

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1°

- α) Ποια παράσταση καλείται μονώνυμο; Δώστε παράδειγμα.
β) Πότε δυο μονώνυμα είναι όμοια ; Δώστε παράδειγμα όμοιων μονωνύμων.
γ) Για ποιες τιμές των μεταβλητών λ , μ τα μονώνυμα : $-\frac{3}{2}\chi^2\psi^{\mu+7}$, $2\chi^{\lambda+1}\psi^{12}$ είναι όμοια.

Θέμα 2°

- α) Πότε μια ισότητα καλείται ταυτότητα ;
β) Συμπληρώστε τις ταυτότητες: $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta) = \dots\dots\dots(\alpha-\beta)^3 = \dots\dots\dots$
γ) Να αποδείξετε την ταυτότητα : $(\alpha-\beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
δ) Αν ισχύει : $(\alpha+\beta)^2 > \alpha^2 + \beta^2$, δείξτε ότι οι α , β είναι ομόσημοι.

Θέμα 3°

- α) Να συμπληρώσετε την ισότητα : $\alpha^2 - \beta^2 = \dots\dots\dots$
β) Να αποδείξετε την ταυτότητα : $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
γ) Για ποιους πραγματικούς αριθμούς ισχύει : $\alpha^2 + \beta^2 = 2\alpha\beta$.

Θέμα 4°

- α) Να συμπληρωθεί η ταυτότητα : $(\alpha+\beta) \cdot (\alpha-\beta) = \dots\dots\dots$
β) Να αποδειχθεί η ταυτότητα : $(\alpha+\beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2 \cdot \beta + 3\alpha \cdot \beta^2 + \beta^3$
γ) Αν α , β ≠ 0 , και οι αριθμοί α , β είναι πραγματικοί, τότε ισχύει :
 $(\alpha+\beta)^3 = \alpha^3 + \beta^3$.

Θέμα 5°

- α) Πως πολλαπλασιάζουμε μονώνυμο με πολυώνυμο ; (Παράδειγμα)
β) Πως πολλαπλασιάζουμε πολυώνυμο με πολυώνυμο ;(Παράδειγμα)

Θέμα 6°

- α) Τι λέγεται ταυτότητα ;
β) Να αποδείξετε την ταυτότητα : $(\alpha-\beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2 \cdot \beta + 3\alpha \cdot \beta^2 + \beta^3$.

Θέμα 7°

- α) Τι καλείται μονώνυμο ;
β) Ποια είναι τα μέρη του μονωνύμου ;
γ) Πότε λέγονται όμοια δυο μονώνυμα ;

Θέμα 8°

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση στις παρακάτω προτάσεις :

- 1) Ο τύπος της διακρίνουσας τριωνύμου είναι :
A : $\beta^2 + 4\alpha\gamma$ **B :** $-\beta^2 - 4\alpha\gamma$ **Γ :** $\beta^2 - 4\alpha\gamma$
2) Όταν η διακρίνουσα είναι μηδέν το τριώνυμο έχει :
A : δύο λύσεις **B :** μια διπλή λύση **Γ :** καμία λύση

- 3) Η λύση της εξίσωσης : $x^2 = -4$ είναι :
A : $x = 2$ **B** : $x = \pm 2$ **Γ** : είναι αδύνατη
- 4) Η λύση της εξίσωσης : $5x = 0$ είναι :
A : $x = 5$ **B** : $x = 0$ **Γ** : είναι αδύνατη
- 5) Αν $\Delta > 0$, το τριώνυμο έχει δυο λύσεις. Ο τύπος των λύσεων είναι :
A : $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$ **B** : $x_{1,2} = \frac{\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$ **Γ** : $x = \frac{-\beta}{2\alpha}$
- 6) Η λύση της εξίσωσης $x^2 = 4$ είναι :
A : $x = 2$ **B** : $x = \pm 2$ **Γ** : είναι αδύνατη
- 7) Όταν η διακρίνουσα είναι αρνητική το τριώνυμο έχει :
A : δύο λύσεις **B** : μια διπλή λύση **Γ** : καμία λύση
- 8) Αν $\Delta = 0$, ο τύπος των λύσεων του τριωνύμου είναι :
A : $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{-2\gamma}$ **B** : $x_{1,2} = \frac{\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$ **Γ** : $x = \frac{-\beta}{2\alpha}$

Θέμα 9°

Να διατυπωθούν τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων. (κάντε σχήματα)


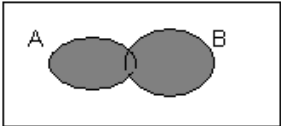
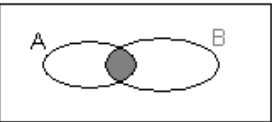
Θέμα 10°

- α) Πότε δυο τρίγωνα είναι όμοια ;
β) Με τι ισούται ο λόγος των εμβαδών ομοίων σχημάτων ;

Θέμα 11°

α) Τι ονομάζεται Δειγματικός Χώρος (Ω) ενός πειράματος τύχης ; Δώστε παράδειγμα.

β) Αντιστοιχήστε τα σύνολα στην στήλη Ι με τα διαγράμματα Venn στη στήλη II

ΣΤΗΛΗ Ι	ΣΤΗΛΗ II
1) $A \cup B$	α) 
2) $A \cap B$	β) 
3) A'	γ) 

γ) Πότε δυο ενδεχόμενα ονομάζονται ασυμβίβαστα; Δώστε ένα παράδειγμα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Θέμα 1°

Να γίνουν οι πράξεις στις παραστάσεις :

$$A = (2x+1)^3 - (2x+1)^2 - 4x \cdot (x+2) + 5x, \quad B = (3x+2) \cdot (3x-2) - (6x^2 - 4)$$

Θέμα 2°

Δίνονται οι παραστάσεις : $A = (2x+1)^2 - 4x(x+2) + 5x$

$B = (3x+2)(3x-2) - (6x^2 - 4)$ και $\Gamma = x(x+5)$

α) απλοποιείστε τις παραστάσεις κάνοντας πράξεις,

β) λύστε την εξίσωση : $A + B = \Gamma + 1$

Θέμα 3°

Δίνονται οι παραστάσεις : $A = 4x - 8$, $B = x^2 - 4$, $\Gamma = 3x^2 - 3$, $\Delta = 3x^2 - 6x + 3$

α) παραγοντοποιήστε τις παραστάσεις A , B , Γ , Δ

β) απλοποιήστε τα κλάσματα : $\frac{A}{B}$, $\frac{\Gamma}{\Delta}$

γ) λύστε την εξίσωση : $A = B$

Θέμα 4°

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A = (2\psi-1)^2 - 1, \quad B = 4\psi^2 - 4 \quad \Gamma = \psi^2 - 9 \quad \Delta = \psi^2 - 5\psi + 6$$

α) παραγοντοποιήστε τις παραστάσεις A , B , Γ , Δ

β) να απλοποιήσετε τα κλάσματα : $\frac{A}{B}$, $\frac{\Gamma}{\Delta}$,

γ) να λύσετε την εξίσωση : $A - B = 0$.

Θέμα 5°

Να λυθούν οι εξισώσεις :

i) $x^2 + 2x = 0$

iii) $x^2 + 5x - 6 = 0$

v) $(x-1) \cdot (x-2) = 0$

vii) $x^2 - 5x = 0$

ix) $(x-1)^2 = (x-2)^2$

xi) $x^2 - 2x - 8 = 0$

ii) $x^2 - 16 = 0$

iv) $2x^2 + 3x - 9 = 0$

vi) $x^2 + 15 = 0$

viii) $x^2 = -7$

x) $(x^2 - 1) \cdot (x + 4) = 0$

xii) $3x^2 - 3x - 36 = 0$

Θέμα 6°

Να λυθούν οι κλασματικές εξισώσεις :

α) $\frac{x-2}{x} + \frac{4}{x-2} - \frac{8}{x^2-2x} = 0$

γ) $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} = \frac{-1}{x-1}$

β) $\frac{2x-2}{x-2} + \frac{3x-1}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$

δ) $\frac{4-x}{x^2+2x} + \frac{3}{2+x} = \frac{2}{x}$

Θέμα 7°

Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα :

$$\alpha) \begin{cases} x + 4y = 16 \\ 3x - 2y = -22 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{6} = \frac{1}{4} \\ 4x = 5y - 10 \end{cases} \quad \gamma) \begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases}$$

$$\delta) \begin{cases} 5x + 2y = -4 \\ x - 3y = -14 \end{cases} \quad \epsilon) \begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \quad \sigma\tau) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

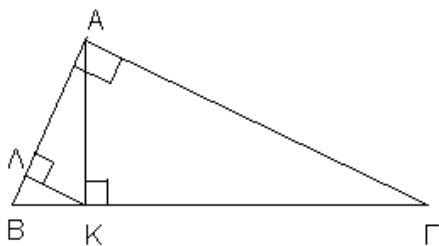
Θέμα 8°

Απ' τα διόδια των Μαλγάρων στη Θεσ/νίκη, πέρασαν μια μέρα συνολικά 250 αυτοκίνητα και μοτοσικλέτες. Το ένα αυτοκίνητο πληρώνει 2,5€ και η μια μοτοσικλέτα 1,2€. Εισπράχθηκαν συνολικά 573 €. Πόσα αυτοκίνητα και πόσες μοτοσικλέτες πέρασαν τα Μάλγαρα εκείνη τη μέρα ;

Θέμα 9°

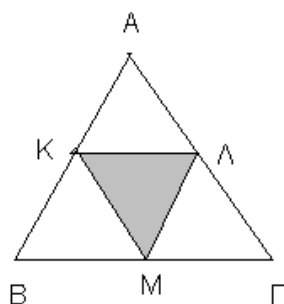
Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$), φέρνουμε το ύψος ΑΚ και από το Κ φέρνουμε ΚΛ τμήμα κάθετο στην ΑΒ. Να δείξετε ότι :

- α) τα τρίγωνα ΑΚΓ, ΑΛΚ είναι όμοια,
- β) να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα.
- γ) αν ΑΓ = 8 cm, ΑΚ = 4 cm και το εμβαδόν του ΑΛΚ είναι 3 cm^2 , βρείτε το εμβαδόν του ΑΚΓ.



Θέμα 10°

Στο παρακάτω σχήμα είναι : Κ μέσο του ΑΒ, Λ μέσο του ΑΓ και Μ μέσο του ΒΓ. Να αποδείξετε ότι :



- α) τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΚΛΜ είναι όμοια, ποιος ο λόγος ομοιότητας των τριγώνων ;
- β) αν το εμβαδόν του ΑΒΓ είναι 40 cm^2 βρείτε το εμβαδόν του ΚΛΜ

Θέμα 11° (Κεφάλαιο 2 Γεωμετρίας)

Έστω γωνία φ για την οποία ισχύει : $90^0 < \varphi < 180^0$. Αν $\eta\mu\varphi = \frac{3}{5}$, βρείτε :

α) το $\sigma\upsilon\nu\varphi$ β) την $\epsilon\varphi\varphi$

Θέμα 12° (Κεφάλαιο 2 Γεωμετρίας)

Έστω γωνία ω για την οποία ισχύει : $180^0 \leq \omega \leq 270^0$, αν $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{5}{13}$, υπο-

λογίστε : α) $\eta\mu\omega$ β) $\epsilon\varphi\omega$

Θέμα 13° (Κεφάλαιο 2 Γεωμετρίας)

Χρησιμοποιώντας τις τριγωνομετρικές ταυτότητες αποδείξτε τις σχέσεις :

$$\alpha) \epsilon\varphi^2\chi - \eta\mu^2\chi = \epsilon\varphi^2\chi \cdot \eta\mu^2\chi \qquad \beta) \frac{\epsilon\varphi^2\chi}{1 + \epsilon\varphi^2\chi} = \eta\mu^2\chi$$