

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ  
ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΕΜΠΤΗ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2000  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A.1.** Να γράψετε τον τύπο που δίνει το νιοστό όρο  $a_n$  μιας αριθμητικής προόδου  $(a_n)$ , που έχει πρώτο όρο  $a_1$  και διαφορά  $\omega$ .

Μονάδες 3

**A.2.** Να γράψετε τη σχέση μεταξύ των πραγματικών αριθμών  $\alpha, \beta, \gamma$  έτσι, ώστε οι αριθμοί αυτοί, με τη σειρά που σας δίνονται, να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 3

**A.3.** Να αποδείξετε ότι το άθροισμα  $S_n$  των πρώτων  $n$  όρων μιας γεωμετρικής προόδου  $(a_n)$ , που έχει πρώτο όρο  $a_1$  και λόγο  $\lambda \neq 1$ , είναι:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}$$

Μονάδες 6,5

**B.1.** Στη **Στήλη Α** δίνεται ο πρώτος όρος  $a_1$  και η διαφορά  $\omega$  τριών αριθμητικών προόδων και στη **Στήλη Β** ο νιοστός όρος  $a_n$  τεσσάρων αριθμητικών προόδων. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β** που αντιστοιχεί στο σωστό νιοστό όρο.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $a_1=1, \omega=-2$	1. $a_n=-n$
β. $a_1=0, \omega=3$	2. $a_n=4n-3$
γ. $a_1=-1, \omega=-1$	3. $a_n=3-2n$

4.  $a_n = 3n - 3$

Μονάδες 6

**B.2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α. Οι αριθμοί -5, 5, 15, με τη σειρά που σας δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
- β. Ο εικοστός όρος της αριθμητικής προόδου 10, 7, 4, . . . είναι ίσος με 20.
- γ. Σε κάθε αριθμητική πρόοδο ( $a_n$ ) για τους όρους της  $a_2, a_4, a_6$  ισχύει η σχέση  $2a_4 = a_2 + a_6$ .

Μονάδες 4,5

**B.3.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν σε μια γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι ίσος με 1 και ο λόγος ίσος με 2, τότε το άθροισμα των πρώτων  $n$  όρων της είναι ίσο με:

A.  $\frac{2^n - 1}{2}$ ,    B.  $2^n - 1$ ,    Γ.  $2^{n-1}$ ,

Δ.  $1 - 2^n$ ,    E. Κανένα από τα προηγούμενα.

Μονάδες 2

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x)=\alpha x^3+(\beta-1)x^2-3x-2\beta+6$ , όπου  $\alpha, \beta$  πραγματικοί αριθμοί.

α) Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου  $P(x)$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $x+1$  είναι ίσο με 2, τότε να δείξετε ότι  $\alpha=2$  και  $\beta=4$ .

Μονάδες 15

β) Για τις τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$  του ερωτήματος α), να λύσετε την εξίσωση  $P(x)=0$ .

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x-2\eta\mu^2 x-4\sigma\upsilon\nu^2 x$ , όπου  $x$  πραγματικός αριθμός.

α) Να μετατρέψετε τη συνάρτηση  $f$  στη μορφή  $f(x)=\rho\eta\mu(2x+\phi)+k$ , όπου  $\rho, \phi, k$  πραγματικοί αριθμοί και  $\rho>0$ .

Μονάδες 9

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  η συνάρτηση  $f$  παίρνει τη μέγιστη τιμή και ποια είναι αυτή.

Μονάδες 6

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) - f\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$  στο διάστημα  $[0, \pi]$ .

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ 4ο**

Ένας πληθυσμός βακτηριδίων τριπλασιάζεται σε αριθμό κάθε μια ώρα.

Α. Αν αρχικά υπάρχουν 10 βακτηρίδια, να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων ύστερα από 6 ώρες.

Μονάδες 9

**B.** Στο τέλος της έκτης ώρας ο πληθυσμός των βακτηριδίων ψεκάζεται με μια ουσία, η οποία σταματά τον πολλαπλασιασμό τους και συγχρόνως προκαλεί την καταστροφή  $3^3 \cdot 10$  βακτηριδίων κάθε ώρα.

**B.1.** Να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων που απομένουν 20 ώρες μετά τον ψεκασμό.

Μονάδες 8

**B.2.** Μετά από πόσες ώρες από τη στιγμή του ψεκασμού θα καταστραφούν όλα τα βακτηρίδια;

Μονάδες 8

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μια (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**