

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 10 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν E ενός τριγώνου είναι ίσο με το ημιγινόμενο μιας πλευράς επί το αντίστοιχο ύψος.

Μονάδες 11

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη "Σωστό" ή "Λάθος" δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Έστω AB και $\Gamma\Delta$ χορδές ενός κύκλου. Αν οι χορδές αυτές ή οι προεκτάσεις τους τέμνονται σε ένα σημείο P , τότε ισχύει:

$$PA \cdot P\Delta = PB \cdot P\Gamma$$

β. Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι ίση ή παραπληρωματική με μια γωνία ενός άλλου τριγώνου, τότε ο λόγος των εμβαδών των δυο τριγώνων είναι ίσος με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές.

γ. Η γωνία κανονικού n -γώνου είναι:

$$\varphi_n = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n} .$$

δ. Σε κάθε κανονικό n -γωνο ακτίνας R , πλευράς λ_n και αποστήματος α_n ισχύει η σχέση $\lambda_n^2 + \frac{\alpha_n^2}{4} = R^2$.

Μονάδες 8

Γ. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της Στήλης I και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της Στήλης II, που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

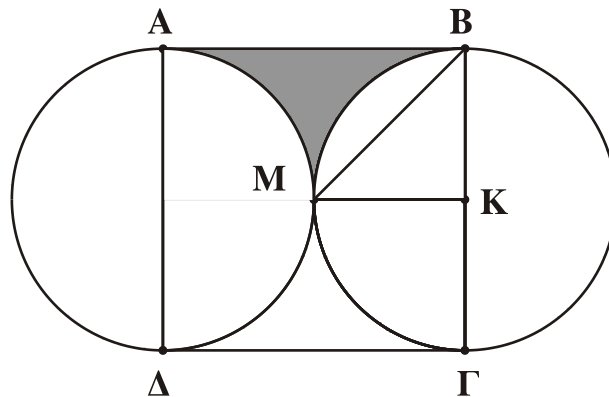
Στήλη I: κανονικό πολύγωνο	Στήλη II: πλευρά λ_n
α. κανονικό εξάγωνο	1. $R\sqrt{2}$
β. ισόπλευρο τρίγωνο	2. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$
γ. τετράγωνο	3. $R\sqrt{3}$
	4. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$
	5. R

όπου R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του κανονικού πολυγώνου.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τετράγωνο ABΓΔ πλευράς 4cm . Με διαμέτρους ΑΔ και ΒΓ γράφουμε κύκλους που εφάπτονται στο σημείο Μ, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Να υπολογίσετε:

α. Το εμβαδόν του τριγώνου MKB , όπου K το μέσο της ΒΓ.

Μονάδες 12

β. Το εμβαδόν του μικόγραμμου τριγώνου AMB.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 3ο

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές α, β, γ ισχύει $3\beta^2 + 2\gamma^2 = 2\alpha^2$. Να αποδείξετε ότι:

α. Ισχύει η σχέση $\mu_{\alpha}^2 = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{4}$, όπου μ_{α} η διάμεσος στην πλευρά α .

Μονάδες 8

β. $\hat{A} > 90^\circ$.

Μονάδες 7

γ. Η προβολή $M\Delta$ της διαμέσου $B\Delta$ στην πλευρά β είναι ίση με $\frac{3}{4}\beta$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς α είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R) . Έστω E ένα σημείο της $A\Delta$, τέτοιο ώστε $A\Delta = \sqrt{3}AE$ και Z το σημείο τομής της προέκτασης της BE με τον κύκλο.

α. Να εκφράσετε το ευθύγραμμο τμήμα BE ως συνάρτηση της πλευράς α του τετραγώνου.

Μονάδες 7

β. Να αποδείξετε ότι $EZ = \frac{3 - \sqrt{3}}{6}\alpha$.

Μονάδες 8

γ. Να βρείτε, ως συνάρτηση του α , το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος που περιέχεται στην κυρτή γωνία $\hat{\Delta O Z}$.

Μονάδες 10

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ