάθε ένα από τα 30 αυτά ψυγεία το ίδιο ποσό. Πλήρωσε στο εργοστάσιο €30000. Πλήρωσε στη συνέχεια επιπλέον 20% επί της αξίας τους για μεταφορικά έξοδα. Ο εισαγωγέας πωλεί το κάθε ψυγείο προς €1794. Στην τιμή πώλησης περιλαμβάνεται ΦΠΑ 15%. Να βρείτε το ποσοστό κέρδους επί του συνολικού κόστους.
5. Ο Αντώνης δανείστηκε από ένα φίλο του ένα ποσό και συμφώνησαν η αποπληρωμή να γίνει ως εξής: πρώτη δόση 10€, δεύτερη δόση 15€, τρίτη δόση 20€ κ.ο.κ.
Να βρείτε:
(α) πόσες συνολικά δόσεις θα δώσει αν η τελευταία δόση είναι €105
(β) πόσα ευρώ (€) θα πληρώσει συνολικά για να ξεχρεώσει το δάνειο
6. Να λύσετε την εξίσωση: $\log x \cdot (\log x + 3) = 2\log x + 6$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 25/ 5/ 2010**ΤΑΞΗ:** Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**ΧΡΟΝΟΣ:** 2.30'*****Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες*******ΟΔΗΓΙΕΣ:**

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού .

Να γράφετε με μελάνι **μπλε ή μαύρο** (μόνο τα σχήματα με μολύβι).

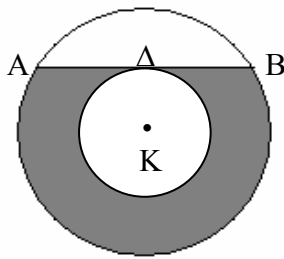
ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις **να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

- Δίνεται η πρόοδος: $1, 3, 5, 7, \dots$. Να βρείτε:
(α) το είδος της προόδου (β) τον 15^ο όρο της.
- Να λύσετε την εξίσωση: $3^{4x-1} = 27$.
- Κύκλος έχει εμβαδόν $16\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε το μήκος της περιφέρειας του.
- Να βρείτε τον τόκο που θα δώσει κεφάλαιο €5000, αν τοκισθεί για 2 χρόνια με επιτόκιο 8%.
- Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A = \log_2 16 - \log_5 5 + \log_{0,1} 1 + 13 \log_6 1 + \log 100$.
- Να λύσετε την εξίσωση: $\log(3x+5) - \log 2 = \log x + \log 4$.
- Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $\alpha = 5 \text{ cm}$, $\gamma = 5\sqrt{3} \text{ cm}$, $\hat{A} = 30^\circ$. Να βρείτε:
(α) την πλευρά β και τη γωνία Γ ($\hat{\Gamma} < 90^\circ$) (β) το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
- Έμπορος πωλεί τα αυτοκίνητά του με έκπτωση 15% πάνω στην τιμή που αναγράφεται στο κάθε ένα. Πόσα θα πληρώσει ο αγοραστής για ένα αυτοκίνητο στο οποίο αναγράφεται τιμή €16000;
- Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\alpha \eta \mu \Gamma = \gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

10. Σε φθίνουσα Γ.Π το άθροισμα των απείρων όρων της είναι $\Sigma_{\infty} = 8$ και ο πρώτος όρος της ισούται με το οκταπλάσιο του λόγου της λ . Να γράψετε τους 5 πρώτους όρους της.
11. Σε κύκλο (K, R) παίρνουμε διαδοχικά τόξα $\widehat{AB} = 90^\circ$, $\widehat{BG} = 60^\circ$, $\widehat{GA} = 90^\circ$. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του τετραπλεύρου $ABGA$ συναρτήσει της ακτίνας R .
12. Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί σε τόξο 90° σε κύκλο με ακτίνα 8 cm.
13. Αν $x = \alpha$ είναι η λύση της εξίσωσης $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} - 16 = 0$, $y = \beta$ είναι η λύση της εξίσωσης $\log_3 y = 2$ και α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να βρείτε την τιμή του γ .
14. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι (K, R) και (K, ρ) , όπου $R > \rho$. Αν $AB = \lambda_3 = 8\sqrt{3} \text{ cm}$ εφαπτομένη του κύκλου (K, ρ) στο σημείο Δ , να βρείτε:
(α) Τις ακτίνες R και ρ των δύο κύκλων. (β) Το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



15. Η κ.Μαρία αγόρασε ένα καθιστικό και αφού έδωσε προκαταβολή το $\frac{1}{3}$ της αξίας του το υπόλοιπο συμφώνησε να το πληρώσει σε μηνιαίες δόσεις ως εξής: πρώτη δόση €100 και κάθε επόμενη δόση €20 μεγαλύτερη από την προηγούμενη. Αν η τελευταία δόση είναι €580, να υπολογίσετε την αξία του καθιστικού.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Σε Α.Π ο τρίτος και ο πέμπτος όρος έχουν άθροισμα 32 και ο δωδέκατος όρος είναι τετραπλάσιος του δεύτερου όρου. Να βρείτε:
(α) την πρόοδο (β) το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.
2. Να λυθούν οι εξισώσεις:
(α) $4 \cdot 3^{x+1} - 5^x = 4 \cdot 5^x + 3^{x+2}$
(β) $\log_3(4^x - 10) = 2 + \log_3(2^x - 2)$

3. Ο κ. Γιάννης κέρδισε στο λαχείο €55000. Αφού έδωσε το 15% των χρημάτων που πήρε σε φιλανθρωπικό ίδρυμα, κατάθεσε τα υπόλοιπα στην τράπεζα ως εξής: τα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων προς 4% και τα υπόλοιπα προς 6%. Πόσα χρόνια πρέπει να περάσουν ώστε να πάρει συνολικά €12155 τόκο;

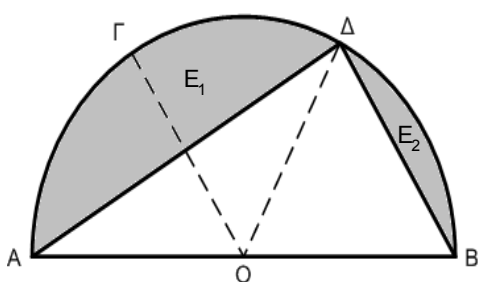
4. (α) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\frac{\beta \sigma \nu \Lambda + \alpha \sigma \nu \text{B}}{\gamma^2} = \frac{1}{\gamma}$.

(β) Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ αν $\alpha = 2 \text{ cm}$, $\gamma = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ και $\hat{B} = 30^\circ$.

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο $AB = 8 \text{ cm}$ και χορδή $BD = \lambda_6$. Αν η ακτίνα $ΟΓ$ είναι διχοτόμος τη γωνίας $ΑΟΔ$ να δείξετε ότι:

(α) $E_1 - E_2 = E_{\text{κυκλικού τομέα } ΑΟΓ}$

(β) $E_{\text{τριγώνου } ΑΒΔ} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$



6. Κάποιος αγόρασε ένα διαμέρισμα και αφού ξόδεψε €3000 για επιδιορθώσεις το πούλησε €85000 ζημιώνοντας έτσι 20% πάνω στην τιμή κόστους. Να βρείτε:

(α) Την τιμή αγοράς του διαμερίσματος

(β) Πόσα θα έπρεπε να το πωλήσει για να έχει κέρδος 20%.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ζήκκος Ηλίας

Χατζηγεωργίου Έλενα

Χατζηγιάννη Μαρία

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β' ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 27/ 6 / 2010
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2.30'

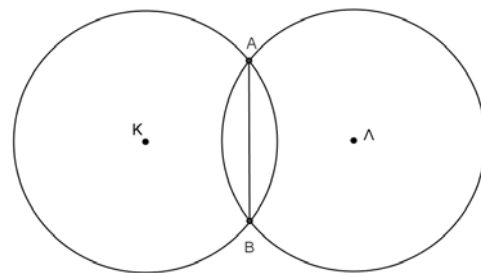
ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις σελίδες.
- 2) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
- 3) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 4) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής που είναι σφραγισμένη από το σχολείο.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12 .
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες .

1. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $25\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:
(α) Την ακτίνα του κύκλου.
(β) Το μήκος της περιφέρειάς του.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
(α) $5^{x+1} = 125$ (β) $\log_x 16 = 2$
3. Οι αριθμοί x , $x+3$, $2x+4$ είναι οι τρεις πρώτοι όροι αριθμητικής προόδου.
Να βρείτε το δωδέκατο όρο της προόδου.
4. Τηλεόραση πωλείται €780 . Ο κύριος Γιώργος θα την αγοράσει με έκπτωση 15%.
Πόσα θα πληρώσει;
5. Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση : $\frac{\log 24 - \log 3}{\log 2 + \log \sqrt{2}} = 2$
6. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\alpha=3\text{cm}$, $\beta=3\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Να βρείτε την γωνία Α και το εμβαδόν του τριγώνου.
7. Να βρείτε το άθροισμα : $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \dots$

8. Κεφάλαιο €1600 τοκίστηκε με απλό τόκο για ένα χρόνο και 3 μήνες . Να βρείτε το επιτόκιο αν ο τόκος ήταν €160.
9. Να λύσετε την εξίσωση : $\log(x-2) + \log(x-3) = 1 - \log 5$
10. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 80° είναι $18\pi \text{ cm}^2$.
Να βρείτε την περίμετρο του κυκλικού τομέα.
11. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu\Gamma \cdot \sigma\upsilon\nu B = \eta\mu A$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
12. Να βρείτε το άθροισμα των έξι πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου της οποίας ο τρίτος όρος ισούται με -64 και ο έκτος όρος της ισούται με 8 .
13. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει: $\frac{\beta\eta\mu A}{\gamma - \alpha\sigma\upsilon\nu B} = \varepsilon\varphi A$
14. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του κοινού μέρους δύο ίσων κύκλων με ακτίνα $R=\alpha$ των οποίων το μήκος της χορδής τους $AB=\lambda_4$.
15. Να λύσετε την εξίσωση : $2^{2x-1} - 2^{x+2} + 6 = 0$



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4 .
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες .

1. (α) Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ αν $E = 2\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $\beta = 4 \text{ cm}$ και $\gamma = 2\sqrt{3} \text{ cm}$.
(β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\gamma - 2\alpha\sigma\upsilon\nu B = 0$, να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
- (α) $9^x - 2 \cdot 3^x - 15 = 0$ (β) $\log(\log(2^x + 2)) = 0$

3. (α) Να υπολογίσετε το άθροισμα: $3 + 7 + 11 + \dots + 51$

(β) Σε Α.Π. ο τρίτος και ο έβδομος όρος της έχουν άθροισμα 26 ενώ ο δέκατος όρος της είναι 33 . Να σχηματίσετε την πρόοδο.

4. Ο κύριος Κώστας πούλησε εμπόρευμα ως εξής: τα $\frac{3}{5}$ του εμπορεύματος με κέρδος 35% και το υπόλοιπο με ζημιά 10%. Να βρείτε ποια ήταν η αξία του εμπορεύματος, αν κέρδισε συνολικά €6800.

5. (α) Κάποιος αγόρασε ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή και πλήρωσε €989 συμπεριλαμβανομένου του Φ.Π.Α. Αν ο Φ.Π.Α είναι 15% , να βρείτε ποια είναι η αξία του υπολογιστή χωρίς το Φ.Π.Α.

(β) Σε φθίνουσα Γ.Π. το άθροισμα των απείρων της είναι 8 και η διαφορά του δεύτερου όρου από τον πρώτο είναι 2. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ

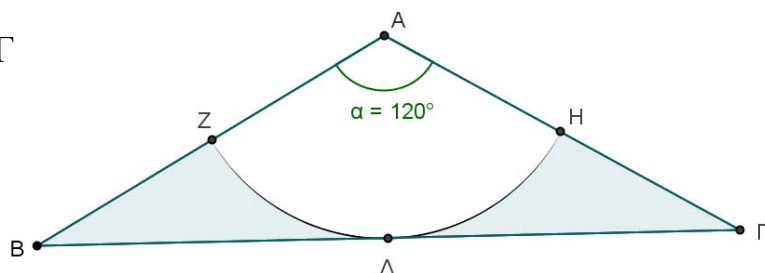
με $AB = AG = 10\text{cm}$ και $\hat{A} = 120^\circ$.

Με κέντρο το Α γράφτηκε τόξο ΖΔΗ.

(ΒΓ: εφαπτομένη του τόξου στο σημείο Δ)

Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο

του σκιασμένου μέρους.



Η Διευθύντρια

Γεωργία Κούμα

Μάθημα : Μαθηματικά
Τάξη : Β΄ Κοινού κορμού
Ημερομηνία : 26/05/2010
Διάρκεια εξέτασης : 2.30΄

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12.**
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες .

1. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος : 5,8,11,14.....Να βρείτε τον a_{20} όρο της .
2. Να βρείτε το μήκος και το εμβαδόν κύκλου με ακτίνα ίση με 6 cm.(Να δώσετε την απάντηση σε π).
3. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $x, x - 1, 2$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
4. Να λύσετε τις εξισώσεις :
α) $3^{x+1} = 81$ β) $\log_4 x = 3$
5. Να υπολογίσετε τον τόκο που δίνουν €3700 αν τοκιστούν προς 6% με απλό τόκο, για 20 μήνες.
6. Να υπολογίσετε χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής , την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{\lambda \sigma \gamma 48 - \lambda \sigma \gamma 6}{\lambda \sigma \gamma 12 - \lambda \sigma \gamma 6}$$

7. Δίνεται η πρόοδος 3, -9, 27, -81, Να βρείτε τον πέμπτο όρο της και το άθροισμα των οκτώ πρώτων όρων .
8. Το τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρές $\alpha = \sqrt{3}$ m, $\beta = 1$ m και γωνία $\hat{B} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε :
- α) την γωνία Α ($\hat{A} 90^\circ$)
- β) το εμβαδόν του τριγώνου.
9. Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα γωνίας 60° , αν το μήκος του κύκλου είναι 10π cm.
10. Να λύσετε την εξίσωση: $\log x + \log(x-2) = \log 3$

11. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει η σχέση: $\frac{\beta \sigma \nu \Gamma + \gamma \sigma \nu B}{\alpha^2} = \frac{1}{\alpha}$

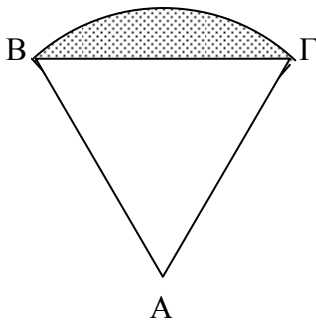
12. Ένας έμπορος πούλησε ένα ψυγείο με έκπτωση 25% στην τιμή των € 675 . Να βρείτε την αξία του ψυγείου.

13. Να λύσετε την εξίσωση: $4^x - 6 \cdot 2^x - 16 = 0$

14. Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο στην οποία ο δεύτερος όρος και ο πέμπτος όρος έχουν άθροισμα 18 ,ενώ ο τρίτος και ο έκτος όρος έχουν άθροισμα 22.

15. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής αν γνωρίζουμε ότι:

$AB = AG = 7\text{cm}$, $\widehat{B\Gamma}$ τόξο κύκλου με κέντρο το A και $\widehat{B\Gamma} = 60^\circ$.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$2\log^2 x - 5\log x + 2 = 0$$

2. Σε μια γεωμετρική πρόοδο ο δεύτερος και ο έκτος όρος έχουν άθροισμα 68, ο τρίτος και ο έβδομος έχουν άθροισμα 34.

α) Να σχηματίσετε την γεωμετρική πρόοδο.

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της .

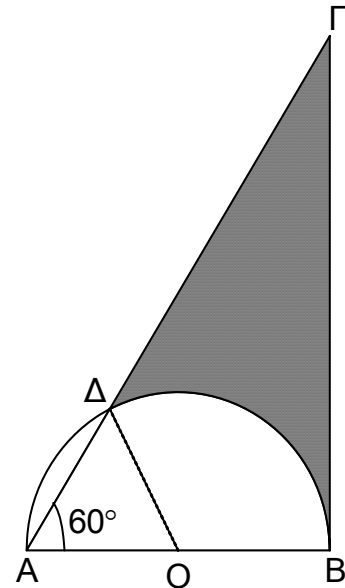
3. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο για 2 χρόνια ως εξής: τα **3/5** του κεφαλαίου προς 6% και το υπόλοιπο προς 8%. Ποιό ήταν το κεφάλαιο αν πήρε συνολικά €1088 τόκους;

4. α) Σε τρίγωνο ABΓ η γωνιά $\Gamma = 30^\circ$.Να δείξετε ότι: $\frac{\alpha + \beta}{2\gamma} = \eta\mu A + \eta\mu B$

β) Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu \Gamma \cdot \sigma \nu \nu B$,να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

5. Ένας επιχειρηματίας αγόρασε εμπόρευμα αξίας € 25000. Πλήρωσε επιπλέον έξοδα μεταφοράς 12% πάνω στην τιμή αγοράς. Στην συνέχεια πούλησε το εμπόρευμα με κέρδος 15% πάνω στο συνολικό κόστος. Πόσα είσπραξε από την πώληση;

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 90^\circ$, $\hat{A} = 60^\circ$ και $A\Gamma = 12\text{ cm}$. Αν $\widehat{A\Delta}$ τόξο του κύκλου με διάμετρο την AB και κέντρο O , να υπολογίσετε:
- το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους,
 - την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



Εισηγητές

Η Συντονίστρια Β. Δ.

Ο Διευθυντής

.....
Παπαϊωάννου Ελένη

.....
Δημητρίου Άντρη

.....
Ανδρέας Φιλιππίδης

.....
Ανδρέου Σκεύη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ / ΙΟΥΝΙΟΥ 2010	
ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26/5/2010
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ)	ΧΡΟΝΟΣ: 2, 5 ΩΡΕΣ

Οδηγίες:

- 1) Να γράφετε μόνο με μελάνι (μαύρο ή μπλε)
- 2) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού
- 3) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 4) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

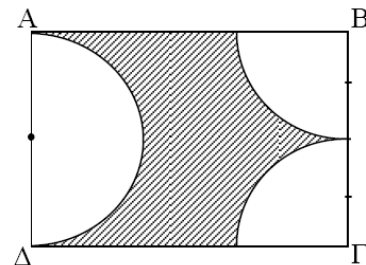
ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $x+2$, $3x-2$, $4x-3$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
2. Αν το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι 16π cm, να υπολογίσετε :
(α) Το εμβαδό του
(β) Το μήκος τόξου 80° .
3. Να λύσετε την εξίσωση : $\log(x-3)+\log 2=\log(x+2)-\log 3$.
4. Να βρείτε το άθροισμα : $12+6+3+\frac{3}{2}+\dots$
5. Να λύσετε την εξίσωση $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$.
6. Μια τηλεόραση κοστίζει €644. Στην τιμή αυτή περιλαμβάνεται και 15% Φ.Π.Α.. Ποια είναι η τιμή της τηλεόρασης χωρίς το Φ.Π.Α;
7. Για πόσους μήνες πρέπει να τοκιστούν €12000 προς 4% για να δώσουν τόκο €800;

8. Σε χάρτη με κλίμακα 1:250 000 η απόσταση δύο χωριών είναι 20 cm . Να βρείτε την πραγματική τους απόσταση σε Km .
9. Ο λόγος των πλευρών δύο ισόπλευρων τριγώνων είναι $\frac{2}{3}$. Αν η περίμετρος του μεγαλύτερου είναι 18m, να βρείτε την περίμετρο του μικρότερου. Ακολουθώντας να βρείτε το λόγο των εμβαδών τους.
10. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος με πέμπτο όρο το 48 και δεύτερο όρο το 6. Να βρείτε τη γεωμετρική πρόοδο και να υπολογίσετε το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της.
11. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\sin B - \sin A = \gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
12. Να δείξετε ότι: $\frac{\log_4 16 + \log_4 0,04}{\log_6 1 + \log_5 25} = \log_2 2$.
13. Ένας υπάλληλος παίρνει βασικό μισθό €600. Επιπλέον ο εργοδότης του προσφέρει και προμήθεια 8% για τις πωλήσεις που πραγματοποιεί κάθε μήνα. Να υπολογίσετε τις πωλήσεις που πραγματοποίησε κατά τη διάρκεια του μήνα, αν ο υπάλληλος είχε συνολικές αποδοχές €1480.
14. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση:
 $\alpha(\eta\mu B - \eta\mu \Gamma) + \beta(\eta\mu \Gamma - \eta\mu A) = \gamma(\eta\mu B - \eta\mu A)$.
15. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ABΓΔ, με AB=10cm και ΒΓ=6cm. Με την βοήθεια του πιο κάτω σχήματος να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ τις 4**.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Σε Αριθμητική Πρόοδο ο πέμπτος και ο ένατος όρος έχουν άθροισμα 26 και ο τρίτος όρος είναι πενταπλάσιος του πρώτου. Να βρείτε:
- τους πέντε πρώτους όρους της προόδου
 - το πλήθος των n πρώτων όρων που πρέπει να προσθέσω για να έχω άθροισμα 100.

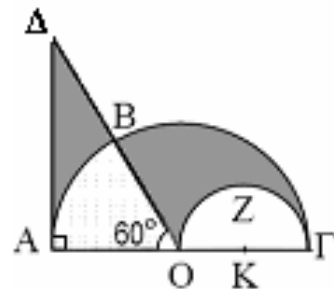
2. Να επιλύσετε τρίγωνο ABΓ αν $E=4\sqrt{3}\text{ cm}^2$, $\alpha=4\sqrt{3}\text{ cm}$ και $\gamma=4\text{ cm}$ ($\hat{B}=90^\circ$).

3. Να λύσετε την εξίσωση $\log(4^x + 6) = \log 5 + x \log 2$

4. Ένας καταστηματούχος καθορίζει την τιμή πώλησης των εμπορευμάτων του έτσι ώστε να έχει κέρδος 25% πάνω στο κόστος. Κατά την περίοδο των εκπτώσεων μειώνει τις τιμές κατά 20% πάνω στην τιμή πώλησης. Αν σε κάποιο πελάτη έγινε έκπτωση €60 για την αγορά μιας τηλεόρασης να βρείτε:
- α) Πόσα πλήρωσε ο πελάτης
 - β) Πόσα κέρδισε ο καταστηματούχος.

5. Κάποιος τόκισε τα $\frac{2}{5}$ του κεφαλαίου του προς 12% και το υπόλοιπο προς 10% και πήρε σε 2 χρόνια €72 τόκο περισσότερο από το β' μέρος παρά από το α' μέρος. Πόσο ήταν το κεφάλαιο;

6. Στο διπλανό σχήμα δίνονται : ημικύκλιο ABΓ με κέντρο O και διάμετρο ΑΓ= 8cm και ημικύκλιο ΟΖΓ με κέντρο το Κ. Έστω $AD \perp AG$ και η γωνία $AO\Delta = 60^\circ$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



Εισηγητές :

Παπαγιάννης Κωνσταντίνος
Φωτιάδου Καλλισθένη
Τσαγκάρης Ανδρέας
Αγγελή Στέλλα
Σολωμού Μαρία (Πετρίδου Πετρούλλα)

Ο Διευθυντής:

Παπαζαχαρίου Μιχάλης

ΒΑΘΜΟΣ : _____

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ : _____

ΥΠΟΓΡΑΦΗ : _____

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Ημερομηνία : Τρίτη, 25.5.10

Ωρα : 7.45 π.μ.

Διάρκεια : 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα (τα σχήματα με μολύβι).
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Το γραπτό αποτελείται από 3 σελίδες.
Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

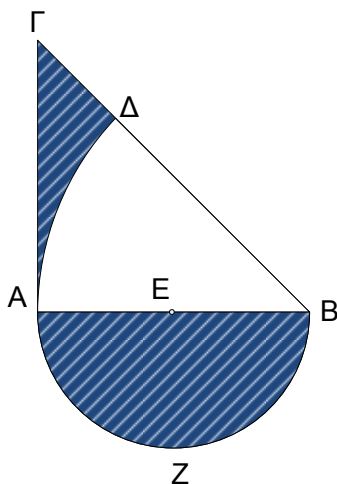
Μέρος Α' (12 μονάδες)

Από τις 15 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο 12.

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με μία μονάδα

1. Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $2^{13-2x} = 8$, (β) $\log_{\chi} 81 = 2$, (γ) $\log \chi = -3$
2. Ένας έμπορος πούλησε ένα εμπόρευμα με κέρδος 20% και είσπραξε €888.
Ποια ήταν η αξία του εμπορεύματος ;
3. Να υπολογίσετε το άθροισμα των άπειρων όρων της γεωμετρικής προόδου
12, -6, 3,
4. Το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα γωνίας 100° είναι $40\pi \text{ cm}^2$.
Να βρείτε την περίμετρο του , συναρτήσει του π .
5. Ποιο κεφάλαιο αν τοκιστεί προς 7% για 3 χρόνια και 4 μήνες δίνει τόκο €980 ;
6. Να βρείτε το χ στις πιο κάτω αναλογίες :
(α) $\frac{5}{6} = \frac{15}{\chi}$ (β) $\frac{\chi-3}{7} = \frac{2\chi-1}{9}$ (γ) $\frac{\chi}{25-3\chi} = \frac{4}{\chi-12}$

7. Αν $2\chi+10$, χ , $3\chi-25$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να γράψετε τους τρεις πρώτους όρους της γεωμετρικής προόδου της οποίας ο πρώτος όρος είναι 4 και ο λόγος $\lambda = \chi-2$.
8. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται $\alpha = 10\sqrt{3}$ cm, $\beta = 10$ cm και $\hat{A}=60^\circ$.
Να βρείτε τις γωνίες \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου.
9. Αν $\frac{\chi}{5} = \frac{\psi}{3} = \frac{\omega}{7}$ και $\chi - 3\psi + 2\omega = 130$, να βρείτε τις τιμές των χ , ψ και ω .
10. Σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\alpha \sin \Gamma = \beta$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
11. Να λύσετε την εξίσωση $2\log^2 \chi - 7\log \chi + 3 = 0$
12. Σε γεωμετρική πρόοδο (Γ.Π) ο $5^{\text{ος}}$ όρος της (a_5) είναι 162 και ο $8^{\text{ος}}$ όρος της (a_8) είναι 4374. Να βρείτε το λόγο, τον πρώτο όρο και το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της προόδου.
13. Αν $\log_a \chi = 7$, $\log_a \psi = 9$ και $\log_a \omega = -2$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\log_a \frac{\chi^2 \omega^4 a^5}{\sqrt[3]{\psi}}$.
14. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και ισοσκελές ($AB=AG$) με $B\Gamma = 16\sqrt{2}$ cm. Το τόξο AΔ ανήκει σε κύκλο με κέντρο το B και ακτίνα την BA. Με κέντρο το E, μέσο του AB, φέρουμε ημικύκλιο AZB. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου χώρου.



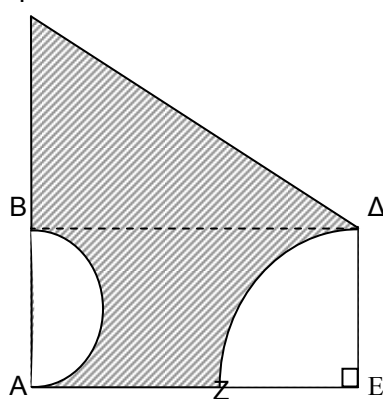
15. Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο που έχει 6^{ov} όρο (a_6) ίσο με 20 και άθροισμα των 12 πρώτων όρων της (Σ_{12}) ίσο με 258.

Μέρος Β' (8 μονάδες)

Από τις 6 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο 4.

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις :
(α) $\log(3\chi - 2) + \log(\chi - 1) = \log(2\chi)$
(β) $25^x - 3 \cdot 5^x - 10 = 0$
2. Η θετική λύση της εξίσωσης $\chi^2 - 8\chi - 20 = 0$ αποτελεί τον πρώτο όρο (α_1) αριθμητικής προόδου (Α.Π) και η αρνητική λύση αποτελεί τη διαφορά (δ) της Α.Π.
(α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
(β) Να βρείτε το κ έτσι ώστε $\alpha_{12} = \kappa \cdot \alpha_7$.
3. Τρίγωνο ΑΒΓ έχει $\alpha = 4\text{ cm}$, $\gamma = 4\sqrt{3}\text{ cm}$ και εμβαδόν $E = 4\sqrt{3}\text{ cm}^2$.
(α) Να βρείτε τη γωνία \hat{B} του τριγώνου,
(β) Να επιλύσετε το τρίγωνο.
4. Ένας έμπορος πώλησε ένα αυτοκίνητο προς €20700. Στην τιμή αυτή περιλαμβάνεται 20% κέρδος του εμπόρου και επιπλέον 15% Φ.Π.Α. Να βρείτε:
(α) την τιμή πώλησης του αυτοκινήτου χωρίς το Φ.Π.Α.
(β) το κόστος του αυτοκινήτου.
(γ) το κέρδος του εμπόρου.
5. Στο διπλανό σχήμα η ΑΒ είναι διάμετρος του ημικυκλίου και η $\Gamma\Delta = 26\text{ m}$. Με κέντρο το Ε και ακτίνα 8 m γράφουμε τόξο ΖΔ και το ΑΒΔΕ είναι ορθογώνιο με πλευρά ΑΕ = 24 m. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



6. (α) Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος (Γ.Π) με πρώτο όρο 6 και λόγο 2.
(i) Να βρείτε τον 3^ο και τον 8^ο όρο της,
(ii) Να υπολογίσετε το άθροισμα $6 + 12 + 24 + \dots + 768$.
(β) Να βρείτε το επιτόκιο με το οποίο κεφάλαιο €4500 τοκίζεται για 3 χρόνια και γίνεται μαζί με τους τόκους του €5445.

Οι Εισηγητές:

Η Διευθύντρια

Μυλωνά Μάρω

Μενελάου Χριστιάνα

Ευφροσύνη Τοφαρίδου

9. Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα:
$$\frac{2\log 3 - \frac{1}{2}\log 36 + \log 6}{\log 12 - \log 4} = 2$$

10. Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ δίνονται $\alpha = 6\text{cm}$, $\beta = 6\sqrt{3}\text{cm}$, $\hat{B} = 60^\circ$. Να βρείτε τη γωνιά $\hat{\Gamma}$ και την πλευρά γ .

11. Γεωμετρικής προόδου ο πρώτος όρος της είναι ίσος με 8 ο τέταρτος όρος της είναι ίσος με 64. Να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.

12. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $E = 2R^2 \eta\mu A \cdot \eta\mu B \cdot \eta\mu \Gamma$

13. Ένα τετράγωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο μήκους 31,4 cm. Να βρείτε το απόστημα του τετραγώνου.

14. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνιάς 45° είναι $18\pi\text{ m}^2$. Να βρείτε την περίμετρο του κυκλικού τομέα.

15. Να βρείτε το κεφάλαιο το οποίο τοκισμένο με απλό τόκο για 1 χρόνο και 3 μήνες και με επιτόκιο 8% γίνεται μαζί με τον τόκο του €15400.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του δεύτερου και του έκτου όρου είναι 18 και ο έβδομος όρος της είναι εξαπλάσιος του τρίτου.

(α) Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο

(β) Πόσους όρους πρέπει να πάρουμε για να έχουμε άθροισμα 165;

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log(9^{x-1} + 7) = 2\log 2 + \log(3^{x-1} + 1)$

β) $\log^2 x + \log \frac{1}{x} = 2$

3. Ένας έμπορος πούλησε διάφορα εμπορεύματα και εισέπραξε συνολικά €34500 συμπεριλαμβανομένου του Φ.Π.Α. που ήταν 15%. Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α, κατέθεσε τα υπόλοιπα λεφτά στην τράπεζα ως εξής: τα $\frac{3}{4}$ του ποσού προς 7% και τα υπόλοιπα προς 4%. Για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα πιο πάνω ποσά ώστε να πάρει συνολικά τόκο €11250;

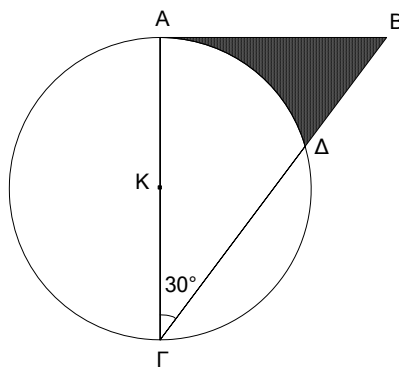
4 α) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Αν $\gamma=5\text{cm}$, $\hat{B}=60^\circ$ και η πλευρά α είναι κατά 1 cm μεγαλύτερη από την πλευρά β, να υπολογίσετε τις πλευρές α και β

β) Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\alpha \sin \Gamma + \gamma \sin A = 2R$ να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

5. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\log x}{\log 3} + \frac{\log x}{\log 3^2} + \frac{\log x}{\log 3^4} + \frac{\log x}{\log 3^8} + \dots = \frac{\log 25}{\log 3}$$

6. Στο σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα R. Η ΑΒ είναι εφαπτομένη του κύκλου και η ΒΓ τέμνουσα, η οποία σχηματίζει με τη διάμετρο ΑΓ γωνία 30° . Να υπολογίσετε συναρτήσει του R το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής,



Εισηγητές :

Μενελάου Κούλα
Κυριακίδης Κωνσταντίνος
Δωρίτου Μαρία
Αγαθοκλέους Ρολάνδος
Αλιούρη Παναγιώτα

Ο Συντονιστής

Αγαμέμνονος Α.

Ο Διευθυντής:

Γρηγορίου Σταύρος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**ΤΑΞΗ : Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ :25- 5- 2010****ΧΡΟΝΟΣ : 2,5 ΩΡΕΣ****ΟΔΗΓΙΕΣ:**

(Α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

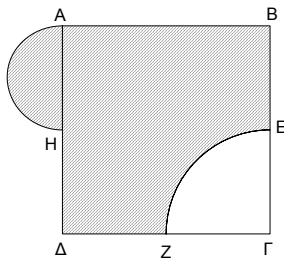
(Β) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλέ ή μαύρο (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)

(Γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.**ΜΕΡΟΣ Α'****Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.**

- Δίνεται η πρόοδος 0, 3, 6, 9, Να βρείτε:
α. Το είδος της προόδου.
β. Τον 18° όρο της.
- Δίνεται κύκλος με ακτίνα 5 cm . Να βρείτε:
α. Το μήκος της περιφέρειας του.
β. Το εμβαδόν του.
- Να λύσετε τις εξισώσεις:
α. $3^{3x-7} = 9$ β. $\log_x 36 = 2$
- Να υπολογίσετε τον τόκο που θα δώσει κεφάλαιο €3000, αν τοκισθεί για 4 χρόνια με επιτόκιο 6%.
- Να βρείτε το ψ ώστε οι αριθμοί $\psi+2$, ψ , $\psi-1$ να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
- Να λύσετε την εξίσωση $\log x - \log(x-3) = 1$.
- Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ δίνονται : $\hat{B} = 30^\circ$, $a=4\sqrt{3}cm$ και $\gamma=4cm$.
Να βρείτε: α. Την πλευρά β του τριγώνου.
β. Το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$.
- Μια εταιρεία υπολογιστών πωλεί υπολογιστές αξίας €600 τον κάθε ένα, την περίοδο των εκπτώσεων €510. Να βρείτε το % της έκπτωσης.

9. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους αν $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο πλευράς 4 cm και E, Z, H είναι τα μέσα των πλευρών του τετραγώνου.



10. Να αποδείξετε ότι ισχύει η ισότητα : $4\log 2 + \log 5 - \log 8 = \log 60 - \log 6$
11. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει: $\frac{\alpha - 3\beta}{2R} = \eta\mu A - 3\eta\mu B$.
12. Σε γεωμετρική πρόοδο ο τέταρτος όρος της ισούται με 27 και ο λόγος της με 3. Να βρείτε: α. Την πρόοδο.
β. Το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της.
13. Ο κύριος Ανδρέας κέρδισε στο λαχείο €20000. Αφού πλήρωσε το 10% για χρέη που είχε, μοίρασε τα υπόλοιπα στα δύο παιδιά του, Πέτρο και Μάριο ανάλογα προς τους αριθμούς 8 και 10. Πόσα θα πάρει ο Πέτρος και πόσα ο Μάριος;
14. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $36\pi\text{ cm}^2$ και το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα του είναι $12\pi\text{ cm}^2$.
Να βρείτε: α. Την κεντρική γωνία αυτού του κυκλικού τομέα.
β. Την περίμετρο αυτού του κυκλικού τομέα.
15. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι τετραπλάσιος του λόγου της. Αν το άθροισμα των απείρων όρων της είναι $\frac{4}{3}$ να σχηματίσετε την πρόοδο.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

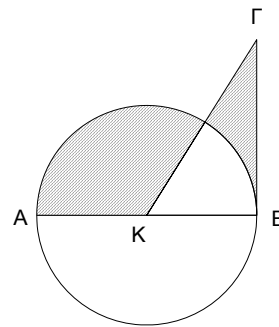
1. Να λύσετε την εξίσωση: $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 5 = 0$
2. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του δεύτερου και ένατου όρου της είναι ίσο με 20, ενώ ο όγδοος όρος της είναι κατά 6 μεγαλύτερος από τον πέμπτο όρο της.
Να υπολογίσετε : α. Τον πρώτο όρο a_1 και την διαφορά δ .
β. Το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.

3. Ο κύριος Πέτρος έχει κατάστημα με ηλεκτρονικά είδη. Πουλώνοντας μερικά εμπορεύματα του, εισέπραξε συνολικά μαζί με το ΦΠΑ €23000. Αφού πλήρωσε στο κράτος το ΦΠΑ που ήταν 15% κατάθεσε στην τράπεζα τα υπόλοιπα χρήματα ως εξής: τα $\frac{4}{5}$ του ποσού προς 5% και τα υπόλοιπα προς 6%. Για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα ώστε να πάρει συνολικά τόκο €3120.

4. α. Αν σ' ένα τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta\sigma\nu\Gamma - \gamma\sigma\nu B = \alpha$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

β. Να λύσετε την εξίσωση: $\lambda\sigma\gamma^2 x - 2\lambda\sigma\gamma x - 3 = 0$.

5. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $\triangle B\Gamma K$ είναι ορθογώνιο ($\angle KB\Gamma = 90^\circ$) με $KB = 3\text{ cm}$ και $K\Gamma = 6\text{ cm}$. Το K είναι το κέντρο του κύκλου. Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους.



6. Σε αγώνες στίβου στην τελετή έναρξης έλαβαν μέρος 255 παιδιά για να παρουσιάσουν τον εξής σχηματισμό: στην πρώτη σειρά να έχει 1 παιδί, στην δεύτερη 2 παιδιά, στην τρίτη 4 παιδιά κ.ο.κ.
α. Να βρείτε πόσες σειρές θα έχει αυτός ο σχηματισμός.
β. Αν τα παιδιά της τελευταίας σειράς θα κρατούν από 2 μπαλόνια το καθένα, πόσα μπαλόνια θα χρειαστούν;

- ΤΕΛΟΣ -

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ανδρονίκου Κυριακή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2010ΜΑΘΗΜΑ : **Μαθηματικά (κοινός κορμός)**

Διάρκεια : 2,5 ώρες

ΤΑΞΗ : **Β΄ Ενιαίου Λυκείου**

Ημερομηνία: 04/06/2010

Οδηγίες :

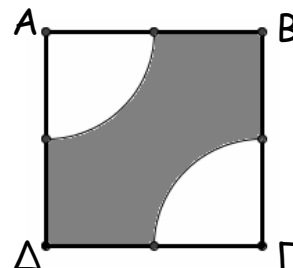
1. Να γράφετε μόνο με μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι)
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής μη προγραμματιζόμενης.
4. Τα σχήματα του φυλλαδίου να μεταφέρονται στη θέση που λύεται η άσκηση.

Μέρος Α΄ (60 μονάδες)**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Αριθμητική πρόοδος έχει πρώτο όρο $a_1 = 5$ και διαφορά $\delta = 3$. Να βρείτε τον εικοστό όρο της.
2. Να λύσετε την εξίσωση $7^{3x-2} = 7^{x+4}$.
3. Κύκλος έχει ακτίνα $R=4\text{cm}$. Να βρείτε :
α) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου
β) το εμβαδόν του κύκλου.
4. Σε φθίνουσα Γ.Π. είναι $a_1 = 3$ και $\lambda = \frac{1}{2}$. Να υπολογίσετε το Σ_{∞} .
5. Να λύσετε την εξίσωση $\log(2x - 1) + \log 3 = \log 9$.
6. Κάποιος κατάθεσε στην τράπεζα €2400 με επιτόκιο 4%. Πόσο τόκο θα πάρει μετά από 2 χρόνια;
7. Κυκλικός τομέας έχει εμβαδόν $13\pi \text{ cm}^2$. Αν η ακτίνα του κύκλου στον οποίο ανήκει είναι $R=6\text{cm}$, να βρείτε την κεντρική γωνία του κυκλικού τομέα.
8. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει εμβαδόν $E=2\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $\hat{A}=60^\circ$ και πλευρά $\beta=2\text{cm}$. Να βρείτε την πλευρά γ του τριγώνου.
9. Έμπορας αγόρασε μεταχειρισμένο αυτοκίνητο €4350. Χρειάστηκε ακόμα €650 για επισκευή και τελικά το πούλησε €4500. Πόσο % ήταν η ζημιά ;
10. Δίνεται η πρόοδος 3, 7, 11, Να υπολογίσετε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της .

11. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο με ακτίνα R . Να αποδείξετε ότι $\frac{4 \cdot R \cdot E}{\alpha \cdot \beta} = \gamma$, όπου E το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

12. Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρά 8cm . Με κέντρα τις κορυφές A και Γ και ακτίνα ίση με το μισό της πλευράς του τετραγώνου γράφουμε τόξα μέσα στο τετράγωνο. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



13. Να λύσετε την εξίσωση: $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$.

14. Αν οι αριθμοί $2x - 2$, x , $x - 3$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής προόδου, να υπολογίσετε το x .

15. Να αποδείξετε ότι: $\frac{3\log 2 + \frac{1}{2}\log 144 - 8\log \sqrt{2}}{\log 2 + \log 3} = 1$

Μέρος Β' (40 μονάδες)

**Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

1. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $\log 4x = 2$

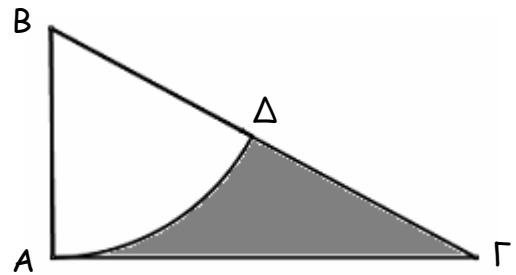
β) $\log^2 x + 5\log x - 6 = 0$

2. Σε Αριθμητική πρόοδο ο $2^{\text{ος}}$ και ο $5^{\text{ος}}$ όρος έχουν άθροισμα 5, ενώ ο $3^{\text{ος}}$ και ο $8^{\text{ος}}$ όρος έχουν άθροισμα 17.

- α) Να σχηματίσετε την πρόοδο και
β) να βρείτε τον $12^{\text{ο}}$ όρο

3. Ποιο κεφάλαιο τοκίζόμενο με επιτόκιο 6%, σε $2\frac{1}{2}$ χρόνια γίνεται μαζί με τον τόκο του €4025 ;

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 60^\circ$ και $B\Gamma = 12\text{cm}$. Με κέντρο το B και ακτίνα BA γράφω τόξο $A\Delta$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



5. Ένας επιχειρηματίας αγόρασε πλυντήρια πιάτων αξίας €3000. Για τη μεταφορά τους είχε έξοδα 5% πάνω στην αξία.
 α) Πόσα κόστισε στον επιχειρηματία το εμπόρευμα;
 β) Αν πώλησε το εμπόρευμα του με κέρδος 20% πάνω στο συνολικό κόστος, πόση θα είναι η είσπραξη του;
 γ) Αν επιπλέον ο καταναλωτής πληρώνει 15% Φ.Π.Α. στη συνολική είσπραξη, να βρείτε το Φ.Π.Α.
6. α) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{\Gamma} = 30^\circ$, $\alpha = 8\sqrt{3}\text{ cm}$ και $\beta = 12\text{cm}$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.
 β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\text{ασυν}B = \text{βσυν}A$, να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ :

Άγγελος Χατζηαγαθαγγέλου (Β.Δ)
 Δήμητρα Σκαπούλλαρου – Χαρή (Β.Δ.)
 Αθηνά Λάντου
 Λουκία Ματθαίου
 Μυρούλα Πιπτάτζη - Κύζα
 Πάτση Σπυρούλα

Άγγελος Χατζηαγαθαγγέλου (Β.Δ)

Συντονιστής Μαθηματικών

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Παντελίτσα Μιχαήλ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

Μάθημα: Μαθηματικά Κοινού Κορμού

Τάξη : Β΄

Ημερομηνία : 25/05/10

Ωρα : 7:30 -10:00

(Διάρκεια 2.30΄)

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι **μόνο** τα σχήματα).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να λύσετε την εξίσωση $3^{2x} = 81$.
2. Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος 3, 6, 12, Να βρείτε: (α) το λόγο της (β) τον πέμπτο όρο της.
3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν ενός τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές $\alpha=8m$, $\beta=2m$ και γωνία $\hat{\Gamma} = 30^\circ$.
4. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\log 12 - \log 2}{\log 9 + 2\log 2} = \frac{1}{2}$.
5. Τόξο 100° έχει μήκος 5π cm. Να βρείτε το εμβαδόν του αντίστοιχου κυκλικού τομέα.
6. Δύο δρομείς θα μοιραστούν €4500 ανάλογα με την απόσταση που διάνυσαν . Αν ο πρώτος διάνυσε απόσταση 2 km και ο δεύτερος $2\frac{1}{2}$ km, να βρείτε πόσα χρήματα θα πάρει ο καθένας.
7. Να λύσετε την εξίσωση : $\log [\log(2x-6)] =0$.

8. Το 75% των μαθητών ενός σχολείου πέτυχαν σε ένα εξεταστικό δοκίμιο. Οι μαθητές που πέτυχαν στο δοκίμιο ήταν 144. Να βρείτε:
(α) πόσοι ήταν όλοι οι μαθητές του σχολείου και
(β) πόσοι μαθητές απέτυχαν.
9. Να βρείτε το κεφάλαιο το οποίο τοκίζεται με επιτόκιο 4% και σε 10 χρόνια γίνεται μαζί με τον τόκο του € 5600.
10. Αν ισχύει η σχέση $\frac{\gamma}{\beta + \gamma} = \frac{\gamma - \beta}{\gamma - \alpha}$ να δείξετε ότι οι α , β , γ είναι διαδοχικοί όροι Γ.Π.
11. Σε μια τετράγωνη αυλή πλευράς 20m υπάρχει ένα κυκλικό σιντριβάνι. Ο υπόλοιπος χώρος της αυλής έχει εμβαδόν 364 m². Πόσο τοις εκατό (%) της επιφάνειας της αυλής καλύπτει το σιντριβάνι;
12. Να λύσετε την εξίσωση $3^{x+1} - 28 + 9 \cdot 3^{-x} = 0$
13. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση : $\frac{\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\Gamma + \gamma \cdot \sigma\upsilon\nu\Lambda}{\beta} = 1$
14. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο με λόγο λ ($0 < \lambda < 1$) το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 6 ενώ το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι $\frac{25}{4}$.
Να σχηματίσετε την πρόοδο.
15. Ένα κεριάίγεται με σταθερό ρυθμό. Στο τέλος της 1^{ης} ώρας έχει ύψος 36cm, στο τέλος της 2^{ης} ώρας έχει ύψος 33cm, στο τέλος της 3^{ης} ώρας 30cm κ.ο.κ.
(α) Πόσο θα είναι το ύψος του κεριού στο τέλος της 8^{ης} ώρας;
(β) Μετά από πόσες ώρες θα λειώσει το κεριά;

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Η τιμή μιας τηλεόρασης μετά την έκπτωση είναι €640.
(α) Αν η έκπτωση είναι 20% να βρείτε την αρχική αξία της τηλεόρασης.
(β) Πόσα θα την αγοράσουμε την περίοδο των εκπτώσεων αν θα πληρώσουμε επιπλέον Φ.Π.Α. 15%;
2. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου είναι 20 και η διαφορά του τέταρτου όρου από τον όγδοο είναι 8.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
β) Να βρείτε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 120.

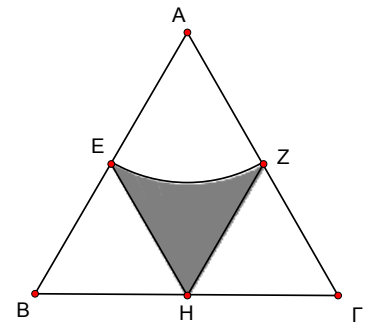
3. (α) Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\alpha = \beta \cdot \sin \Gamma$ να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο.

(β) Αν επιπλέον $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και $\gamma = 2\text{cm}$ να επιλύσετε το τρίγωνο.

4. Κάποιος τόκισε για δύο χρόνια ένα κεφάλαιο ως εξής : το $\frac{1}{3}$ του κεφαλαίου προς 6% και το υπόλοιπο προς 8%. Αν από το κεφάλαιο που τοκίστηκε προς 8% πήρε €2400 περισσότερο τόκο από τον τόκο που πήρε από το κεφάλαιο που τοκίστηκε προς 6% , να βρείτε τα δύο κεφάλαια.

5. Να λύσετε την εξίσωση $2^{x+x^2+x^3+\dots} = 2\sqrt{2}$ με $-1 < x < 1$.

6. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο με πλευρά 8cm και Ε, Ζ και Η είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα. Το \widehat{EZ} είναι τόξο κύκλου με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΕ. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτόγραμμου σκιασμένου τριγώνου ΕΖΗ.



Οι Εισηγητές

Ιωάννου Γιάννης

.....

Δημητριάδης Κωνσταντίνος

.....

Μαλάη Καλλιόπη

.....

Αβερκίου Αναστασία

.....

Χριστοδούλου Κυριακή

.....

Ο Συντονιστής

Δημήτρης Παπαμιλιτιάδης

Ο Διευθυντής

Γεώργιος Ζερβίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2010**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**ΤΑΞΗ:** Β' Λυκείου**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 26 Μαΐου 2010**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2,5 ώρες**ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ:** 176**ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:** Ευαγόρου Ευαγόρας, Χριστοδούλου Άντρη, Αρσιώτης Παύλος, Ευριπίδου Γιώργος, Νέρουππος Μάριος, Χρίστου Γιάννης

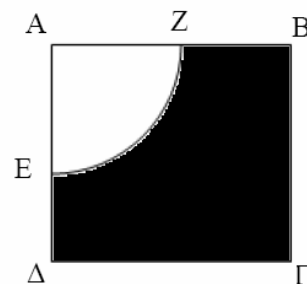
ΟΔΗΓΙΕΣ

- Γράφετε με πένα μπλε. Τα σχήματα αν θέλετε με μολύβι.
 - Επιτρέπεται η χρήση **μη προγραμματισμένης** υπολογιστικής μηχανής.
 - Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 - Γράφετε καθαρά και ευανάγνωστα γράμματα.
 - Να φαίνονται όλες οι ενέργειες που κάνετε.
 - Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.
-

ΜΕΡΟΣ Α'**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.**

1. Να λύσετε την εξίσωση $\log_2 16 = x$
2. Δίνεται η πρόοδος 2,6,10,14... Να βρείτε:
α) το είδος της προόδου
β) το 51^{ον} όρο της
3. Να βρείτε το άθροισμα $3+6+12+ \dots +384$
4. Ποιο κεφάλαιο τοκίζόμενο προς 6% για 3 χρόνια δίνει τόκο 720 ευρώ.
5. Ένας έμπορος πώλησε ένα εμπόρευμα αξίας 900 ευρώ με κέρδος 15% πάνω στην αξία του εμπορεύματος. Πόσο ήταν το κέρδος του εμπορεύματος.
6. Κύκλος έχει εμβαδόν $49\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:
α) την ακτίνα του
β) το μήκος της περιφέρειας του.
7. Οι αριθμοί $x+15$, $2x+3$, -3 είναι οι τρεις πρώτοι όροι ΑΠ. Να βρείτε το x .

8. Σε ένα τρίγωνο ABΓ δίνονται $\alpha=10\text{cm}$, $\beta=5\text{cm}$, και η γωνία $\Gamma=60^\circ$. Να βρείτε τη πλευρά γ και το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.
9. Σε κύκλο ακτίνας 4cm το εμβαδόν κυκλικού τομέα είναι ίσο με $4\pi\text{cm}^2$. Να βρείτε:
 α) την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία
 β) την περίμετρο του κυκλικού τομέα
10. Δίνεται η ΓΠ: $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$ Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της.
11. Να λύσετε την εξίσωση $\log(x-3) + \log 2 = \log(3x+1) - \log 4$
12. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu B = 2\eta\mu A \sin \Gamma$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
13. Να βρείτε το άθροισμα των 7 πρώτων όρων Γ.Π. που έχει 7° όρο 64 και 4° όρο 8.
14. Να λύσετε την εξίσωση $4^{x+1} - 4 \cdot 2^x - 8 = 0$
15. Δίνεται το τετράγωνο ABΓΔ με πλευρά $AB=12\text{m}$ και E, Z τα μέσα των AD και AB αντίστοιχα. Με κέντρο το A και ακτίνα AE γράφουμε τεταρτοκύκλιο μέσα στο τετράγωνο. Να βρείτε:
 α) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους
 β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.

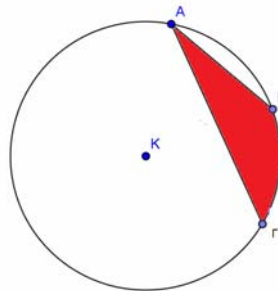


ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Σε ΑΠ το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι ίσο με 7 και το άθροισμα του $2^{\text{ου}}$ και του $7^{\text{ου}}$ όρου είναι ίσο με 19.
 α) Να σχηματίσετε τη πρόοδο
 β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των 30 πρώτων όρων της.
2. Κάποιος τόκισε τα $\frac{3}{5}$ του κεφαλαίου του προς 6% και τα υπόλοιπα προς 8%. Αν μετά από 2 χρόνια πήρε τόκους 1156 ευρώ να βρείτε το κεφάλαιο του.
3. α) Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ όταν δίνονται $\alpha=12\text{ cm}$, $\beta=6\sqrt{3}\text{ cm}$ και η γωνία $B=60^\circ$.
 β) Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu^2 A + \eta\mu^2 B = \eta\mu^2 \Gamma$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $AB=6$, $AG=3$, $AK=8\text{cm}$.
Να βρείτε το εμβαδό της σκιασμένης περιοχής.



5. Πατέρας επένδυσε κεφαλαίο 150,000 ευρώ και στο τέλος κέρδισε 15%. Αφού πλήρωσε 20% έξοδα πάνω στα κέρδη του αποφάσισε όπως μοιράσει το σύνολο των λεφτών στα παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους 13, 21, 30. Ποσά πήρε το κάθε παιδί.
6. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις

α) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{1-x}$

β) $9^{\log x} - 12 \cdot 3^{\log x} + 27 = 0$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2010
Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τάξη: Β΄ κοινού κορμού
Ημερομηνία: 02-Ιουνίου 2010
Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

Ονοματεπώνυμο: _____ Τμήμα: _____ Αριθμός: _____

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 12 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) **Επιτρέπεται** η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε **μόνο με πέννα μαύρη ή μπλε** (τα σχήματα με μολύβι).
γ) **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Αν κύκλος έχει ακτίνα 6 cm, να βρείτε:

(α) το εμβαδόν του **και** (β) το μήκος τόξου του, γωνίας 60° .

2. Δίνεται η πρόοδος 2, 7, 12, 17,.... . Να βρείτε:

α) το είδος της προόδου **και** τον τριακοστό όρο της (a_{30})

β) το άθροισμα των δεκαπέντε πρώτων όρων (Σ_{15}) της.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις : α) $\log_4 x = 3$

β) $6^{3x-1} = 1$

4. Έμπορος πώλησε εμπόρευμα με κέρδος 30% πάνω στην αξία του και εισέπραξε €5200.
Πόση ήταν η αξία του εμπορεύματος;

5. Αν $2x-3$, $2x+1$, $3x+1$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να βρείτε το x .

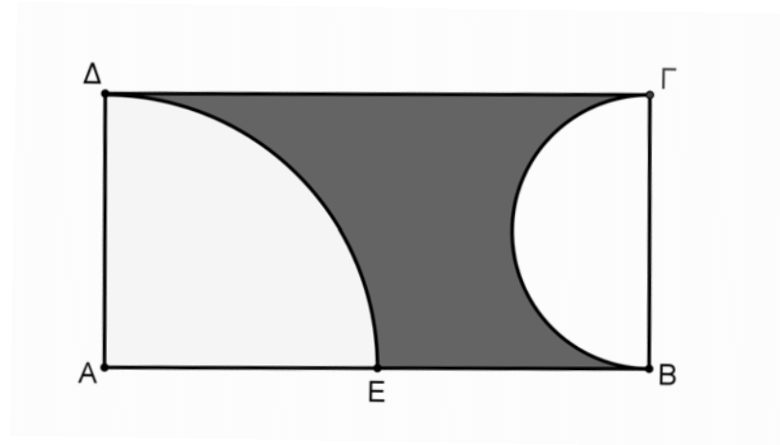
6. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος της είναι τριπλάσιος του λόγου της. Αν το άθροισμα των απείρων όρων της είναι $\frac{3}{2}$, να σχηματίσετε την πρόοδο.

7. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(3x+2) + \log 2 = \log(45x+70) - 1$

8. Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} 90^\circ$) αν δίνονται: $\alpha = 3\text{cm}$, $\beta = 3\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$.

9. Να αποδείξετε (χωρίς χρήση υπολογιστικής μηχανής) την σχέση:
$$\frac{\log 3 + 3 \cdot \log 4 - \log 12}{2 \cdot \log 2} = 2.$$

10. Το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB = 8\text{cm}$.
Το τεταρτοκύκλιο γράφτηκε με κέντρο το A και ακτίνα το μισό της πλευράς AB .
Το ημικύκλιο γράφτηκε με διάμετρο τη $B\Gamma$.
Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



11. Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με βάσεις $\Delta\Gamma = 10\text{cm}$ και $AB = 22\text{cm}$ και μη παράλληλες πλευρές $A\Delta = B\Gamma = 10\text{cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

12. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση : $\beta \gamma \sin A + \alpha \gamma \sin B = \gamma^2$

13. Αν ο 2^{ος} όρος γεωμετρικής προόδου είναι 9 και ο 6^{ος} όρος της είναι 729, να βρείτε το λόγο της και το άθροισμα των 4 πρώτων όρων της (με χρήση τύπων) αν $\lambda \neq 0$.

14. Ένας υπάλληλος παίρνει βασικό μισθό €600. Επιπλέον ο εργοδότης τού προσφέρει και προμήθεια 8% για τις πωλήσεις που πραγματοποιεί κάθε μήνα. Να υπολογίσετε τις πωλήσεις που πραγματοποίησε κατά τη διάρκεια του μήνα, αν ο υπάλληλος είχε συνολικές αποδοχές €1480.

15. Η περίμετρος κυκλικού τομέα με ακτίνα R , είναι $(24 + 8\pi)$ cm. Να βρείτε την επίκεντρη γωνία του κυκλικού τομέα και το εμβαδό του.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $16^x - 3 \cdot 4^x - 4 = 0$

(β) $2 \log^2 \chi - 5 \log \chi + 2 = 0$

2. α) Η Μαρία, ο Γιάννης και ο Κώστας θα μοιραστούν €112 ανάλογα με τις ηλικίες τους που είναι 13, 9 και 6 χρονών αντίστοιχα. Πόσα θα πάρει ο καθένας;

β) Να βρείτε την τιμή του χ ώστε οι αριθμοί $3, 9^x, 27$ να είναι διαδοχικοί όροι Γ.Π.

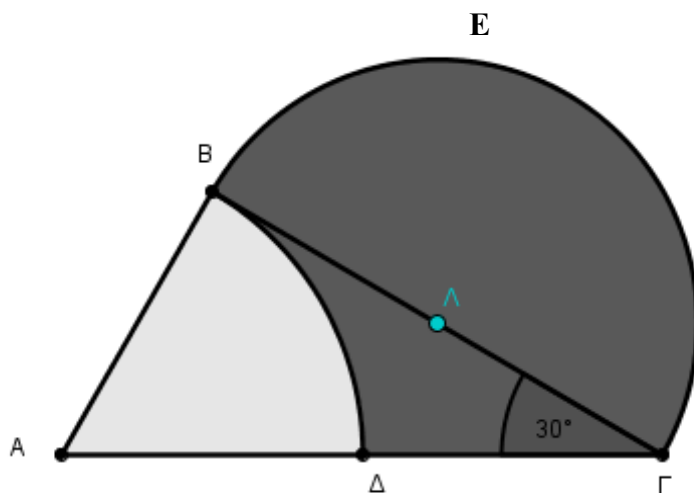
3. Ο δέκατος όρος αριθμητικής προόδου είναι ίσος με 19. Το άθροισμα του τρίτου και έκτου όρου είναι ίσο με 16. Να βρείτε (με χρήση τύπων):
- α) τον όρο της προόδου που ισούται με 51
 - β) πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να πάρουμε άθροισμα 144.

4. α) Αν σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu A \cdot \sigma\upsilon\nu\Gamma = \eta\mu B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

β) Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει πλευρές $\alpha = 5\text{ cm}$, $\beta = 8\text{ cm}$ και εμβαδόν $E = 10\sqrt{3}\text{ cm}^2$, να βρείτε τη γωνία Γ ($\hat{\Gamma} < 90^\circ$) και την πλευρά γ .

5. Ένας έμπορος αγόρασε εμπόρευμα αξίας €8000 και το πώλησε με κέρδος 20% επί της αξίας του. Τα χρήματα που κέρδισε τα κατέθεσε στην τράπεζα για 3 χρόνια και 8 μήνες και πήρε συνολικά €1776. Με τι επιτόκιο κατέθεσε τα χρήματά του;

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 6\text{cm}$ και γωνία $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Με κέντρο το A και ακτίνα AB γράφουμε τόξο $B\Delta$ μέσα στο $\triangle AB\Gamma$. Στη συνέχεια με κέντρο το μέσο Λ της $B\Gamma$ και ακτίνα το μισό της $B\Gamma$ γράφουμε ημικύκλιο εκτός του τριγώνου. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και τη περίμετρο του μεικτογράμμου σχήματος $B\Delta\Gamma E$.



Ο Διευθυντής:

Σωτήρης Σεργίδης

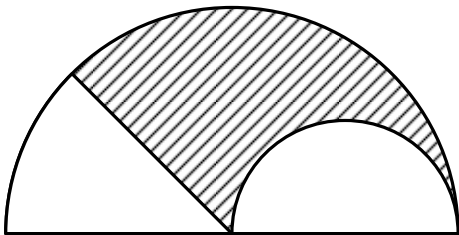
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**
ΤΑΞΗ: Β' (Κοινού Κορμού)**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25/05/2010****ΩΡΑ: 7:45 π.μ.****ΧΡΟΝΟΣ: 2.30'**

-
- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
γ) Να γράφετε με μελάνι, τα σχήματα με μολύβι.
δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.
-

ΜΕΡΟΣ Α': Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες από τα 100.

- 1) Κάποιος αγόρασε οικιακές συσκευές αξίας 3040€. Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. ήταν 15%, πόσο Φ.Π.Α. πλήρωσε;
- 2) Δίνεται η πρόοδος 3, 7, 11, 15,
Να βρείτε : α) το είδος της προόδου και
β) τον τριακοστό όρο της.
- 3) Δίδεται κύκλος με ακτίνα 3cm και εμβαδόν κυκλικού τομέα $3\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε την κεντρική γωνία του κυκλικού τομέα.
- 4) Να βρείτε το κεφάλαιο που όταν τοκιστεί προς 4% για 2 χρόνια και 3 μήνες δίνει τόκο 324€.
- 5) Να λύσετε τις εξισώσεις :
α) $5^{7\chi-19} = 25$ και β) $\log(\chi+5) = 1$.
- 6) Να βρείτε την τιμή του χ ώστε οι αριθμοί $\chi-2$, $\chi+2$, $\chi+4$ να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
- 7) Η απόσταση της Κωνσταντινούπολης από το Σίδνεϋ είναι 15000 Km. Να βρείτε την απόστασή τους σε χάρτη με κλίμακα 1:100000000, δίνοντας την απάντησή σας σε cm.

- 8) Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A = \log_3 9 - \log_2 \frac{1}{8} + 2\log 0,01$.
- 9) Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της προόδου: $18, 2, \frac{2}{9}, \frac{2}{81}, \dots$.
- 10) Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $\alpha = 20\text{cm}$, $\gamma = 10\text{cm}$ και γωνία $\hat{B} = 60^\circ$.
 α) Να επιλύσετε το τρίγωνο.
 β) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου.
- 11) Γεωμετρική πρόοδος έχει δεύτερο όρο $\alpha_2 = 4$ και έβδομο όρο $\alpha_7 = \frac{1}{8}$.
 Να βρείτε: α) το λόγο και τον πρώτο όρο της προόδου.
 β) τον πέμπτο όρο της.
- 12) Εργοστάσιο κατασκευής τούβλων κατασκευάζει 6% ελαττωματικά τούβλα την ημέρα. Μια μέρα κατασκευάστηκαν 4794 καλά τούβλα. Να βρείτε πόσα είναι τα τούβλα που κατασκευάστηκαν την ημέρα εκείνη.
- 13) Στο διπλανό σχήμα το \widehat{AGB} είναι ημικύκλιο με κέντρο O και διάμετρο $AB = 12\text{cm}$ και το $\widehat{O\Delta B}$ είναι ημικύκλιο με διάμετρο την OB . Αν η $\angle A\hat{O}\Gamma = 45^\circ$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.
- 
- 14) Σε αριθμητική πρόοδο ο 2^{ος} και 8^{ος} όρος της έχουν άθροισμα 38 ενώ ο 14^{ος} όρος της είναι πενταπλάσιος του 3^{ου} όρου της. Να βρείτε τον πρώτο όρο α_1 και τη διαφορά δ της αριθμητικής προόδου.
- 15) Αν σε τρίγωνο $K\hat{A}M$ ισχύει η σχέση $\eta\mu^2 K + \eta\mu^2 \Lambda = \eta\mu^2 M$ να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τα 6 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 4.

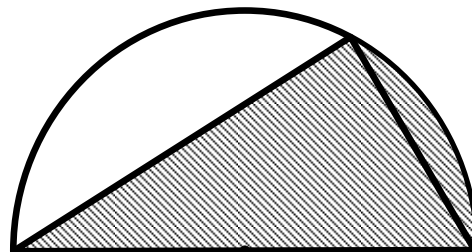
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες από τα 100.

- 1) Να λύσετε τις εξισώσεις:
- α) $4^x - 7 \cdot 2^x + 12 = 0$ και
 β) $\log(\chi + 3) - \log(1 - 2\chi) = 1$.

2) Δίνονται 28 ισόπλευρα τρίγωνα. Το πρώτο έχει πλευρά 3cm, το δεύτερο 5cm, το τρίτο 7cm κ.λ.π.

Να βρείτε: α) το μήκος της πλευράς του 28^{ου} τριγώνου και
β) το άθροισμα των περιμέτρων των 28 τριγώνων.

3) Στο διπλανό σχήμα, δίνεται ημικύκλιο με κέντρο O, διάμετρο BΓ = 4α cm και $(B\Gamma) = 2(A\Gamma)$. Να βρείτε ως προς α το εμβαδόν και την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



4) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύουν οι σχέσεις:

α) $\gamma \sin A + \alpha \sin \Gamma = \beta$ και

β) $\beta(\eta\mu\Gamma - \eta\mu A) + \gamma(\eta\mu A - \eta\mu B) = \frac{\alpha}{2R}(\gamma - \beta)$.

5) Δύο συνέταιροι, οι κύριοι Αντώνης και Βασίλης, μοιράστηκαν κέρδη 48000€ σε μέρη ανάλογα των 3 και 5 αντίστοιχα. Ο κ. Βασίλης με τα λεφτά που πήρε αγόρασε ένα αυτοκίνητο το οποίο πώλησε μετά από 4 χρόνια με ζημιά 28%. Τα λεφτά που πήρε ο κ. Αντώνης τα κατάθεσε στην τράπεζα με επιτόκιο 6% για 4 χρόνια. Να βρείτε στο τέλος των 4 χρόνων πόσα λεφτά θα έχει ο καθένας.

6) Ο κ. Θεόδωρος αγόρασε 50 ηλεκτρονικούς υπολογιστές προς 600€ τον ένα. Πλήρωσε 800€ για έξοδα μεταφοράς και 240€ για έξοδα συντήρησης. Στη συνέχεια, πώλησε τους 20 ηλεκτρονικούς υπολογιστές προς 800€ τον ένα. Να βρείτε πόσα θα πρέπει να πωλεί τον καθένα ηλεκτρονικό υπολογιστή από τους υπόλοιπους για να έχει συνολικό κέρδος 25% πάνω στο συνολικό κόστος.

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Νίκη Παπαπέτρου